METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, *Direttore dell'Istituto di Statistica della R. Università di Roma*

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER

Prof. Silvio Orlandi, *Istituto di Statistica della R. Università di Roma*

SEGRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSSECRETAERE

Dott. Grigore Livada - Prof. Tommaso Salvemini

Vol. XIV - N. 2-3-4 **31-XII-1941.**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

C. Gini. *Alle basi del metodo statistico. Il principio della compensazione degli errori accidentali e la legge dei grandi numeri* . . . . . Pag. 173
C. Gini. *Degli indici sintetici di correlazione e delle loro relazioni con l'indice interno di correlazione* (intraclass correlation coefficient) *e con gli indici di correlazione tra serie di gruppi* . . . . . » 241
H. Wold. *Eine schwedische Untersuchung über die Elastizität der Nachfrage* » 263
F. Paglino. *Su la misura della fecondità matrimoniale della donna* . . . » 287
R. Mogno. *Nota su una formula approssimata per il calcolo di* n! . . . » 409
Bibliografia . . . . . » 413

ROMA

AMMINISTRAZIONE DEL « METRON »

R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.

(*Secondo l'ordine d'arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

(*Nach der Reihenfolge des Eingangs*).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

(*D'après la date de reception*).

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

(*According to date of receipt*).

C. Gini. — *Asimmetria e anormalità delle distribuzioni statistiche.*

C. Gini. — *Probabilità che* x *termini di una serie erratica sieno tutti decrescenti o tutti crescenti.*

C. Gini. — *Qualche osservazione sulle cause della natalità differenziale e sulla misura della fecondità naturale delle coniugate,*

H. v. Schelling. — *Erste Ergebnisse einer Aufgliederung der Sterblichkeit nach Geburtsjahrgängen und Kalenderjahren,*

C. Gini. — *Ulteriori considerazioni sull'asimmetria delle distribuzioni statistiche.*

T. Salvemini. — *Contributo allo studio della mutabilità delle serie cicliche.*

G. Dahlberg. — *Eine Methode zur Messung von Rassenunterschieden.*

Gli Autori degli articoli inviati per la pubblicazione nella Rivista, rinunciano in favore della medesima alla proprietà letteraria degli articoli stessi, qualora vengano pubblicati.

The Authors of papers sent for publication in the Review are supposed to give up their copyright in favour of the Review if the papers are published.

Les Auteurs des articles envoyés à la Revue, pour y être publiés, renoncent, en faveur de celle-ci, à la proprieté littéraire de leurs articles, s'ils sont acceptés.

Die Verfasser der zur Veröffentlichung in der Zeitschrift zugesandten Aufsätze, werden, falls selbige veröffentlicht werden, auf ihre Verfasserrechte zu Gunsten der Zeischrift verzichten mussen.

CORRADO GINI

Alle basi del metodo statistico

Il principio della compensazione degli errori accidentali e la legge dei grandi numeri

Il metodo statistico viene contrapposto spesso al metodo sperimentale in base alla considerazione seguente.

Nell'impossibilità di isolare, mediante l'esperimento, gli effetti di una data circostanza (o di un dato gruppo di circostanze) osservando come i fenomeni — eliminata ogni altra circostanza — si comportano sotto la sua esclusiva influenza, lo scienziato molte volte osserva come i fenomeni si comportano sotto l'influenza, oltre che della circostanza (o del gruppo di circostanze) di cui interessa studiare gli effetti, anche di altre circostanze svariate, le quali si possono riguardare come accidentali rispetto alla prima e, in quanto ne alterano gli effetti, vengono chiamate circostanze perturbatrici. Per esempio, allo scopo di misurare la forza di pressione di una persona, le si fanno eseguire parecchie prove al dinamometro in condizioni svariate ; allo scopo di determinare il clima di un paese, se ne misura la temperatura in stagioni ed ore diverse e in giorni che differiscano altresì per altre circostanze (es. cielo nuvoloso o sereno) le quali influiscono sulla temperatura ; allo scopo di conoscere le caratteristiche razziali di una popolazione, si prendono le medie dei valori che le caratteristiche presentano presso tutti i suoi componenti sotto l'influenza, oltre che della razza, delle svariatissime condizioni ambientali ; allo scopo di stabilire l'influenza sulla statura dell'altitudine sul livello del mare, si calcola la media delle stature di masse di individui che vivono alla stessa altitudine, ma differiscono fra loro per molteplici altri caratteri individuali (sesso, professione, età, classe sociale, razza, ecc.) o ambientali (esposizione del paese, latitudine, ecc.).

In tal modo — si pensa — si può riguardare da una parte come esclusa l'influenza di circostanze perturbatrici a carattere sistematico e, d'altra parte, si può ritenere che, crescendo il numero delle osservazioni, gli effetti delle circostanze perturbatrici a carattere accidentale tendano a compensarsi e l'influenza della circostanza (o del gruppo di circostanze), di cui si vogliono studiare gli effetti, tenda ad emergere.

Ora è vero che, crescendo il numero delle osservazioni, si può ritenere che gli effetti delle circostanze perturbatrici a carattere accidentale tendano a compensarsi, cosicchè l'influenza della circostanza (o del gruppo di circostanze) di cui si vogliono studiare gli effetti tenda ad emergere ? Tale è la questione che mi propongo di trattare in questo articolo [1].

* * *

Si avverta che talvolta alcune circostanze perturbatrici si possono eliminare : per esempio, si possono eliminare la stagione e l'ora, nel determinare la temperatura di un paese, rilevando la temperatura ad una data ora di una data stagione ; si possono eliminare il sesso, l'età e la latitudine, nello stabilire l'influenza dell'altitudine sulla statura, rilevando le stature degli individui di un dato sesso, di una data età e viventi ad una data latitudine. È per l'eliminazione degli effetti delle altre circostanze perturbatrici che si conta allora sopra la compensazione che si effettua nel numero più o meno grande di osservazioni. Cambierà in tal caso l'oggetto dell'indagine, che non sarà più di determinare la temperatura di un paese, ma, ad esempio, la temperatura del paese alle ore 9 antimeridiane del mese di ottobre, o non più di stabilire come, con l'altitudine, varii la statura della popolazione, ma come varii la statura dei maschi adulti. Per l'oggetto dell'indagine così delimitato, la questione però si pone ugualmente.

---

(1) Alcune osservazioni preliminari su tale questione ho presentato alla II riunione dell'Unione Matematica Italiana (Bologna, 1-4 aprile 1940) in una comunicazione dal titolo : *Il principio della compensazione degli errori accidentali*, che fu anche pubblicata nel « Supplemento statistico ai Nuovi Problemi », Anno VI, Serie II, N. 1, 1940. Un riassunto di una parte del presente articolo fu poi presentato alla 2ª riunione scientifica della Società Italiana di Statistica (Roma, 26-28 giugno 1940) sotto il titolo : *Di alcune questioni fondamentali per la metodologia statistica.*

Si avverta ancora come possa darsi che la circostanza (o il gruppo di circostanze) di cui si vogliono studiare gli effetti resti costante durante il corso delle osservazioni, cosicchè gli effetti delle circostanze perturbatrici si manifestino mediante scostamenti da una quantità costante, come avviene, ad intervalli non troppo lunghi di tempo, per la forza di pressione di un individuo o per il clima di un paese ; o invece possa darsi che la circostanza varii, cosicchè gli effetti delle circostanze perturbatrici si manifestino mediante modificazioni di una quantità che, anche all'infuori di tali effetti, sarebbe variabile, come quando si tratta di stabilire l'influenza che l'altitudine sul livello del mare ha sulla statura. La questione che ora ci occupa rimane, nelle due ipotesi, la stessa, e la prima ipotesi si può riguardare come un caso particolare della seconda. È bene però tenere distinte le due ipotesi ai fini di altre questioni che esamineremo in seguito (cfr. pag. 210 e seg.).

* * *

Prima di procedere, desidero stabilire, che, a mio modo di vedere, la questione che tratteremo, per quanto importante, tuttavia non investe la stessa essenza del metodo statistico. Anche se la risposta alla questione sopra formulata fosse negativa, non per ciò il metodo statistico perderebbe la sua ragione di essere. Conviene infatti richiamare, a questo proposito, che il metodo statistico si può definire una tecnica appropriata allo studio quantitativo dei fenomeni collettivi. Ora i fenomeni collettivi, al pari dei fenomeni individuali, molte volte ci interessano per quello che sono, indipendentemente dal fatto che essi risentano o meno l'effetto perturbatore di circostanze accidentali. Illustriamo questo concetto con qualche esempio.

In America si ritiene da molti che la prodigiosa fortuna di John D. Rockefeller sia stata essenzialmente l'effetto di circostanze fortuite. Vi erano — si osserva — due fratelli Rockefeller, di cui l'uno non pareva per nulla più dotato dell'altro, entrambi dediti agli affari. Di essi, l'uno morì in età già avanzata con un patrimonio per nulla straordinario ; l'altro, invece, mise insieme la più colossale fortuna del mondo. Al fisco, che dalla fortuna di John D. Rockefeller trae cospicui tributi, come alla scienza,

che dalle sue elargizioni è largamente beneficata, è assolutamente indifferente che la fortuna di J. D. Rockefeller rappresenti il risultato di eccezionali attitudini individuali o sia invece, magari in tutto, il risultato di circostanze fortuite.

Analogamente, passando al caso dei fenomeni collettivi, al Ministro delle Finanze, che deve prevedere il gettito delle imposte per il prossimo esercizio, è indifferente che l'ammontare e la distribuzione dei redditi e dei patrimoni, quale nel fatto si verificano nel suo paese, siano, in tutto o in parte, l'effetto di circostanze fortuite, prossime o remote. Del pari, al Ministro della Guerra, il quale si informa sull'esito dell'ultima leva, non interessa di indagare se il contingente della classe chiamata alle armi è stato più o meno ingrossato, o viceversa assottigliato, da circostanze accidentali che hanno influenzato favorevolmente o sfavorevolmente la natalità di vent'anni prima o la mortalità durante lo sviluppo dell'ultimo ventennio. Similmente, il Ministro dell'Agricoltura, che valuta il fabbisogno alimentare del paese, tiene conto del raccolto del grano quale si verifica effettivamente, senza preoccuparsi se esso risulta eccezionalmente alto o eccezionalmente basso per circostanze fortuite o per circostanze di altra natura.

In realtà, in gran parte dei problemi pratici che si pongono allo statistico, quello che interessa è l'effettiva intensità o distribuzione dei fenomeni collettivi, quali si verificano in concreto, indipendentemente dalla natura delle cause che li hanno determinati.

Nei problemi scientifici, invece, la questione si pone generalmente in modo diverso. I fenomeni osservati, più che per le loro caratteristiche concrete, interessano lo scienziato come manifestazioni delle caratteristiche che si presenterebbero qualora fossero eliminate certe circostanze che appaiono accidentali rispetto al fenomeno studiato e la cui influenza sul risultato complessivo è pertanto da attendersi che vada sempre più attenuandosi quanto più cresce il numero delle osservazioni. Tale, per esempio, è il punto di vista dello scienziato nello studiare la statura di una popolazione, come caratteristica della razza, o la distribuzione dei redditi di un paese, come caratteristica della sua costituzione sociale, o il raccolto del grano, come espressione della capacità produttiva del paese. E questo pure è il punto di vista che interessa sia allo scienziato che all'uomo pratico quando, dei fenomeni osservati in passato od esistenti al presente, si vuole servire per

fare delle previsioni sulle caratteristiche che essi presenteranno nell'avvenire.

Anche in problemi siffatti, d'altra parte, il metodo statistico non resterebbe senza utilità se, pure non valendo ad eliminare l'influenza delle circostanze perturbatrici a carattere accidentale, potesse servire a misurare, sia pure approssimativamente o in via di semplice probabilità, la portata delle perturbazioni.

Infine è da tener presente che i dati risultano affetti non di rado, oltre e più che da circostanze perturbatrici a carattere accidentale, da circostanze perturbatrici a carattere sistematico, i cui effetti possono in parecchi casi venire corretti con opportune applicazioni del metodo statistico. È questo un campo in cui il metodo statistico conserverebbe in ogni caso la sua validità.

Possiamo dunque concludere che, qualora l'osservazione per grandi masse non valesse ad eliminare l'influenza delle circostanze perturbatrici a carattere accidentale, il metodo statistico non perderebbe la sua ragione di essere e molte indagini gli resterebbero aperte ; ma è certo, d'altra parte, che la sua utilità pratica e ancor più la sua importanza scientifica ne sarebbero diminuite.

La questione è pertanto della massima importanza.

* * *

Ciò premesso, entriamo nel vivo della questione.

La questione che ci siamo posti — può dirsi — consiste nell'accettare o negare la validità del *principio della compensazione degli errori accidentali*. È, cioè, da attendersi che, col crescere del numero delle osservazioni, gli errori accidentali tendano a compensarsi e può quindi ritenersi che, in una grande massa di osservazioni, la loro influenza resti eliminata ?

Siffatta formulazione ha l'inconveniente di prestarsi all'equivoco. Io credo anzi che l'equivoco sia largamente diffuso e che sia precisamente su tale equivoco che è in generale basata la cieca fiducia che si ha nell'osservazione per masse ai fini di eliminare le circostanze perturbatrici a carattere accidentale.

L'equivoco deriva dai diversi significati che si attribuiscono all'espressione « errori accidentali ». Cerchiamo pertanto di definire con precisione tale espressione.

Vi è stato qualche autore che ha ritenuto di poter riguardare come accidentali gli errori molto piccoli [1].

Poichè la piccolezza degli errori è relativa allo scopo della ricerca, per errori piccoli si dovrebbero intendere, secondo tale concetto, gli errori poco importanti o addirittura trascurabili per la ricerca in questione.

---

(1) Il Prof. M. FRÉCHET mi scriveva appunto, in data 13 gennaio 1940, di aver sempre pensato che gli errori accidentali sono soltanto errori sistematici troppo piccoli o troppo numerosi per che si possano distinguere e soggiungeva di avere allora allora trovato un'idea analoga espressa in una nota di un articolo di PAUL LÉVY. Scrive infatti questo autore: « Nous pensons, quoique depuis les travaux d'Heisenberg d'éminents savants ne soient pas de cet avis, que la notion de hasard est une notion que le savant introduit parce qu'elle est commode et féconde, mais que la nature ignore » (*Sur certains processus stochastiques homogènes*, in « Compositio mathematica », vol. 7, fasc. 1, 2-VIII-1939, pag. 286, nota 3).

L'idea espressa dal Lévy è in realtà antichissima, essendo stata formulata nettamente, se non prima da altri, già dallo SPINOZA (*Ethica*, I, 33, scholium, 1677) e da HUME (1739), tra i filosofi, e, nel campo dei cultori del calcolo delle probabilità, già da GIACOMO BERNOULLI (1713) e poi dal D'ALEMBERT, che, nell'*Encyclopedie méthodique*, scriveva: « Il n'y a point de hasard à proprement parler; mais il y a son équivalent: l'ignorance où nous sommes des vraies causes des événements, a sur notre esprit l'influence qu'on suppose au hasard » (1750). Viene, questo, usualmente chiamato *concetto soggettivo di caso*. Ad esso si contrappone il *concetto oggettivo di caso*, che, secondo il COURNOT (*Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique*, Paris, Hachette, 1851, Tome premier, pag. 58) era stato già intravvisto da SAN TOMMASO e, prima ancora, da BOEZIO e, in ogni modo, trovasi formulato, nel 1714, in un *Traité des jeux-de-hazard défendu contre les objections de Mr. de Ioncourt et de quelques autres, par* JEAN DE LA PLACETTE (La Haye, H. Scheurleer). « Pour moi » — scriveva l'A. — « je suis persuadé que le Hazard renferme quelque chose de réel et de positif savoir un Concours de deux, ou de plusieurs événements contingens, Chacun desquels a ses causes, mais en sorte que leur Concours, n'en a aucune que l'on connoisse » (*Préface*, pag. 6-v). Per che si possa tuttavia parlare propriamente di concetto positivo od oggettivo di caso, è necessario sopprimere, dalla definizione del la Placette, le ultime sue parole « que l'on connoisse », o, quanto meno, sostituirle con le altre « que l'on puisse connaître ». In tal senso appunto il concetto è stato sviluppato dal COURNOT (*Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, 1843, ed opere posteriori). Come il Cournot, la maggior parte dei moderni autori ammette come collaterali i due concetti di caso, il soggettivo e l'oggettivo; mentre qualcuno, come J. M. KEYNES (*A treatise on probability*, 1921), cerca,

Senonchè, anche in tal senso relativo, la piccolezza dell'errore non appare come una condizione necessaria al suo carattere accidentale. Molte volte — invero — certe misure si devono mettere da parte perchè gli errori accidentali da cui sono affette sono troppo forti. Il fatto che gli errori sono forti non toglie dunque che siano accidentali. Una cosa è invero l'intensità e un'altra la natura dell'errore. Naturalmente, se il numero delle osservazioni crescesse molto, anche l'influenza di errori consimili diventerebbe trascurabile ; ma trascurabile sarebbe in tal caso la media di tali errori, non necessariamente trascurabili sarebbero gli errori singoli.

D'altra parte, è pure chiaro che la trascurabilità dell'errore non basta a renderlo accidentale : gli errori che si commettono abbreviando dei decimali sono sempre errori per difetto e pertanto

---

poco persuasivamente a mio modo di vedere, di ricondurre il concetto oggettivo al concetto soggettivo.

È da osservare che, secondo il concetto soggettivo, viene qualificato come casuale *un avvenimento*, mentre, secondo il concetto oggettivo, viene qualificato come casuale *il concorso di due o più avvenimenti*. Secondo il concetto oggettivo, casuale viene dunque detto un avvenimento rispetto a un altro o ad altri avvenimenti : il concetto oggettivo è quindi un *concetto relativo di caso*. In contrapposto ad esso, il concetto soggettivo potrebbe chiamarsi *concetto assoluto di caso*. In realtà, però, anche secondo il concetto soggettivo, si parla di caso, non in via assoluta, ma rispetto alle conoscenze della persona che ne giudica. E potrebbe, anzi, dirsi che, mentre, secondo il concetto soggettivo, se ne parla in relazione alle conoscenze generali della persona che ne giudica, secondo il concetto oggettivo se ne parla in relazione alle conoscenze particolari che detta persona ha di un altro avvenimento ; cosicchè si potrebbe essere tentati di riguardare il concetto oggettivo di caso come un caso particolare del concetto soggettivo. Ma sarebbe, questa, una impostazione artificiosa, perchè in realtà, secondo il concetto oggettivo, l'avvenimento viene riguardato come casuale, non rispetto alle nostre conoscenze su uno o più altri avvenimenti, ma rispetto alla reale esistenza di questi altri avvenimenti e indipendentemente dalle conoscenze che noi ne abbiamo, e quindi anche quando di essi si abbia una conoscenza perfetta ; mentre, secondo il concetto soggettivo, si potrebbe parlare di caso solo in quanto le nostre conoscenze del determinismo dell'avvenimento sono imperfette.

Per chiarire completamente il contrapposto tra il concetto soggettivo e il concetto oggettivo di caso, vi è però da fare un'altra considerazione, che non so che sia mai stata fatta e che mi pare essenziale. Quando, rispetto ad un avvenimento, si parla di caso in senso soggettivo, si intende sempre riferirsi ad un caso singolo, individuale dell'avvenimento in questione. Tale avvenimento può, d'altronde, benissimo consistere nel concorso di due o più avvenimenti, sempre che di tale concorso si

sistematici ; se si tratta di numeri con molte cifre, l'errore è trascurabile, ma non per questo diventa accidentale.

Altri dicono che gli errori sono accidentali quando hanno la stessa probabilità di avverarsi nei due sensi, quando cioè un errore positivo $+ x$ ha la stessa probabilità di verificarsi del corrispondente errore negativo $- x$. Senonchè è facile citare esempi di errori a cui nessuno negherebbe il carattere di accidentalità, ma per i quali non è vero che ciascuno si possa verificare con uguale probabilità in senso positivo o negativo. Così è certamente accidentale, rispetto alla probabilità p di estrarre una palla bianca da un'urna, l'errore che si riscontra nella frequenza f di palle bianche in n estrazioni, ma esso ha la stessa probabilità di verificarsi in senso positivo o in senso negativo solo nel caso particolarissimo di $p = \frac{1}{2}$. Similmente, misurando un oggetto di dimensioni molto

---

parli rispetto ad un caso singolo, individuale. Anzi — chi ben guardi — ogni avvenimento singolo viene sempre considerato in relazione a determinate condizioni di tempo e di luogo che lo individuano e può quindi configurarsi come il concorso dell'avvenimento considerato con tali circostanze di tempo e di luogo. Quando, invece, rispetto ad un concorso di due o più avvenimenti, si parla di caso in senso oggettivo, si intende sempre riferirsi ad una massa di casi, nei quali il concorso degli avvenimenti in questione talvolta si avvera e talvolta non si avvera. Il contrasto, quindi, non è in realtà tra avvenimento singolo e concorso di avvenimenti, ma tra *fenomeno singolo* (che può sempre configurarsi come un concorso di due o più avvenimenti o di un avvenimento con determinate circostanze di tempo e di luogo) e *classe di fenomeni* o, in linguaggio statistico, *fenomeno di massa* o *collettivo*. Mentre, per fenomeni singoli (ammesso che ogni singolo fenomeno sia in natura inevitabilmente determinato), non può parlarsi di caso che in senso soggettivo, per i fenomeni di massa o collettivi interviene il concetto oggettivo di caso, nel senso che le modalità di un avvenimento possono essere indipendenti da un altro avvenimento o dalle sue modalità o da certe circostanze che l'accompagnano, e quindi il loro concorso può venire obbiettivamente chiamato casuale o accidentale.

« Accidentale » è sinonimo di « casuale ».

In questo articolo, diretto a chiarire alcune questioni fondamentali per il metodo statistico, quando parlo di « fattori di perturbazione accidentali », di « errori accidentali » o di « circostanze accidentali » che determinano detti errori, intendo naturalmente la parola « accidentale » riferita a masse di osservazioni e quindi presa in senso oggettivo.

Per una trattazione più dettagliata dell'argomento, vedi la nostra comunicazione *Sul concetto di caso*, in « Atti della III Riunione della Società Italiana di Statistica », Roma, 30 giugno-2 luglio 1941-XIX, Roma, 1941.

piccole, p. es. di 1 μ, è chiaro che gli errori accidentali non potranno mai sorpassare un'intensità di $-1\,\mu$, mentre non è escluso che possano assumere un valore superiore a $+1\,\mu$.

Altri ancora chiama accidentali gli errori, la cui influenza tende a 0 col crescere del numero delle osservazioni : ma neppure tale concetto è rispondente. Vi sono errori sistematici che si riducono progressivamente, tendendo a 0 col crescere delle osservazioni. Ciò molte volte si verifica nel metodo delle approssimazioni successive, pur potendosi trattare di approssimazioni tutte per eccesso o viceversa tutte per difetto, ciò che esclude il carattere accidentale degli errori. La condizione anzidetta non è quindi sufficiente.

Non basta, invero, che, col crescere del numero delle osservazioni, l'influenza degli errori tenda a 0, per che gli errori possano dirsi accidentali ; bisogna anche che, qualunque sia il numero delle osservazioni, non vi sia *a priori* una ragione per ritenere che la influenza degli errori si eserciti in senso negativo piuttosto che in senso positivo. Le due condizioni si possono ritenere verificate quando sia uguale a 0 il valore probabile dell'errore, per valore probabile dell'errore intendendosi il prodotto dell'intensità degli errori per le loro rispettive probabilità. Col crescere del numero delle osservazioni, la frequenza di ogni errore tende (secondo la « legge dei grandi numeri », di cui diremo più innanzi) alla rispettiva probabilità, così che, quando il valore probabile dell'errore è $= 0$, l'influenza degli errori tende a 0 col crescere del numero delle osservazioni, e, d'altra parte, qualunque sia il numero delle osservazioni, non vi è ragione di aspettarsi che la frequenza differisca dalla rispettiva probabilità in senso positivo piuttosto che negativo, così che non vi è ragione per ritenere che l'influenza degli errori si eserciti in un senso piuttosto che nell'altro.

Non è invece necessario che gli errori successivi siano tra loro indipendenti per che il loro valore probabile sia uguale a 0 ; tra errori successivi potrà, invero, verificarsi compensazione o solidarietà, senza che perciò il loro valore probabile differisca da 0 ; differirà solo la rapidità con cui, col crescere delle osservazioni, tende a 0 l'influenza esercitata dagli errori.

Possiamo dunque concludere che, secondo un concetto molto diffuso, si possono definire per *errori accidentali quelli il cui valore probabile è* $= 0$.

Ammessa tale definizione di errori accidentali, il principio

della compensazione degli errori accidentali è evidentemente vero ; ma si riduce ad una tautologia ; si riduce, cioè, all'affermazione che, col crescere del numero delle osservazioni, tendono a compensarsi quegli errori la cui influenza, per definizione, tende ad annullarsi col crescere del numero delle osservazioni.

Senonchè degli errori accidentali può darsi un'altra definizione, per *errori accidentali* intendendosi *gli errori che sono effetto di circostanze perturbatrici accidentali*. Il principio della compensazione degli errori accidentali diventa allora il *principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali*.

La questione se gli errori accidentali tendono a compensarsi col crescere del numero delle osservazioni acquista allora un senso, che è il seguente. Ammesso che un fenomeno venga osservato in casi in cui esso si verifica sotto l'influenza di una data circostanza (o di un dato gruppo di circostanze) di cui interessa studiare gli effetti e, nello stesso tempo, sotto l'influenza di altre circostanze perturbatrici che giudichiamo accidentali rispetto alla prima, possiamo noi ammettere che gli effetti di queste circostanze accidentali tendano a compensarsi col crescere del numero delle osservazioni ?

È chiaro che questo è appunto il senso della questione che noi ci eravamo posti da principio. E così appunto essa fu intesa dagli statistici fin dal tempo del Quetelet, il quale, come è noto, distingueva le cause dei fenomeni statistici in costanti, variabili e accidentali e alla statistica assegnava il compito di rilevare gli effetti delle cause sistematiche (costanti o variabili), eliminando quelli delle cause accidentali (1).

---

(1) La costruzione scientifica del Quetelet si basa su due proposizioni:

a) quando un fenomeno si distribuisce secondo la curva normale, esso dipende da una causa costante e da molteplici cause accidentali ;

b) quando un fenomeno dipende da una causa sistematica (costante o variabile) e da molteplici cause accidentali, gli effetti di queste ultime si eliminano, purchè il numero delle osservazioni sia sufficientemente grande, cosicchè viene messo in evidenza l'effetto della causa sistematica.

Ho già avuto l'occasione di dimostrare molti anni or sono (*Il sesso dal punto di vista statistico*, 1908, pagg. 179-180) che la prima di dette proposizioni si basa sopra un errore logico e di richiamarlo in seguito (*Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues*, « Metron », Vol. IV, n. 1, 15-VII-1924, pag. 19-20) e anche recentemente (cfr. *Sur la théorie de la dispersion et sur la vérification des schémas théoriques*, rapporto presentato alla « Réunion d'étude sur l'application du calcul des probabilités » organizzata

* * *

Prima di procedere, vediamo in quale relazione il principio della compensazione degli errori accidentali, così precisato, sta con altri principi fondamentali che ricorrono nella statistica e nel calcolo delle probabilità.

Dire che il valore probabile degli errori è $= 0$ è tutt'uno col dire che la media delle grandezze osservate è il valore probabile della grandezza vera o della media delle grandezze vere. In tal senso, il principio della compensazione degli effetti delle circostanze accidentali potrebbe anche chiamarsi il *principio della media aritmetica*. Sarebbe un senso — è appena necessario avvertirlo — diverso da quello dato a tale espressione da Gauss, che ammetteva che la media aritmetica delle grandezze osservate fosse il valore *più probabile* delle grandezze vere.

Non manca anche chi identifica il principio della compensazione degli effetti delle circostanze accidentali con la *legge dei grandi numeri*.

In realtà, però, si tratta di due concetti affini bensì, ma diversi e, in un certo senso, complementari.

---

dall'Università di Ginevra, 12-15 luglio 1939, e pubblicato sul « Metron », Vol. XIV, n. 1, 15-VI-1940, pag. 3, e *I pericoli della Statistica* discorso inaugurale della prima riunione della Società Italiana di Statistica, pubblicato sugli « Atti » di detta Società e sulla « Rivista di Politica Economica », dicembre 1939). Presso che contemporaneamente Johannsen ne metteva in luce l'infondatezza dal punto di vista sperimentale con particolare riguardo alla distribuzione dei caratteri biologici, in cui la causa costante sarebbe stata rappresentata, secondo il Quetelet, da quello che oggi si chiama il « genotipo » (cfr. W. Johannsen, *Elemente der Erblichkeitslehre*, III deutsche Auflage, Jena, 1926, particolarmente alle pagg. 177-180, 1ª edizione tedesca del 1909, preceduta da una parziale edizione danese del 1905). È bene stabilito ormai che l'esistenza di una causa costante e di molteplici cause accidentali del fenomeno è condizione sufficiente, ma non necessaria, per che la sua distribuzione assuma la forma normale.

Dalla presente memoria risulta come anche la seconda delle suddette proposizioni non sia, in forma generale, esatta.

È curioso come a questa seconda proposizione il Quetelet si sia costantemente attenuto nelle sue opere, per quanto non ignorasse l'asimmetria di molte distribuzioni di errori accidentali e anzi su tale distribuzione si fosse a lungo intrattenuto, con considerazioni che avrebbero dovuto portarlo a conclusione diversa (cfr. *Lettres sur la Théorie des Pro-*

La legge o principio dei grandi numeri afferma che, col crescere del numero delle osservazioni, la frequenza osservata dei fenomeni tende alla loro probabilità. In base a tale principio, la differenza tra la media delle grandezze osservate e la media delle grandezze effettive tende a 0, col crescere delle osservazioni, solo in quanto tale differenza dipenda da divergenze tra le frequenze con cui le varie grandezze vengono osservate e le rispettive probabilità. Siamo sempre nel caso di più grandezze vere, che si suppongono esattamente conosciute. La legge dei grandi numeri non si occupa, invece, degli errori con cui le grandezze vengono osservate.

In generale, se con A_i $(i = 1, 2 \ldots n)$ si indica il valore generico di una delle n grandezze vere e con p_i la rispettiva probabilità, la media delle grandezze vere sarà

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i A_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad (1)$$

Se con f_i si indica il numero di volte che la grandezza vera A_i cade effettivamente sotto la nostra osservazione, con a_{il}

---

babilités appliquée aux sciences morales et politiques, Bruxelles, Hayez, 1826, 25e lettre : *Des causes accidentelles quand les chances sont inégales*, pag. 166 e segg. ; 26e lettre : *Loi de sortie de deux événements dont les chances sont inégales*, pag. 174 e segg. Il Quetelet riportava anche una lettera del Bravais (*Ibidem*, pag. 412-413), in cui pure si richiamava la attenzione sull'asimmetria di alcune distribuzioni di caratteri fisici). Soprattutto nella 26a lettera, si direbbe che il Quetelet si rendesse conto dell'infondatezza della proposizione in questione, ma nella lettera successiva e in tutte le altre opere posteriori egli la riafferma invece categoricamente (27e lettre : *Des causes constantes*, pag. 184 e segg., *Théorie des probabilités*, A. Jamar, Bruxelles 1853, pagg. 58 e 131, *Du système social et des lois qui le régissent*, Guillaumin, Paris, 1848, pag. 16 e segg., pag. 91 e segg., *Anthropométrie ou mesure des différentes facultés de l'homme*, Muquardt, Bruxelles, 1871, pag. 15 e segg.). Ciò può spiegarsi — io credo — con la circostanza che il Quetelet assumeva a schema delle distribuzioni asimmetriche la curva binomiale che si ottiene dai termini di sviluppo del binomio $(p + q)^n$ per $p \neq q$, dove p e q indicano la probabilità di verificarsi di due avvenimenti contrari. In tal caso, come è noto, il *valore probabile* della frequenza osservata in n osservazioni è uguale al suo *valore più probabile*, ma altrettanto non avviene per molte altre distribuzioni asimmetriche.

$(l = 1,2 \ldots f_i)$ uno degli f_i valori osservati della grandezza vera A_i, la media delle grandezze osservate sarà

$$M' = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{fi} a_{il}}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \qquad (2)$$

Posto $\delta_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - p_i$ e $\varepsilon_{il} = a_{il} - A_i$, la media delle grandezze osservate potrà porsi sotto la forma

$$M' = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i A_i + \sum_{i=1}^{n} \delta_i A_i + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{fi} \varepsilon_{il}}{\sum_{i=1}^{n} p_i + \sum_{i=1}^{n} \delta_i} \qquad (3)$$

che, confrontata con la (1), mostra come la differenza tra M e M' dipenda, da una parte dalle differenze δ_i (*errori di frequenza*) tra le frequenze osservate delle varie grandezze effettive e le rispettive probabilità e, dall'altra, dalle differenze ε_{il} (*errori di dimensione*) tra i valori delle grandezze effettive e i rispettivi valori osservati.

La legge dei grandi numeri, come viene generalmente intesa, si riferisce agli errori di frequenza δ_i e afferma che, col crescere del numero delle osservazioni, la loro influenza tende ad eliminarsi. Il principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali, come viene generalmente inteso, si occupa invece degli errori di dimensione ε_{il} e afferma analogamente che, col crescere del numero delle osservazioni, la loro influenza tende ad eliminarsi. Non vi sarebbe nessuna difficoltà logica ad estendere il concetto della legge dei grandi numeri — come effettivamente, sulle orme dello stesso Poisson qualcuno fa — in modo da abbracciare anche gli errori di dimensione e, d'altra parte, ad estendere il principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali — come faceva il Quetelet — in modo da abbracciare anche gli errori di frequenza ; nel qual caso i due principi verrebbero a sovrapporsi. Meglio però, mi pare, è conservare la distinzione consueta, tanto più che, come vedremo, è diversa la giustificazione che si può dare dei due principi.

* * *

Procediamo ora all'esame del principio della compensazione degli errori accidentali, inteso, secondo la definizione sopra data, come principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali.

Conviene anzitutto definire il concetto di « circostanze perturbatrici accidentali », ciò che si può fare richiamandosi a quanto si è sopra detto a proposito del concetto di errori accidentali. Certe circostanze perturbatrici si intenderanno dunque essere accidentali rispetto ad un'altra circostanza (o ad un gruppo di altre circostanze) quando — restando costante questa circostanza (o questo gruppo di circostanze) — esse presentano un valore probabile = 0. Tali circostanze, in quanto considerate come perturbatrici, si devono, d'altra parte, misurare mediante gli scostamenti che esse presentano da una condizione intermedia che viene assunta come valore o modalità di riferimento e, se si assume come valore o modalità di riferimento la media aritmetica, il valore probabile degli scostamenti risulta, per definizione, = 0. Tale definizione si può applicare, non solo a circostanze quantitative, ma anche a circostanze qualitative, in quanto, anche per queste, si è riusciti a misurare quantitativamente gli scostamenti [1]. Quanto si è detto spiega, d'altra parte, come, rispetto all'influenza che una data circostanza esercita sopra un certo fenomeno, tutte le altre circostanze possano considerarsi come circostanze perturbatrici a carattere accidentale, quando si supponga che l'influenza della circostanza che si vuole misurare si eserciti nella condizione media di ciascuna delle circostanze considerate come perturbatrici. Ed è appunto ciò che si ammette quando si intende misurare l'influenza della circostanza in questione col metodo statistico. Quando, ad esempio, noi misuriamo l'influenza che un certo clima esercita sopra la statura, considerando la statura media degli individui viventi sotto tale clima,

(1) Cfr. la nostra memoria *Di una estensione del concetto di scostamento medio e di alcune applicazioni alla misura della variabilità dei caratteri qualitativi*, in « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti » (seduta del 28 ottobre 1917), Venezia, Tomo LXXVII, Parte II, pagg. 397-461, riprodotta con alcune aggiunte in *Memorie di Metodologia Statistica*, Vol. I, *Variabilità e Concentrazione*, Milano, Giuffrè, 1939, pagine 409-472.

in condizioni diverse di alimentazione, di esercizio fisico, di eredità, intendiamo misurare l'influenza che il clima in questione esercita sulla statura nelle condizioni che corrispondono ad una alimentazione media, ad un esercizio fisico medio, od un patrimonio ereditario medio.

Il principio della compensazione degli errori accidentali si riduce così ad ammettere che, essendo = 0 il valore probabile degli scostamenti che certe circostanze presentano rispetto alla loro media aritmetica, quando un'altra circostanza (o un gruppo di altre circostanze) resta costante, sia = 0 anche il valore probabile dei loro effetti.

Definito in tal modo il contenuto del principio della compensazione degli errori accidentali, diventa evidente che tale principio non è necessariamente vero. È ovvio infatti, che, se il valore probabile di una variabile — rappresentata nel nostro caso dalle circostanze perturbatrici a carattere accidentale — è = 0, non lo è necessariamente il valore probabile di una sua qualunque funzione. Per che il valore di una sua funzione sia = 0, è necessario che questa funzione risponda altresì a certe condizioni.

Una condizione sufficiente è che i valori della funzione siano proporzionali ai valori della variabile. Nel nostro caso, essa comporterà che l'intensità degli errori sia proporzionale all'intensità delle circostanze perturbatrici.

Una condizione sufficiente più lata è che gli scostamenti dalla media aritmetica dei valori della funzione siano proporzionali agli scostamenti dalla rispettiva media aritmetica dei valori della variabile.

Quest'ultima condizione (e quindi anche la condizione precedente che in essa è compresa) si riconduce alla condizione (che indicheremo con la lettera α) di una relazione lineare tra variabile e funzione, nel caso nostro tra intensità delle circostanze perturbatrici e intensità degli errori che ne risultano. Essa è sufficiente qualunque sia la distribuzione dei valori della variabile.

Quando poi la curva di frequenza della variabile sia simmetrica, sarà sufficiente una condizione ancora più lata (che chiameremo condizione β). Basterà, cioè, che la relazione sia uguale per scostamenti simmetrici della variabile, pur potendo tale relazione non essere lineare e potendo anche risultare diversa per diversi valori della variabile. Nel caso nostro, tale condizione comporterà che due modalità della circostanza perturbatrice, che divergono in senso opposto, ma nella stessa misura, dalla media aritmetica

di detta circostanza, determinino perturbazioni di segno contrario, ma della stessa intensità.

Quando poi, non solo la distribuzione della variabile, ma anche quella della funzione siano simmetriche o, più in generale, quando, sia per la variabile che per la funzione, la media aritmetica coincida con la mediana, sarà sufficiente la condizione, ancora più lata (che chiameremo condizione γ) che vi sia tra i valori della variabile e quelli della funzione una relazione monotona, vale a dire che, col crescere del valore della variabile, cresca sempre, o viceversa sempre diminuisca, il valore della funzione.

Potremo chiamare la condizione α), *ipotesi della linearità della relazione ;* la condizione β), *ipotesi della simmetria della variabile e delle relazioni tra gli scostamenti* e la condizione γ), *ipotesi della monotonia della relazione e della coincidenza tra mediana e media aritmetica.*

È importante tener presente che, sia nel caso della condizione α) che nel caso della condizione β) si tratta di relazioni statistiche e non di relazioni funzionali ; in altre parole, basta che sia lineare (nel caso della condizione α) o simmetrica (nel caso della condizione β) la relazione tra valori della variabile e corrispondenti valori medi della funzione, non occorre invece che lo sia la relazione tra valori della variabile e singoli valori della funzione. Nel caso della condizione γ), invece, sarebbe a rigore necessario che la relazione monotona fosse una relazione funzionale, e non una relazione soltanto statistica, almeno intorno ai valori medi ; ma, in pratica, anche in questo caso, una relazione statistica può risultare sufficiente.

È appena necessario rilevare che si tratta di condizioni non necessarie, ma solo sufficienti. Molte altre ipotesi si possono pensare, verificandosi le quali il valore probabile della funzione risulta $= 0$ quando il valore probabile della variabile è $= 0$. Ma le ipotesi sopra enunciate meritano particolare considerazione per la loro semplicità.

* * *

Quando il valore probabile delle circostanze perturbatrici accidentali è $= 0$, la media aritmetica dei valori di tutte le circostanze accidentali o sistematiche, sotto la cui influenza si svolge il fenomeno, si può ritenere uguale, in un numero sufficiente di osservazioni, alla

media aritmetica dei valori della circostanza sistematica (o del gruppo di circostanze sistematiche), di cui si vogliono studiare gli effetti. D'altra parte, se è $= 0$ anche il valore probabile degli effetti delle circostanze accidentali, la media aritmetica degli effetti di tutte le circostanze accidentali o sistematiche, sotto la cui influenza si svolge il fenomeno, è pure, in un numero sufficientemente grande di osservazioni, da ritenersi uguale alla media aritmetica degli effetti della circostanza sistematica (o del gruppo di circostanze sistematiche) di cui si vogliono studiare gli effetti.

Quando, essendo $= 0$ il valore probabile delle circostanze accidentali, è, nello stesso tempo, $= 0$ il valore probabile dei loro effetti — ossia in pratica, quando si verifica una delle condizioni $\alpha)$, $\beta)$, $\gamma)$ — potremo dunque dire che vi è corrispondenza tra la media aritmetica delle circostanze sistematiche o accidentali sotto la cui influenza si svolge il fenomeno e la media aritmetica delle intensità del fenomeno che ne risultano.

Si può osservare che, quando si verifica una delle condizioni $\alpha)$, $\beta)$, $\gamma)$, vi è sempre, come facilmente ci si persuade, corrispondenza tra la media aritmetica della variabile e la media aritmetica della funzione, e ciò qualunque sia la natura della variabile e della funzione ; non solo quindi nel caso in cui la variabile è rappresentata in tutto o in parte da circostanze accidentali, ma anche nel caso in cui essa è rappresentata unicamente da circostanze sistematiche.

Queste considerazioni mostrano che il principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali può riguardarsi come un caso particolare del *principio della corrispondenza tra le medie aritmetiche*, secondo il quale la media aritmetica della funzione corrisponde alla media aritmetica della variabile. Nel caso particolare che la media aritmetica dei valori osservati sia una *media oggettiva* o *sub-oggettiva* [1], si rientra nel caso del principio della compensazione degli effetti delle circostanze accidentali.

---

(1) Le medie si distinguono usualmente in due categorie : *A*) *soggettive*, e *B*) *oggettive*.

Nelle medie oggettive (*A*), si vuol misurare una grandezza che esiste obbiettivamente e sola esiste obbiettivamente, nel senso che i vari termini della serie non sono che misure soggettive approssimate di tale grandezza, come quando si fa la media delle altezze ottenute per una torre in successive misurazioni. Nelle medie soggettive (*B*), invece, a ogni termine della serie corrisponde una grandezza obbiettivamente esistente, come

Il principio della corrispondenza tra le medie si applica sovente, pur nel caso di medie soggettive, in altre fasi della metodologia statistica ad altri scopi, oltre che in quella dell'osservazione per grandi masse allo scopo di eliminare l'influenza delle circostanze

---

quando si fa la media delle stature di una popolazione o dell'altezza delle case di una città.

Tra le medie soggettive, si possono successivamente distinguere (cfr. *Appunti di statistica*, Padova, 1914, pagg. 391-392 e Roma, 1930-31, pag. 210, e *Curso de Estadistica*, Editorial Labor, Barcellona, pag. 89) due sottocategorie B_1) e B_2).

Nelle medie della sottocategoria B_1) i vari termini, pur avendo esistenza obbiettiva, si riguardano tutti come manifestazioni perturbate di una grandezza unica, che trova anch'essa riscontro in qualche cosa di obbiettivamente esistente e che la media tende appunto a misurare, come avviene per le stature di una popolazione omogenea, che si riguardano come manifestazioni di una statura razziale dipendente dalle proprietà del gene, manifestazioni che restano perturbate dagli effetti del clima, dell'alimentazione, dell'esercizio fisico, ecc. Nelle medie della sotto categoria B_2), invece, i vari termini sono considerati di per sè, indipendentemente dalle loro cause, e la media altro non è che un indice dell'intensità del fenomeno collettivo, che risponde a certe proprietà formali, caratteristiche della particolare media considerata, come quando si determina la ricchezza media di una popolazione. Le medie soggettive della sottocategoria B_1 si possono chiamare *sub-oggettive*, riservando a quelle della sottocategoria B_2 la denominazione di *soggettive in senso proprio*. Le medie sub-oggettive hanno questo in comune con le medie oggettive della categoria A, che i termini si riguardano come modificazioni perturbate di qualche cosa che trova riscontro nella realtà obbiettiva, e perciò possono, da molti punti di vista, essere considerate congiuntamente nella trattazione delle manifestazioni degli errori accidentali. Però, nelle medie oggettive, questo qualchecosa è tutto ciò che obbiettivamente esiste (nel nostro esempio, l'altezza della torre), mentre nulla di obbiettivamente diverso esiste in corrispondenza ai vari termini della serie (nel nostro esempio, in corrispondenza dei vari risultati delle nostre determinazioni di tale altezza). Nelle medie sub-oggettive, invece, corrispondono ad una realtà oggettiva anche tutti i termini della serie (nel nostro esempio, le stature di tutti i singoli individui). Oltre a ciò, nelle medie oggettive, ciò che si vuole misurare è proprio ciò che obbiettivamente esiste (l'altezza della torre), mentre, nelle medie sub-oggettive, ciò che si vuole misurare è solo una manifestazione di ciò che esiste, manifestazione corrispondente a certe condizioni che possono anche essere puramente ipotetiche (così, ciò che si vuol misurare non è il gene, che esiste, ma la statura che il gene darebbe nelle condizioni di temperatura media, di alimentazione media, di esercizio fisico medio, ecc. e che può anche non trovare obbiettivamente riscontro in nessun caso concreto.

perturbatrici a carattere accidentale. E spesso non si avverte il carattere ipotetico delle applicazioni. Ciò avviene, ad esempio, tutte le volte che, per esaminare le relazioni che intercedono tra le intensità di due caratteri (per esempio, tra ricchezza e mortalità) si esaminano le relazioni che intercedono tra le medie delle intensità che i due caratteri assumono in gruppi di casi. Così, allo scopo di determinare la relazione che intercede tra la ricchezza (o altro indice economico) e la mortalità o la natalità o l'accrescimento naturale (o altro carattere demografico), si determina spesso la relazione tra la ricchezza media e la intensità media della mortalità o natalità o accrescimento naturale dei vari quartieri di una città. Occupandomi della questione molti anni fa, ho avuto occasione di far rilevare come la relazione così stabilita sarebbe in realtà esatta nell'ipotesi di proporzionalità, ma potrebbe anche non esserlo quando questa ipotesi non si verificasse (1). In generale può dirsi che, per che relazioni consimili siano esatte, è necessario che possa applicarsi il principio della corrispondenza tra le medie, di cui sopra abbiamo messo in evidenza le condizioni sufficienti.

* * *

È importante di mettere in luce, come, sia nel caso di medie oggettive, sia in quello di medie soggettive, non sempre la condizione α) o la β) o la γ) si verifichi. Si deduce che l'applicazione del principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali o di quello, più generale, della corrispondenza tra le medie aritmetiche, che sta alla base di tanti metodi statistici, non è per sè stessa legittima. Per che essa sia legittima, converrà di caso in caso esaminare se vi è ragione di ritenere che si verifichi la condizione α) o la β) o la γ), se non esattamente, almeno con l'approssimazione richiesta dalla natura delle ricerche. Vero è, che, anche qualora nessuna di queste condizioni si verifichi, non si potrà perciò escludere che l'applicazione del principio in parola possa portare a conclusioni esatte, potendosi verificare qualche ipotesi più complicata, che renda l'applicazione di tale principio legittima, ma, finchè non si sia dimostrato che tale ipo-

(1) Cfr. *Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza*, in « Giornale degli Economisti », gennaio, 1909, § VI.

tesi più complicata risponda a realtà, l'applicazione del principio non sarà giustificata.

* * *

Cominciamo dalla condizione α) che implica la linearità della relazione tra variabile e funzione e consideriamo, separatamente, il caso delle medie soggettive, prima, e quello delle medie oggettive, poi.

Nel caso delle medie soggettive, la variabile e la funzione possono essere due fenomeni qualsiasi, ed è ovvio che non vi è alcuna ragione a priori per presumere che tra due fenomeni qualsiasi interceda una relazione lineare. La questione deve essere decisa sperimentalmente di caso in caso. Tra alcuni fenomeni si è trovato che effettivamente sussiste, con approssimazione sufficiente per le esigenze della ricerca, una relazione lineare. Tale è il caso per le relazioni tra i caratteri fisici dell'uomo, cosicchè la concezione dell'uomo medio è risultata accettabile [1]. Ma è risultata accettabile, in quanto è stata dimostrata la linearità di tali relazioni. Prima, come è noto, la concezione era stata contestata e il fatto che le obbiezioni siano risultate poi infondate, non toglie che, da un punto di vista teorico, esse si fossero presentate con apparenza di legittimità.

Nel caso delle medie oggettive, la variabile consiste in una causa di errore e la funzione nell'errore stesso. Vi è una ragione *a priori* perchè l'errore sia proporzionale all'intensità della sua causa ? Io non vedo, in via generale, tale ragione e vedo invece delle ragioni perchè, in alcuni casi particolari, la proporzionalità ci sia e in altri casi non ci sia. Le oscillazioni accidentali, ad esempio, che subisce un canocchiale con cui si osserva l'altezza di una stella sull'orizzonte, porta, nella determinazione di tale altezza, ad errori proporzionali all'intensità delle dette oscillazioni. Ma, se, invece, con lo stesso canocchiale si vuole osservare l'altezza da

---

(1) Cfr. la nostra nota *Sull'utilità delle rappresentazioni grafiche*, in « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », febbraio 1914, e la memoria *Delle relazioni tra le intensità cograduate di due caratteri*, in « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti » (seduta del 25 febbraio 1917), Venezia, Tomo LXXVI, Parte II, dove l'argomento è trattato compiutamente. Vedi anche, in proposito, pagg. 196 e 197.

terra di un punto collocato su una parete perpendicolare, una certa oscillazione del canocchiale verso l'alto non determina un errore della stessa intensità che la stessa oscillazione verso il basso, salvo nel caso particolare che il punto si trovi alla stessa altezza dell'occhio dell'osservatore.

In conclusione, nel caso delle medie soggettive, come nel caso delle medie oggettive, la condizione della linearità della relazione non può ammettersi *a priori* in via generale, ma deve essere di caso in caso dimostrata.

* * *

Passiamo a considerare la condizione β), la quale risulta da due subcondizioni : la subcondizione β_1) della simmetria di distribuzione della variabile e la subcondizione β_2) della simmetria delle relazioni tra variabile e funzione. E incominciamo dalla prima subcondizione.

Nel campo dei fenomeni fisici, la distribuzione della variabile è molto spesso simmetrica e di solito approssimativamente conforme alla curva di Gauss, e ciò si verifica spesso anche nel campo dei fenomeni biologici, ma molto meno spesso in quello dei fenomeni demografici e quasi mai nel campo dei fenomeni economici. La simmetria di distribuzione della variabile si potrà pertanto presumere, salvo particolari conoscenze, per i fenomeni fisici e anche, per quanto con minore attendibilità, per i fenomeni biologici ; ma dovrà invece venire di caso in caso dimostrata per i fenomeni demografici ed economici.

Anche nel campo dei fenomeni fisici o biologici, tale presunzione sarà però autorizzata solo quando il gruppo dei valori della variabile si estenda a tutto il campo di variazione ; quando, in altre parole, esso abbracci l'intera distribuzione. Senonchè, molte volte, il gruppo dei valori della variabile riguarda, invece, solo una sezione della distribuzione, la quale può risultare, e anzi, salvo casi particolari, risulta, asimmetrica anche quando la distribuzione complessiva dei valori della variabile sia simmetrica. Quello che conta, in questo caso, è la simmetria o dissimmetria di distribuzione del gruppo dei valori considerati, non di tutti i valori possibili della variabile. Così, se noi studiamo la relazione tra statura e mortalità, basandoci su la mortalità e la statura media di gruppi di individui classificati, ad esempio, secondo il quartiere della loro

abitazione o la professione od altro criterio, quello che importa sarà, non la simmetria o dissimmetria della distribuzione generale delle stature della popolazione considerata, ma la simmetria o dissimmetria delle distribuzioni particolari delle stature in ciascuno dei gruppi risultanti dalla classificazione eseguita.

Nel caso delle medie oggettive, la questione è più semplice. Gli errori accidentali delle grandezze estensive generalmente si distribuiscono, come è noto, secondo la curva di Gauss, almeno con l'approssimazione che in generale è sufficiente agli scopi pratici. Per ciò che concerne invece le grandezze intensive, che esprimono, cioè, delle frequenze, ciò si verifica solo se la probabilità elementare del fenomeno è $= \frac{1}{2}$ mentre la distribuzione è, in caso diverso, asimmetrica, e tanto più asimmetrica, quanto più la probabilità si allontana da $\frac{1}{2}$. Secondo che tale probabilità se ne allontana più o meno, secondo che è più o meno grande il numero di osservazioni su cui le singole frequenze sono basate, secondo che è maggiore o minore la precisione che si richiede ai risultati, si potrà o meno prescindere da tale asimmetria.

Ci resta da considerare la subcondizione β_2) relativa alla simmetria della relazione tra variabile e funzione.

Molti fenomeni vi sono che dipendono dall'altezza media di una determinata circostanza e non dalle sue oscillazioni e per i quali è da ritenersi che l'effetto di un dato scostamento in più nella circostanza in questione sia uguale per intensità e contrario per segno all'effetto di uno scostamento in meno della stessa intensità. Così, il reddito annuo di una persona dipende, tra l'altro, dalla media dei suoi guadagni professionali giornalieri; se un giorno guadagna di più e un altro guadagna di meno, ciò è come se nei due giorni guadagnasse una somma uguale alla media dei detti due guadagni giornalieri. Per chi voglia fare un lungo viaggio con mezzi propri (per esempio in automobile o a piedi) la durata del viaggio è la medesima se ogni giorno egli fa lo stesso percorso oppure se un giorno fa un percorso più lungo ed un altro un percorso di altrettanto più breve; sarà quindi indifferente se tutti i giorni egli camminerà lo stesso numero di ore o se un giorno si alzerà dopo e starà in viaggio di meno e un altro giorno si alzerà, di altrettanto, prima e starà in viaggio di più. Il Réaumur ha pensato che, per ogni specie vegetale, vi sia una data somma di temperature giornaliere, che risulterebbe necessaria per far sbocciare i suoi fiori, e i riscontri

eseguiti dal Quetelet hanno mostrato che tale ipotesi corrisponde ai fatti con buona approssimazione: ciò fa pensare che l'effetto di una temperatura in eccesso che si verifica in un giorno, resti corretta dall'effetto di una temperatura di altrettanto più bassa del livello normale che si verifichi in un altro giorno. Similmente, il rendimento del lavoro viene misurato dal risultato ottenuto in un periodo sufficientemente lungo, diviso per il numero delle ore lavorative impiegate, procedimento la cui validità suppone che il numero delle ore lavorative fatte in più in un giorno venga compensato, ai fini della produzione, dal numero delle ore lavorative fatte un altro giorno in meno. Ancora, l'alimentazione di un individuo si desume dal numero medio delle calorie sviluppate dagli alimenti ingeriti in un certo intervallo di tempo, per esempio un anno o, quanto meno, un mese, intendendosi con ciò, che, se un giorno egli mangia meno, l'effetto che ne risente resta compensato dal fatto che un altro giorno egli mangia di più.

Ciò non implica, naturalmente, che vi sia esatta proporzionalità tra i valori della variabile e della funzione e nemmeno che vi sia esatta proporzionalità tra i rispettivi scostamenti. Così non è detto che, se un giorno si mangia un poco più del solito, e un altro giorno si mangia ancora più del solito, in misura — poniamo — doppia, si guadagni in peso nel secondo giorno il doppio che nel primo; basterà che quanto si guadagna in peso il primo e il secondo giorno, sia uguale a quanto in peso si perde se in altri due giorni si mangerà altrettanto in meno in modo che sia soddisfatta la condizione della simmetria delle relazioni tra variabile e funzione. Ciò, naturalmente, si può ammettere, nel caso dell'alimentazione, solo in via approssimativa e solo entro certi limiti. Ed analogamente solo in via approssimativa e dentro certi limiti si può ammettere un'ipotesi consimile per il rendimento delle ore lavorative, per gli effetti della temperatura sulla maturazione dei frutti, e via dicendo. Per ciò che riguarda, ad esempio, la temperatura, il Quetelet ha riscontrato che approssimazioni alquanto migliori sopra la data della fioritura delle piante si ottengono ammettendo che sia una costante per ogni pianta, non la somma delle temperature giornaliere, ma la somma dei loro quadrati [1]. Ciò

(1) Cfr. le citate *Lettres sur la théorie des probabilités*, ecc. Tutta la lettera 23ª, che ha per titolo *Suite de l'étude des causes. Floraison*, è dedicata a questa interessante questione. Ivi sono anche citati i lavori del Réaumur e di altri autori, precedenti o contemporanei del Quetelet.

che è essenziale è che l'approssimazione e i limiti entro cui la condizione è valida siano tali che i risultati abbiano un grado di precisione compatibile con le esigenze della ricerca.

Molte volte, però, la relazione tra la variabile e la funzione non presenta il requisito della simmetria, ma solo quello della monotonia; la relazione, in altre parole, è uniforme per verso, nel senso che a valori crescenti della variabile fanno riscontro, nel caso di relazione positiva, valori crescenti oppure, nel caso di relazione negativa, valori decrescenti della funzione.

Può aversi tuttavia corrispondenza fra le medie aritmetiche della variabile e della funzione, purchè si verifichi allora la condizione γ) che passiamo a considerare.

* * *

La condizione γ) comporta che, oltre ad una relazione monotona tra i valori della variabile e della funzione, vi sia coincidenza, sia per la variabile che per la funzione, tra media aritmetica e mediana. Tale coincidenza si può verificare anche qualora la distribuzione dei valori sia asimmetrica, ma si verifica sempre quando la distribuzione sia simmetrica.

La condizione γ) si verifica in particolare per i caratteri fisici dell'uomo i quali, da una parte, come è stato dimostrato dal Quetelet, si distribuiscono approssimativamente secondo la legge di Gauss e, dall'altra, come è di osservazione comune, crescono di conserva quando si tratta di misure assolute, e talvolta crescono di conserva, tale altra invece variano regolarmente in modo inverso quando si tratta di misure relative. Esempio del primo caso è la relazione tra rapporto degli arti al tronco e statura; del secondo, la relazione tra indice toracico e statura. E stato appunto in base al verificarsi della condizione γ) che fu dimostrata per la prima volta l'accettabilità della concezione dell'uomo medio [1], mentre solo successivamente se ne è data un'altra dimostrazione in base al verificarsi della condizione α) [2].

---

(1) Cfr. la prolusione su *L'uomo medio*, con cui, nel 1913, ho iniziato il corso di Statistica alla R. Università di Padova. La prolusione venne anche riprodotta in « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica » del gennaio 1914.

(2) Nel numero successivo (febbraio 1914) della stessa rivista. Cfr. nota (1) a pag. 192.

È da avvertirsi, anche a proposito della monotonia della relazione, ciò che si è già avvertito a proposito della simmetria, che talvolta, cioè, essa si avvera solo entro certi limiti: così, non è detto che l'aumento della forza col crescere della statura e del peso si verifichi anche per le stature e per i pesi estremamente alti che rientrano nel campo del patologico, ma simili eccezioni non hanno importanza se i limiti entro i quali vale la monotonia della relazione sono solo di rado oltrepassati. E deve pure farsi presente che anche la coincidenza tra media aritmetica e mediana non occorre che si verifichi rigorosamente, ma solo con l'approssimazione compatibile con la natura della ricerca.

Non sempre, però, la relazione tra variabile e funzione è tale che la corrispondenza della media aritmetica alla mediana si verifichi, sia pure approssimativamente, per la funzione quando si verifica per la variabile. Così il consumo di combustibile di un piroscafo cresce molto più che proporzionalmente alla velocità raggiunta, in modo tale che, se al consumo mediano corrisponde il consumo medio aritmetico, la velocità mediana non corrisponde alla media aritmetica delle velocità.

È noto come il Quetelet avesse formulata una relazione tra statura e peso, secondo la quale i pesi sarebbero cresciuti col quadrato delle stature [1]. Se tale relazione avesse corrisposto a realtà, la media aritmetica dei pesi sarebbe stata superiore al peso mediano, e un uomo medio per statura e per peso, sarebbe risultato un essere mostruoso, come i critici del Quetelet avevano fatto rilevare [2]. Se la concezione dell'uomo medio è risultata accettabile, ciò è perchè in realtà la relazione tra peso e statura è risultata, con sufficiente approssimazione, lineare [3].

Molte volte, però, la relazione che esiste tra variabile e funzione non è monotona.

---

(1) Cfr. *Physique sociale*, op. cit., Tomo II, pagg. 92 e 97. In opere successive, il Quetelet non insisteva più su tale legge. Vedi, in proposito, la memoria citata *Delle relazioni tra le intensità cograduate di due caratteri*, nota a pag. 1158.

(2) Particolarmente L. A. Bertillon (cfr. « Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales », articolo *Moyenne*) e A. Messedaglia (cfr. « Biblioteca dell'Economista », Serie V, Vol. XIX, pagg. 24-25 e 409-410).

(3) Vedi, in proposito, la citata memoria *Delle relazioni*, ecc., dove sono anche calcolate le approssimazioni che si ottengono sia in base alla relazione lineare, sia in base alla relazione suindicata, suggerita dal Quetelet.

Vi è invero, tutta un'ampia categoria di fenomeni per cui gli scostamenti positivi e negativi dalla media hanno un effetto analogo, l'effetto cioè di abbassare il valore della funzione, il cui massimo corrisponde, pertanto, non al massimo, ma alla media aritmetica della variabile o ad un valore che ad essa si avvicina. Tale è il caso per tutti quei fenomeni per cui la media rappresenta un *optimum* ; è in considerazione appunto di tali fenomeni che si parla di « *aurea mediocritas* » e si afferma « *in medio stat virtus* ». L'altitudine, la latitudine, la temperatura, l'umidità, l'esercizio fisico presentano, per la salute umana, un *optimum* che risponde ad un'intensità intermedia del fenomeno e, rispetto alla quale, gli eccessi o i difetti rappresentano degli inconvenienti. Analogamente, nel tiro al bersaglio o alla caccia, gli effetti degli errori in un senso, non sono punto compensati dagli effetti degli errori in senso opposto, ma gli uni come gli altri portano allo stesso risultato, risultato che il centro non si colpisce o la selvaggina scappa. In casi come questi, lo scostamento, che il valore della funzione presenta per effetto dello scostamento del valore della variabile, è indipendente dal segno dello scostamento della variabile.

In altri casi, gli errori in un senso nella variabile restano senza effetto sui valori della funzione, mentre gli errori in senso opposto esercitano un'influenza, che talvolta è anche indipendente dalla loro intensità. Tale è il caso per gli errori di tempo che si commettono nell'arrivare alla stazione da parte del viaggiatore che deve prendere il treno ; gli anticipi restano senza effetto, mentre i ritardi, in un paese in cui i treni partono in orario, hanno tutti lo stesso effetto, quello cioè di far perdere la corsa. In generale, come abbiamo già osservato, per chi compie un viaggio con mezzi propri, gli anticipi o ritardi nell'ora di alzata si compensano, ma, per chi compie il viaggio con mezzi altrui, la cosa è ben diversa, poichè gli anticipi non gli fanno guadagnare nulla di quello che i ritardi gli possono aver fatto perdere.

Vi sono, naturalmente, casi in cui le relazioni tra variabile e funzione sono più complicate.

Spesso l'*optimum* non è rappresentato dalla media, ma da un valore che decisamente se ne discosta verso il massimo o verso il minimo. Vi può essere una relazione monotona, in un certo verso, tra variabile e funzione fino ad un dato limite, oltrepassato il quale la relazione si inverte : tale risulta la relazione tra indice costituzionale e fecondità in alcune popolazioni. Altre volte gli

errori compiuti in un certo senso non hanno influenza sul risultato, finchè sono compresi entro dati limiti, mentre hanno influenza, qualunque sia la loro intensità, se si compiono in senso contrario : così, sparando a un capo di selvaggina che corre su terreno sodo, un errore della mira non ha influenza, se avviene verso il basso ed è contenuto entro un certo limite, perchè i pallini colgono l'obbiettivo di rimbalzo, mentre porta a sbagliare il colpo se avviene verso l'alto.

Molte volte la relazione tra variabile e funzione non è identica per tutti gli individui e può anzi, verificarsi, per individui diversi, in senso opposto. Così, l'alta temperatura ha effetti dannosi sulla mortalità dei bambini e favorevoli su quella dei vecchi ; così, un intenso esercizio fisico irrobustisce gli organismi sani, mentre può riuscire fatale ai malaticci ; così, le stesse condizioni di ambiente possono esercitare influenze diversissime sui vari individui secondo la loro costituzione genetica. Avremo occasione di ritornare più innanzi su quest'ultimo punto.

Sinora, abbiamo considerato l'influenza che sui valori della funzione esercitano le altezze dei valori corrispondenti della variabile, indipendentemente dalle relazioni in cui tali valori stanno coi valori che li hanno preceduti o seguiti ; ma, in taluni casi, assumono pure importanza, e talvolta importanza preminente, le differenze fra valori successivi della variabile, indipendentemente dalle loro altezze assolute. Così, il tempo che, in una corsa ciclistica, esige una tappa di una certa lunghezza, dipende, non tanto dal livello medio della strada, quanto dai suoi successivi dislivelli. Similmente, l'influenza che la temperatura esercita sulla salute degli individui, sembra dipendere in modo decisivo, oltre che dalla sua altezza media, dalle oscillazioni che essa presenta, le quali riuscirebbero normalmente utili se contenute entro certi limiti, mentre diventerebbero pericolose quando questi limiti vengono oltrepassati.

* * *

Volendo riassumere i risultati delle considerazioni finora esposte, diremo che l'influenza che gli errori, e più in generale gli scostamenti, della variabile esercitano sulla media dei corrispondenti valori della funzione, risulta diversa secondo i casi.

In molti casi, l'influenza degli errori positivi e quella dei negativi della variabile si compensano, cosicchè il valore medio della funzione non ne resta alterato. Tale è il caso quando i valori della funzione risultano proporzionali a quelli della variabile o quando gli scostamenti dei valori della funzione dalla loro media aritmetica risultano proporzionali agli scostamenti dei valori della variabile o, anche senza che si verifichi tale proporzionalità, quando la relazione tra variabile e funzione è simmetrica per gli errori positivi e negativi, purchè in questo caso sia simmetrica la distribuzione dei valori della variabile, o, ancora, quando la relazione tra variabile e funzione è monotona, purchè in questo caso la media aritmetica coincida con la mediana, tanto per la variabile che per la funzione.

Molte volte, però, mentre la relazione tra variabile e funzione è monotona, la mediana non coincide con la media aritmetica, o nella distribuzione della variabile o in quella della funzione o in entrambe, e allora la media della funzione non corrisponde alla media della variabile, ma ne resta al disopra o al disotto a seconda che la media eccede su la mediana in misura maggiore o in misura minore nella distribuzione della funzione o in quella della variabile. La compensazione degli effetti degli errori positivi o negativi avviene in tal caso solo parzialmente.

Vi è poi un gran numero di relazioni, in cui tra variabile e funzione non intercede una relazione monotona, ma la funzione cresce al crescere della variabile fino ad un certo punto, che spesso corrisponde alla media aritmetica o a questa si avvicina, per poi diminuire. In tal caso, gli errori o scostamenti della variabile, rispetto a tale valore intermedio, lungi dal compensarsi, si sommano nei loro effetti. L'effetto degli errori o scostamenti della variabile è, in tal caso, di abbassare il valore della funzione.

Infine, vi sono casi in cui le oscillazioni dei valori della variabile hanno importanza di per sè, indipendentemente dal livello assoluto di ciascun valore, ed in tal caso simili oscillazioni hanno per effetto, in alcuni casi, di innalzare, almeno finchè esse siano contenute entro certi limiti, in altri casi, di abbassare, il valore della funzione in confronto a quello che corrisponde al valore medio della variabile.

L'applicazione, nel caso delle medie soggettive, del principio della compensazione degli effetti delle circostanze accidentali, e più in generale l'applicazione del principio della corrispondenza

tra le medie della variabile e della funzione, possono pertanto ammettersi solo per alcune categorie di fenomeni che soddisfano particolari condizioni, condizioni che devono, pertanto, venire di volta in volta debitamente accertate.

* * *

Nella precedente trattazione, noi abbiamo sempre supposto di conoscere che le circostanze perturbatrici di cui si vuole eliminare l'influenza abbiano carattere accidentale, cioè che il loro valore probabile sia $= 0$.

Dovremmo concluderne che, quando non è sicuro che si verifichi tale condizione — e tanto più quando è sicuro che essa non si verifichi — si deve rinunziare a sceverare i loro effetti dall'effetto della circostanza sistematica che interessa studiare ?

La questione — si avverta — si pone solo nel caso di medie oggettive, perchè, nel caso di medie soggettive, le circostanze perturbatrici vengono considerate come scostamenti da una condizione intermedia corrispondente alla loro media aritmetica e quindi, per ipotesi, il loro valore probabile è $= 0$.

La risposta alla questione è, in ogni modo, negativa.

Effettivamente, come è possibile che il valore probabile degli effetti delle circostanze perturbatrici sia $\neq 0$, quando è invece $= 0$ il valore probabile di dette circostanze, così è possibile che sia $= 0$ il valore probabile di detti effetti quando è $\neq 0$ il valore probabile delle circostanze perturbatrici che li determinano. Ora, ciò che in definitiva interessa, è che sia $= 0$ il valore probabile degli effetti delle circostanze perturbatrici, in modo che si possa ritenere che, in un gran numero di osservazioni, tali effetti restino eliminati dalla media aritmetica. Se, nelle pagine precedenti, noi abbiamo cercato di risolvere tale questione partendo dal valore probabile delle circostanze perturbatrici, ciò è stato perchè molte volte noi siamo in grado di asserire che il carattere di tali circostanze è accidentale, mentre non siamo in grado di fare analoga affermazione relativamente ai loro effetti. Ma, molte altre volte, noi abbiamo cognizioni sufficienti per fare analoga affermazione relativamente ai loro effetti, e, in tale caso, sarebbe fuori di luogo preoccuparsi della natura delle cause perturbatrici e del loro valore probabile.

Per che si possa affermare che il valore probabile degli effetti delle circostanze perturbatrici è = 0, due cognizioni sono sufficienti: l'una, quella della distribuzione dei valori che risentono di tali effetti; l'altra, quella dell'*origine* di tali effetti, vale a dire del valore osservato a cui corrisponde un effetto nullo, valore dal quale conviene partire per misurare gli effetti in questione. Ora, non si può, in molti casi, far corrispondere tale origine alla moda o valore di massima frequenza? Basterà per ciò ammettere che gli effetti determinati dalle circostanze perturbatrici che agiscono in un dato senso sieno tanto meno frequenti, quanto più sono intensi. Ammessa tale ipotesi, ne discende un'altra condizione (che chiameremo condizione δ) sufficiente per che si verifichi la compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici: basterà che sia = 0 il valore probabile degli scostamenti dalla moda, o, in altre parole, basterà che la media aritmetica delle quantità osservate sia tipica; basterà che sia tipica, non nel senso ristretto, che alcuni attribuiscono a tale termine, di media aritmetica di una distribuzione normale, ma nel senso più largo di media aritmetica che corrisponde alla moda.

Potremmo chiamare la condizione δ): *condizione della media aritmetica tipica e della relazione inversa tra frequenza ed intensità degli errori.*

Il verificarsi di questa condizione permette di affermare che gli errori si compensano, sia che essi dipendano da circostanze perturbatrici che hanno carattere accidentale — ciò che si può avverare quando si tratta di medie oggettive e si avvera sempre (per definizione) quando si tratta di medie soggettive; sia che essi dipendano da circostanze perturbatrici che non hanno carattere accidentale — ciò che si può avverare nel caso di medie oggettive. La condizione δ è quindi valida in ogni caso, ma, in pratica, la sua applicabilità è molto diversa nel caso di medie oggettive e nel caso di medie soggettive, come passiamo a mostrare.

È necessario insistere, a tale proposito, sul fatto che il solo carattere tipico della media aritmetica non basta a far pensare che gli errori si compensino; è necessario anche ammettere che gli errori in un dato senso siano tanto più frequenti, quanto meno sono intensi, cosicchè la media aritmetica tipica corrisponda ad un errore nullo. Ciò avverrà quando, da una parte,

le cause perturbatrici più forti che agiscono in una data direzione, sieno meno frequenti delle cause perturbatrici più deboli e, dall'altra, a cause perturbatrici di diversa intensità, che agiscono in una data direzione, corrispondano errori pure di diversa intensità (in altre parole, vi sia corrispondenza biunivoca tra intensità delle cause perturbatrici che agiscono in un dato senso e intensità degli errori rispettivi).

Tale può ritenersi sia il caso per gli errori di osservazione. A buon diritto dunque si ritiene che gli errori di osservazione si compensino, anche senza nulla conoscere circa la distribuzione delle loro cause; la media aritmetica tipica delle quantità osservate può quindi fondatamente essere assunta in tal caso come valore attendibile della quantità da osservare.

Ma tale non è il caso per le medie aritmetiche tipiche soggettive. Per esempio, la media aritmetica delle stature di una determinata popolazione è tipica, cioè corrisponde, almeno approssimativamente, alla moda. Non mancano statistici [1] che, seguendo il Quetelet ritengono che essa fornisca l'intensità razziale della statura indipendentemente dall'influenza delle circostanze perturbatrici del clima, della nutrizione, dell'esercizio fisico, della ricchezza e via dicendo; ma la conclusione non è logicamente autorizzata. Le distribuzioni di alcune almeno tra queste circostanze perturbatrici sono fortemente asimmetriche, cosicchè, per dette circostanze, le cause di perturbazione, che agiscono in un dato senso, non si possono ritenere più frequenti quanto più sono lievi. Potrebbe darsi pertanto che le combinazioni più frequenti

---

(1) In tal senso si è espresso recentemente il Boldrini (cfr. *La media aritmetica subbiettiva tipica*, « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », maggio-giugno 1940). Egli crede di trovare la prova della sua tesi nelle esperienze del Johannsen, le quali hanno dimostrato che i caratteri acquisiti da certe piante sotto l'influenza dell'ambiente non si ereditano, cosicchè i prodotti di genitori appartenenti a linee pure (vale a dire genotipicamente uguali), riproducono la distribuzione dei caratteri che presenta la generazione precedente. Ma, in realtà, le esperienze del Johannsen, importanti da altri punti di vista, non dimostrano nulla in tal senso. La permanenza delle distribuzioni nelle due generazioni prova solo che permangono attraverso le due generazioni, non solo il patrimonio genotipico, che, secondo quanto si presume, dovrebbe dar luogo, in ambiente uniforme, a prodotti identici, ma anche quel complesso di svariate condizioni ambientali, da cui i prodotti risultano invece differenziati.

degli errori che ne derivano non dessero luogo ad un errore globale nullo e quindi che la statura più frequente, pure corrispondendo alla media aritmetica, non corrispondesse alla statura per cui è nulla l'influenza delle cause perturbatrici [1].

---

(1) Si potrà osservare che il Quetelet e i suoi seguaci ammettono bensì che la media aritmetica tipica fornisca l'intensità del fenomeno indipendentemente dall'influenza delle circostanze perturbatrici, ma all'espressione « media aritmetica tipica » attribuiscono il significato di « media aritmetica di una distribuzione normale », non quello più lato di « media aritmetica che corrisponde alla moda ».

L'osservazione è formalmente appropriata ; ma l'asserzione che la media aritmetica di una distribuzione normale fornisca il valore del fenomeno che si verificherebbe all'infuori dell'intervento delle circostanze perturbatrici non è, neppure essa, dimostrata, e tutto fa credere anzi che essa sia infondata, almeno fin tanto che ci si riferisca alle distribuzioni approssimativamente normali che si incontrano nella pratica.

Non è escluso infatti che l'influenza combinata di più circostanze perturbatrici dia luogo ad una distribuzione approssimativamente normale, ma che il valore probabile dei loro effetti sia diverso da zero, così che la media aritmetica della distribuzione non corrisponda al valore che si sarebbe osservato qualora non fossero intervenute le circostanze perturbatrici.

Valga a persuadercene un esempio.

Nella tavola seguente, la col. 2 dà le frequenze empiriche di un fenomeno le cui intensità x sono indicate nella colonna 1. Nella colonna 3 sono indicate le frequenze teoriche y ottenute interpolando, col metodo

Classi di intensità di x	Frequenze empiriche γ	Frequenze teoriche y	Differenze $y-\gamma$	Circostanze perturbatrici			
				W		Z	
				Intensità	Frequenze	Intensità	Frequenze
1	2	3	4	5	6	7	8
sotto 1	0 —	3,9	+ 3,9	2	20,9	1	15,2
1–4	7,9	11,1	+ 3,2	4	62,6	2	30,3
4–7	42,5	31,1	— 11,4	6	208,6	3	45,5
7–10	69,5	69,2	— 0,3	8	125,2	4	75,7
10–13	119,5	122,4	+ 2,9	10	104,3	5	151,5
13–16	162,4	171,8	+ 9,4	12	93,9	6	227,3
16–19	206,6	191,6	— 15,0	14	83,4	7	303,0
19–22	166,5	169,6	+ 3,1	16	75,0	8	121,2
22–25	112,3	119,2	+ 6,9	18	62,6	9	30,3
25–28	69,1	66,6	— 2,5	20	52,1		
28–31	29,7	29,5	— 0,2	22	41,7		
31–34	10,5	10,4	— 0,1	24	31,3		
34–37	2,9	2,9	0,0	26	20,9		
37–40	0,6	0,6	0,0	28	10,4		
sopra 40	0 —	0,1	+ 0,1	30	8,3		
				32	0,8		
	1000 —	1000 —			1000 —		1000 —

* * *

Ci si potrà domandare perchè noi abbiamo trattato della condizione δ) separatamente dalle condizioni α), β), γ), considerate in precedenza.

---

dei momenti, le frequenze empiriche con una curva normale, data dall'equazione

$$y = 193{,}43\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-17{,}416}{6{,}186}\right)^2}.$$

Le differenze tra le frequenze empiriche e le teoriche, indicate nella colonna 4, risultano irregolari per intensità e per segno, e non sono molto intense. Per la distribuzione empirica, si ha: media aritmetica = 17,416, mediana 17,43 e la moda si può far corrispondere al centro della classe 16-19 e porre quindi = 17,5. Per la distribuzione teorica, è media aritmetica = moda = mediana = 17,416. Non vi ha dubbio che in pratica la distribuzione alla col. 2 verrebbe giudicata come normale.

La distribuzione alla col. 2 è stata però ottenuta supponendo: *a*) che l'intensità del fenomeno sia soggetto all'influenza di due circostanze perturbatrici W e Z, l'una indipendente dall'altra, le cui intensità e rispettive frequenze sono indicate alla col. 5-6 e 7-8; *b*) che l'influenza sul fenomeno considerato dalla circostanza perturbatrice W sia proporzionale alla sua intensità e quella della circostanza perturbatrice Z sia invece proporzionale al quadrato della sua intensità.

La formula che lega i valori del fenomeno X a quelli delle circostanze perturbatrici W e Z è

$$X = 0{,}5\, W + 0{,}2938\, Z^2$$

da cui si ricava

$$X = 16{,}58 + 0{,}5\,(W - 12) + 3{,}5256\,(Z - 6) + 0{,}2938\,(Z - 6)^2,$$

dove 12 indica la media aritmetica delle intensità di W e 6 la media aritmetica delle intensità di Z.

Per $Z = 6$ e $W = 12$ la formula si riduce a $X = 16{,}58$.

I valori di X, ottenuti in base a questa formula, sono stati poi raggruppati in classi con intensità di 3 unità, ricavandone le frequenze indicate alla col. 2.

Trovandosi di fronte alla distribuzione di cui alla col. 2, il Quetelet avrebbe detto che il valore del fenomeno che si sarebbe verificato, qualora non fossero intervenute le due circostanze perturbatrici sarebbe stato 17,416, mentre nella realtà esso sarebbe stato 16,58.

L'argomento è meritevole di trattazione teorica generale, che ho affidato al Dott. Tommaso Salvemini, assistente volontario all'Istituto di Statistica della R. Università di Roma, al quale sono pure dovuti i calcoli della esemplificazione suesposta.

Una prima ragione è che la condizione δ), come si è detto, si applica, nel caso di medie oggettive, a tutte le circostanze perturbatrici e non solo alle circostanze perturbatrici a carattere accidentale.

Una seconda ragione è che in realtà la condizione δ) non aggiunge nulla alle nostre cognizioni, perchè essa presuppone di sapere quel che dovrebbe far conoscere. Essa, però, offre il passaggio ad un altro principio che può affiancarsi a quello della compensazione degli errori accidentali nel giustificare l'impiego dei risultati delle rilevazioni di massa.

Che cosa, invero, ci si propone di determinare con la condizione δ) ? — La quantità osservata che corrisponde alle cause costanti.

Ma, d'altra parte, che cosa essa presuppone allo scopo di stabilire che il valore probabile degli errori è $= 0$? — Presuppone che le cause costanti corrispondano alla quantità osservata di massima frequenza. Dunque essa presuppone già di conoscere la quantità osservata che corrisponde alle cause costanti.

Per la validità della condizione δ) in realtà, l'essenziale non è che la media sia aritmetica tipica, ma che la media sia tipica. Spogliata da questo pleonasmo, la condizione δ) si può ridurre alla proposizione seguente: *il valore osservato di massima frequenza (o moda) corrisponde alla manifestazione delle cause costanti, purchè gli errori in un senso siano tanto più frequenti quanto meno sono intensi.*

Noi chiameremo questa proposizione: *principio della prevalenza delle cause costanti.*

Mentre il principio della compensazione degli errori accidentali porta all'uso della media aritmetica, il principio della prevalenza delle cause costanti porta all'uso della moda. La sua applicazione prescinde dalla forma della distribuzione delle grandezze osservate; prescinde da ogni cognizione sul carattere accidentale o meno delle cause perturbatrici, è solo subordinata all'ipotesi che gli errori piccoli sieno più frequenti dei grandi e tanto più frequenti quanto più sono piccoli. Abbiamo già visto come questa ipotesi sia senz'altro ammissibile nel caso di medie oggettive, ma come essa debba venire dimostrata nel caso di medie soggettive.

* * *

Il principio della prevalenza delle cause costanti è atto a giustificare l'impiego dei risultati che si ottengono dalle rilevazioni statistiche anche in casi in cui tale impiego non può essere giustificato in base al principio della compensazione degli errori accidentali. Le ipotesi a cui la sua applicazione è subordinata sono, invero, molto più late e quindi più facilmente ammissibili. D'altra parte, però, il principio della compensazione degli errori accidentali ha il vantaggio che la media aritmetica, a cui esso conduce, risente meno, in confronto alla moda, a cui conduce il principio delle cause costanti, l'influenza del numero limitato delle osservazioni e, quand'anche il suo errore probabile non sia trascurabile, questo si può in ogni modo determinare, mentre non si sa ancora determinare l'errore probabile della moda.

Determinare l'errore probabile della moda, costituirebbe, a mio modo di vedere, un importante contributo alla metodologia statistica.

* * *

Abbandonando per un momento il terreno statistico per quello sociologico, è da osservare che il principio della prevalenza delle cause costanti assume importanza, non solo nella metodologia statistica, ma anche nella vita pratica.

È con esso che si spiega come la eterogeneità di vedute, i contrasti di ideali, gli antagonismi e le divergenze nell'azione quotidiana, che in certi paesi fanno sì che non vi siano, si può dire, due persone che marcino d'accordo, non costituiscono tuttavia un ostacolo insormontabile alla riuscita di programmi anche complessi e difficili, quando questi siano attuati con mano ferma da una volontà tenace. Io ho avuto occasione di farne personale esperienza, quando mi sono trovato a dirigere spedizioni scientifiche in paesi quali il Messico o la Polonia. Le innumerevoli tendenze discordanti dei vari individui si neutralizzano e compensano e, attraverso ad esse, prevale e si afferma la volontà dell'organizzatore. Avviene come della corrente elettrica che dà solidarietà e continuità ai frammenti della limatura di ferro e passa come se si trovasse in presenza di un corpo compatto, salvo ai frammenti di disgregarsi di nuovo quando la corrente è cessata.

E sta qui anche una ragione (dirò meglio : un'altra ragione) [1] della necessità dei governi autoritari per guidare al successo popolazioni poco omogenee per pensieri e per sentimenti.

* * *

Come l'esame delle condizioni per l'applicabilità del principio della compensazione degli errori accidentali porta all'esame delle condizioni in cui si corrispondono le medie aritmetiche di due serie di dati, così l'esame delle condizioni per l'applicabilità del principio della prevalenza delle cause costanti porta all'esame delle condizioni in cui si corrispondono le mode di due serie. Dal già detto risulta che le mode di due serie si corrispondono quando c'è relazione biunivoca tra i termini delle due serie. Rappresenta un caso particolare di questa condizione quella della relazione monotona tra i termini delle due serie.

Anche in questo campo, le condizioni di applicabilità della moda sono più late delle condizioni di applicabilità della media aritmetica. Intermedie sono le condizioni di applicabilità della mediana. Mentre, infatti, si può dire che, per che si corrispondano le mode di due serie, basta che vi sia relazione biunivoca tra i termini, per che si corrispondano le due mediane, ciò non basta, ma è necessario che vi sia anche relazione monotona tra i termini e infine, per che si corrispondano le due medie aritmetiche, non basta neppure che vi sia relazione biunivoca monotona tra i termini, ma è necessario che vi sia anche coincidenza tra media e mediana di entrambe le serie.

* * *

Quando, nelle singole rilevazioni, si verificano le condizioni per l'applicabilità del principio della compensazione degli errori accidentali o di quello della prevalenza delle cause costanti, non è detto che siano senz'altro comparabili i risultati ottenuti per rilevazioni statistiche diverse.

---

(1) Per altre ragioni, cfr. la nostra conferenza al III Centenario dell'Università di Harvard (agosto-settembre 1936) : *Authority and the Individual during the different stages of the evolution of Nations* (Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1936, pag. 4 dell'estratto), recentemente tradotta in italiano e pubblicata dall'« Archivio di Studi Corporativi » (Anno XII, 1940-XVIII, Fasc. II, cfr. pagg. 264-265).

L'osservazione vale quando si tratta di medie aritmetiche o di mode soggettive.

In questi casi, infatti, ammessa l'applicabilità dei detti principi, possiamo determinare, dai risultati ottenuti da una rilevazione, la quantità osservata che misura l'effetto delle cause costanti, nelle condizioni che corrispondono alle medie aritmetiche o rispettivamente alle mode delle circostanze considerate come perturbatrici. (L'errore determinato dalle cause perturbatrici è bensì, in media, nullo, ma è nullo rispetto a tali condizioni medie ; è — potrebbe dirsi — un errore soggettivamente nullo). Ma le quantità così ricavate da più rilevazioni sono tra loro comparabili soltanto se si può supporre che le medie aritmetiche, o rispettivamente le mode, delle circostanze riguardate come perturbatrici sieno, per ogni circostanza perturbatrice, le stesse nelle varie rilevazioni. (Questa difficoltà non si presenta nel caso di medie oggettive, perchè, in tal caso, viene determinata la quantità osservata in corrispondenza ad un errore obbiettivamente nullo).

Si voglia, ad esempio, determinare l'influenza dell'altitudine sulla statura. Calcoliamo, a tal fine, le medie aritmetiche delle stature per gruppi di individui che vivono a varie altitudini, supponendo che, in ogni gruppo, si neutralizzino gli effetti delle circostanze perturbatrici rappresentate dalle altre condizioni ambientali, nonchè dai vari caratteri ereditari. Ammettiamo pure che questa ipotesi sia vera per ogni gruppo. Ciò significa che, per ogni gruppo, avremo determinato la statura che si sarebbe verificata qualora tutti gli individui avessero avuto gli stessi caratteri ereditari e fossero vissuti, a quella data altitudine, nelle stesse condizioni ambientali, corrispondenti alle rispettive medie aritmetiche. E sta bene ; ma può darsi che le medie aritmetiche della ricchezza, dell'alimentazione, dell'esercizio fisico, ecc. e delle altre condizioni ambientali, del pari che quelle dei caratteri ereditari, non sieno uguali per i vari gruppi considerati. In tal caso, le medie aritmetiche delle stature ottenute per i vari gruppi di individui non saranno adatte a misurare — con le loro differenze — l'influenza che l'altitudine esercita sulla statura ; esse misureranno invece l'influenza che sulla statura esercitano congiuntamente le differenze di altitudine, da una parte, e, dall'altra, le differenze tra i valori medi delle circostanze genetiche e ambientali considerate come perturbatrici.

Gli errori nella interpretazione dei risultati statistici molte volte dipendono dal fatto che si suppone la legittimità del principio della compensazione degli errori accidentali dove, in realtà, non ne esistono le condizioni necessarie. Molte altre volte, però, e forse più spesso, dipendono, invece, dal fatto che tale legittimità esiste bensì, ma noi prescindiamo poi dalle differenze sistematiche che esistono tra le medie delle circostanze perturbatrici corrispondenti ai vari risultati ottenuti. Questo è vero particolarmente quando si confrontano le caratteristiche medie di gruppi di popolazione allo scopo di metterne in luce le differenze razziali, cioè ereditarie, genetiche. Gruppi simili, specie se estesi, generalmente (e vorrei quasi dire inevitabilmente) differiscono sostanzialmente anche per condizioni medie di clima, di ricchezza, di alimentazione, di professione, di abitudini, e via dicendo. È bene dire in modo esplicito che la rilevazione per masse, quando anche fosse in grado (ciò che, in questo caso, come si è detto sopra, è dubbio) di eliminare l'influenza perturbatrice di tali circostanze entro ciascun gruppo, non serve assolutamente ad eliminare le differenze che passano tra gruppo e gruppo.

* * *

Parlando dell'eliminazione degli errori accidentali o degli effetti delle circostanze accidentali, che si ammette verificarsi in una grande massa di osservazioni, noi abbiamo sempre avuto in vista la misura dell'intensità globale o media dei fenomeni collettivi. Naturalmente non è questo il solo aspetto dei fenomeni collettivi che può interessare, e non è quindi soltanto sotto tale aspetto che la questione può essere prospettata.

Oltre che l'intensità globale o media, interessa particolarmente di studiare la variabilità dei fenomeni collettivi. Di qui sorge la questione: Quale modificazione apportano alla variabilità dei fenomeni collettivi gli errori accidentali o gli effetti delle circostanze accidentali? Oltre al problema della *compensazione* degli errori accidentali o degli effetti delle circostanze accidentali, si prospetta dunque il problema della *composizione* di tali errori od effetti con quelli dovuti a errori o circostanze sistematiche.

Si avverta che il problema si pone soltanto se la circostanza (o il gruppo di circostanze), di cui si vogliono studiare gli effetti, determina di per sè valori diversi del fenomeno, in modo che esi-

sta una variabilità di questo anche all'infuori dell'intervento di errori accidentali o di circostanze accidentali. Se, all'infuori di questi errori o circostanze, il fenomeno collettivo ammette, invece, un solo valore, il problema non si pone, in quanto tutta la variabilità osservata evidentemente non può dipendere che dagli errori o dalle circostanze accidentali.

Quando la variabilità è misurata mediante lo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica o la differenza quadratica media, il problema si riguarda come risolto, nel senso che la varianza accidentale si somma alla varianza sistematica nel determinare la varianza globale del fenomeno.

Questa proposizione è vera quando, per « variazioni accidentali » si intendano le variazioni che consistono in errori il cui valore probabile è $= 0$. Bisogna però aver cura di soggiungere che, mentre, per l'eliminazione degli errori accidentali, basta che sia $= 0$ il valore probabile dell'insieme di tutti gli errori, da cui sono affette le diverse grandezze che il fenomeno assume, per la composizione della varianza nel modo anzi detto ciò non basta; è invece necessario che sia $= 0$ il valore probabile degli errori accidentali da cui è affetta ciascuna delle diverse grandezze che il fenomeno assume o, quanto meno, che sia $= 0$ la somma dei prodotti di tali valori probabili per i rispettivi scostamenti sistematici dalla media aritmetica delle grandezze che ne sono affette [1].

Quanto poi alla questione se il valore probabile degli errori accidentali debba, o meno, ammettersi $= 0$, non vi è che da ripe-

---

(1) Se supponiamo n grandezze, ciascuna delle quali può essere affetta da m errori accidentali, e con e_i $(i = 1, 2 \ldots n)$ indichiamo lo scostamento dalla media aritmetica della grandezza generica i^{ma}, con ε_{ik} $(k = 1, 2 \ldots m)$ il valore generico dell'errore accidentale k^{mo} da cui è affetta la grandezza i^{ma}; la varianza sistematica sarà

$$V_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

la varianza accidentale

$$V_a = \frac{1}{m\,n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_{ik}^2$$

e la varianza globale

$$V = \frac{1}{n\,m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} (e_i + \varepsilon_{ik})^2$$

tere qui quanto sopra si è detto a proposito della eliminazione degli errori, vale a dire : se di errori accidentali si adotta una certa definizione è già implicito in essa che il loro valore probabile è $= 0$; se si adotta invece un'altra definizione, che pare più consona alla impostazione del problema, intendendo per accidentali gli effetti di circostanze accidentali, non si potrà ammettere senz'altro che il loro valore probabile sia $= 0$; ciò si potrà ammettere solo se si verificano certe condizioni, e particolarmente se si verifica una delle condizioni $\alpha)$, $\beta)$, $\gamma)$ sopra precisate.

Quando dunque noi siamo in presenza di un fenomeno che varia sotto l'influenza di molteplici circostanze (o gruppi di circostanze) e vogliamo misurare la varianza che esso presenterebbe qualora fosse sotto l'influenza di una sola circostanza (o gruppo di circostanze) che indicheremo con A, possiamo desumere tale varianza dalla differenza tra la varianza globale del fenomeno e la varianza che esso avrebbe presentato per il solo effetto delle altre circostanze (o gruppi di circostanze) che indicheremo complessivamente con B, purchè noi sappiamo che, a parità di effetti di A, gli effetti di B avranno per valore probabile 0 ; oppure purchè possiamo riguardare le circostanze B accidentali rispetto alla circostanza A e sia soddisfatta una della condizioni $\alpha)$, $\beta)$, $\gamma)$.

Anche in questo campo è facile estendere il risultato alle medie soggettive.

Poichè gli scostamenti dalla media aritmetica hanno, per definizione, un valore probabile $= 0$, la varianza globale V di un

---

ossia

$$V = \frac{1}{m\,n}\left(m \sum_{i=1}^{n} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} \varepsilon_{ik}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} e_i\, \varepsilon_{ik}\right)$$

che si può mettere sotto la forma

$$V = V_s + V_a + \frac{2}{m\,n} \sum_{i=1}^{n}\left(e_i \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_{ik}\right)$$

di cui l'ultimo termine del secondo membro si annulla quando sia, per ogni valore di e_i,

$$\sum_{k=1}^{m} \varepsilon_{ik} = 0$$

o, quanto meno, quando sia $= 0$ la somma di prodotti

$$\sum_{i=1}^{n}\left(e_i \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_{ik}\right).$$

fenomeno, che è sotto l'influenza di molteplici circostanze, potrà sempre riguardarsi come la somma della varianza V_{ma}, che presentano i valori medi del fenomeno al variare di una circostanza (o gruppo di circostanze) A, e della varianza ${}_aV_b$ che, a parità di A, i valori singoli del fenomeno presentano al variare di B ; o anche come la somma della varianza V_{mb} che presentano i valori medi del fenomeno al variare del gruppo di circostanze B e della varianza ${}_bV_a$ che, a parità di B, i valori singoli del fenomeno presentano al variare di A. Si può procedere così a quella che è stata chiamata « l'analisi della varianza » [1]. Il procedimento è pienamente corretto, ma, nella sua interpretazione, bisogna andare guardinghi.

Si ritiene, invero, generalmente che, in tal modo, si proceda a scindere le parti che, nella varianza globale di un fenomeno, sono da attribuirsi a varie circostanze sistematiche, misurando la parte della varianza che è dovuta ad un gruppo di circostanze sistematiche A, a parità delle circostanze B, e la parte che è dovuta al gruppo di circostanze sistematiche B, a parità delle circostanze A. Ora questa interpretazione è erronea. È infatti

$$V_{ma} + {}_aV_b = V$$
$$V_{mb} + {}_bV_a = V$$

ma non è affatto, salvo casi particolari,

$${}_aV_b + {}_bV_a = V$$

La varianza V_{ma} che i valori medi di un fenomeno presentano al variare di una circostanza (o gruppo di circostanze) A, non è uguale alla varianza ${}_bV_a$ che i valori singoli del fenomeno presentano al variare di A, quando le rimanenti circostanze B restano costanti. Per che tale uguaglianza si verifichi, è necessario che si verifichi qualche condizione particolare ; condizione sufficiente è che gli scostamenti dalla media che si verificano a parità di A

---

(1) La relazione tra V, V_{ma} e ${}_aV_b$ (o tra V, V_{mb} e ${}_bV_a$) discende direttamente da una nota proprietà della media aritmetica ed è conosciuta ed usufruita nella metodologia statistica da molto tempo. L'espressione « analisi della varianza », del pari che il suo uso per scindere, nella variazione globale di un fenomeno, le parti che sono da attribuirsi a vari gruppi di circostanze, sono dovute, credo, al prof. R. A. Fisher. Cfr. *Statistical Methods for Research Workers*, Seventh Edition, Oliver and Boyd. Edinburg and London, 1938, pagg. 216 e segg.

nei casi singoli del fenomeno, a seconda del variare delle circostanze B, sieno uguali per tutti i valori di A; ma tale condizione generalmente non si verifica [1].

---

(1) Indichiamo con x_{ik} il valore generico che il fenomeno considerato assume quando la circostanza A assume la modalità i^{ma} $(i = 1, 2 \ldots n)$ e la circostanza B la modalità k^{ma} $(k = 1, 2 \ldots m)$.

Avremo, cioè, la seguente tabella di correlazione.

Modalità di B	Modalità di A	
	$x_{11}\ x_{21} \ldots x_{n1}$	B_1
	$x_{12}\ x_{22} \ldots x_{n2}$	B_2
	. . . . .	. . .
	$x_{1m}\ x_{2m} \ldots x_{nm}$	B_m
	$A_1\ A_2 \ldots A_n$	M

dove è

$$B_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ik}}{n}, \qquad A_i = \frac{\sum_{k=1}^{m} x_{ik}}{m}$$

$$M = \frac{\sum_{k=1}^{m} B_k}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i}{n}$$

sarà

$$V_{ma} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (A_i - M)^2}{n}$$

$${}_bV_a = \frac{\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} (x_{ik} - B_k)^2}{m\ n}$$

Per che sia

$$V_{ma} = {}_bV_a$$

basterà che sia, per tutti i valori di i e di k,

$$x_{ik} - B_k = A_i - M$$

che equivale a

$$x_{ik} - A_i = B_k - M.$$

Quando tale condizione non si verifica, è $V_{ma} < {}_bV_a$. Per la dimostrazione di questa diseguaglianza e per altre questioni, a questa connesse, cfr. il nostro articolo, in questo stesso numero, *Degli indici sintetici di correlazione e delle loro relazioni con l'indice interno di correlazione* (intraclass correlation coefficient) *e con gli indici di correlazione tra serie di gruppi*.

* * *

Le considerazioni precedenti non hanno solo un interesse teorico, ma anche un'importanza pratica notevole e ci servono a chiarire una questione imbarazzante, che un eminente biologo, che sa anche usare egregiamente della metodologia statistica, ha, dirò così, gettato fra le gambe dei biologi e statistici.

Lancelot Hogben, già professore di Biologia Sociale all'Università di Londra ed ora professore di Storia Naturale all'Università di Aberdeen, ha dedicato al problema dell'eredità e dell'ambiente un volume, che è già alla seconda edizione (1). In esso, egli contesta la possibilità di arrivare ad una decisione univoca sull'importanza che i due gruppi di fattori, ereditari e ambientali, assumono nel determinare i caratteri di una popolazione e, in particolare, contesta la possibilità di arrivarci mediante l'analisi della varianza, la quale suppone che la varianza determinata dall'ambiente e quella determinata dall'eredità godano della proprietà additiva.

Per che il metodo dell'analisi della varianza — egli osserva — abbia un significato, è necessario ammettere che, quando l'ambiente esercita un'influenza qualsiasi sulla variabilità, questa si eserciti nel senso che la varianza diminuisce quando l'ambiente viene reso costante. Ora tale ammissione — egli continua — è certamente falsa, come un semplice esempio basta a mettere in luce. La tabellina seguente riassume i risultati degli esperimenti di Krafka sul numero degli ocelli degli occhi di due mutanti di *Drosophila*

Costituzione genetica / Temperatura	Mutazione « low-bar »	Mutazione « ultra-bar »	Medie secondo la temperatura
15°	189	52	*120.5*
25°	74	25	*49.5*
Medie secondo la costituzione genetica . . .	*131.5*	*38.5*	*85*

(1) *Nature and Nurture, A new edition* ecc., London, Allen and Unwin, 1939. Per la discussione che segue nel testo, cfr. Chapter V, *The interdependence of Nature and Nurture*, pagg. 91 e segg.

detti rispettivamente « low-bar » e « ultra-bar », allevati a temperature di 15 e di 25 centigradi.

Qual'è — si domanda — l'importanza relativa che la costituzione genetica e la temperatura esercitano nel determinare il numero degli ocelli ? La varianza del numero degli ocelli, nell'intera popolazione, è = 3906. Noi possiamo eliminare le differenze derivanti dalla temperatura, considerando solo gli individui allevati alla temperatura di 15°: la varianza diviene allora = 4692, che è maggiore e non minore di 3906. D'altra parte, però, noi possiamo pure eliminare le differenze derivanti dalla temperatura, considerando solo gli individui allevati a 25° : la varianza risulta allora = 600. Ora — si chiede l'Hogben — vi è una qualsiasi ragione per preferire l'uno piuttosto che l'altro di questi due risultati come misura dell'importanza della costituzione genetica ? Aggiungasi che noi possiamo analogamente eliminare le differenze dovute alla costituzione genetica, considerando gli individui della stessa costituzione genetica allevati a temperature diverse. La varianza degli individui « low-bar » risulta allora = 3306 ; la varianza degli individui « ultra-bar » risulta = 182. E anche qui l'Hogben si domanda : quale di questi due risultati, tanto diversi tra loro, ci dà la misura dell'importanza della temperatura ?

La risposta è la seguente. Il metodo dell'analisi della varianza non insegna — come nell'esempio dell'Hogben si suppone — a misurare la relativa importanza della costituzione genetica e dell'ambiente in base alla varianza che presentano gli individui, diversi per costituzione genetica, allevati in un dato ambiente, o, rispettivamente, mediante la varianza degli individui, di una data costituzione genetica, allevati in ambienti diversi e tanto meno suppone che le varianze che presentano gli individui allevati in un dato ambiente e diversi per costituzione genetica siano uguali per tutti gli ambienti e che le varianze che presentano gli individui aventi una data costituzione genetica, allevati in ambienti diversi, siano uguali per tutte le costituzioni genetiche. Detto metodo ci insegna a misurare la relativa importanza di uno dei due fattori in questione mediante la differenza tra la varianza di tutti gli individui di costituzione diversa, allevati in ambienti diversi, e la varianza media degli individui uguali per un fattore e diversi per l'altro, ammettendo che tale differenza dia la varianza che si sarebbe verificata qualora fosse intervenuto soltanto il secondo fattore e non il primo. Se non che,

per fare tale eliminazione, bisogna disporre l'esperimento in modo che l'influenza di uno dei due fattori risulti accidentale rispetto a quella dell'altro.

Ma è precisamente quanto si suppone nell'esperimento in questione — risponde l'Hogben — poichè esattamente una metà degli individui di una data costituzione genetica è stata allevata a 15° e una metà a 25° e, del pari, esattamente una metà degli individui allevati ad una data temperatura appartiene al mutante «low-bar» e una metà al mutante «ultra-bar».

Bene, calcoliamo, dunque tutte le varianze. Aggiungendole ai dati della tabellina precedente, otteniamo la tabella che segue.

Costituzione genetica / Temperatura	Mutazione «low-bar»	Mutazione «ultra-bar»	Medie secondo la temperatura	Varianza secondo la costituzione genetica
15°	189	52	*120,5*	4692 } 2646
25°	74	25	*49,5*	600 }
Medie secondo la costituzione genetica	*131.5*	*38.5*	*85*	*2162*
Varianza secondo la temperatura.	3306	182	1260	3906
	1744			

La varianza globale per tutti gli individui considerati risulta = 3906.

La varianza degli individui di costituzione genetica diversa allevati alla temperatura 15° risulta = 4692 e la varianza di quelli allevati a temperatura 25° risulta = 600 : la varianza media degli individui di costituzione genetica diversa, allevati alla stessa temperatura, risulta quindi = (4692 + 600) : 2 = 2646.

La differenza 3906 — 2646 = 1260 dà la varianza che è dovuta alla temperatura, e che si sarebbe verificata qualora una popolazione di mutanti, metà «low-bar» e metà «ultra-bar», fosse stata allevata, una metà a 15° e una metà a 25°: effettivamente 1260, come è indicato nella tavola, è la varianza delle medie 120,5 e 49,5 che si ottengono per gli individui delle due costituzioni genetiche considerate, allevati rispettivamente a 15° e a 25°.

Il metodo dell'analisi della varianza ci porta quindi a concludere che 2646 : 3906 = 0,68, rappresenta l'importanza relativa della costituzione genetica e che 1260 : 3906 = 0,32 rappresenta l'importanza relativa della temperatura nel determinare la varianza complessiva della popolazione.

S'intende che questa conclusione è valida per la differenza della costituzione genetica della popolazione considerata e per le differenze di temperatura nell'esperimento eseguito : i risultati sarebbero naturalmente diversi se l'assortimento della popolazione per costituzione genetica o se le variazioni di temperatura nello esperimento eseguito fossero state differenti. Ogni conclusione sulla relativa importanza della costituzione genetica e dell'ambiente vale unicamente per una data popolazione e per un dato ambiente. L'Hogben ha avuto il merito di aver richiamato l'attenzione, nel suo volume, su questa proposizione, ovvia, se si vuole, ma spesso dimenticata. E perciò non vi è nulla di sorprendente, e non rappresenta per nulla un'obbiezione al metodo dell'analisi della varianza, il fatto che l'influenza della costituzione genetica risulti diversa a temperature diverse, e l'influenza della temperatura risulti diversa per costituzioni genetiche differenti.

Nell'esempio portato dall'Hogben, misurare l'importanza della costituzione genetica in confronto a quella dell'ambiente, significava evidentemente misurare l'importanza delle differenze nella costituzione genetica rappresentate dal mutante « low-bar » e dall'« ultra-bar », di fronte all'importanza delle differenze della temperatura dell'allevamento rappresentate da 15° e da 25°. A tale scopo occorre ovviamente prendere in considerazione sia la varianza della costituzione genetica degli individui allevati a 15° sia quella degli individui allevati a 25°, prendendone la media aritmetica, come appunto si fa nell'analisi della varianza.

Con ciò, se non mi inganno, l'obbiezione dell'Hogben è superata.

* * *

Ma vi è un'altra obbiezione che mi pare insormontabile.

Noi abbiamo determinato direttamente l'importanza della costituzione genetica a parità di temperatura, trovando una varianza media di 2646; abbiamo determinato l'importanza della temperatura per differenza tra la varianza globale (= 3906) e la varianza

dovuta alla costituzione genetica (= 2646), trovando così una varianza media = 1260 per la temperatura. Ma non avremmo noi potuto, con uguale diritto, procedere inversamente, determinando direttamente la varianza della temperatura, a parità di costituzione genetica e, per differenza, la varianza della costituzione genetica? Avremmo trovato allora che la varianza media della temperatura, a parità di costituzione genetica, è = (3306 + 182) : 2 = 1744 e la varianza residua da attribuirsi alla costituzione genetica, = 3906 — 1744 = 2162.

A quale di questi due calcoli attenersi? In base al secondo calcolo, l'importanza relativa della costituzione genetica e quella della temperatura sarebbero rispettivamente di 0,55 e 0,45, mentre, secondo il primo, esse risultano invece, come si è visto, di 0,68 e 0,32.

Tale è l'inconveniente del metodo dell'analisi della varianza. È lecito domandarsi se non sarebbe più plausibile un terzo calcolo, eseguito in base alla seguente considerazione.

La varianza, direttamente determinata, della costituzione genetica, a parità di temperatura, risulta = 2646; la varianza, direttamente determinata, della temperatura, a parità di costituzione genetica, risulta = 1744. L'importanza relativa dei due fattori deve essere proporzionale a questi due risultati e quindi deve essere = 2646 : (2646 + 1744) = 0,60, per la costituzione genetica e 1744 : (2646 + 1744) = 0,40, per la temperatura.

Il risultato del terzo calcolo è diverso pertanto da quelli dei due precedenti. Esso è ottenuto senza far ricorso all'analisi della varianza e senza presupporre, come l'analisi della varianza presuppone, alcuna ipotesi sulla composizione degli effetti dei due gruppi di fattori. Esso corrisponde al procedimento seguito col metodo sperimentale, in cui si isola l'influenza di un fattore, osservando come le cose si svolgono quando gli altri fattori restano costanti.

Una risposta può pensarsi alla precedente obbiezione.

« Il numero degli ocelli della Drosophila — può dirsi — non dipende soltanto dalla temperatura e dalla costituzione genetica, ma anche da altri fattori. È perciò perfettamente naturale che, sommando la varianza dovuta alla costituzione genetica (= 2162) con la varianza dovuta alla temperatura (= 1260), non si ottenga la varianza globale (= 3906), ma una quantità ad essa inferiore: la differenza esprime infatti la varianza dovuta agli altri fattori. E del pari è perfettamente naturale che, sommando

la varianza che si verifica a parità di temperatura (= 2646) e la varianza che si verifica a parità di costituzione genetica (= 1744), si ottenga invece una quantità di altrettanto superiore: gli è che si computa due volte l'influenza degli altri fattori. Effettivamente, 2646 esprime, a parità di temperatura, non la varianza dovuta soltanto alla costituzione genetica, ma la varianza dovuta a tutti i fattori diversi dalla temperatura; e 1744 non rappresenta la varianza dovuta solo alla temperatura, a parità di costituzione genetica, ma la varianza, a parità di costituzione genetica, dovuta sia alla temperatura che ai fattori rimanenti » [1].

Tale risposta è appariscente, ma completamente infondata.

Nell'esempio sopra riportato, invero, relativo alla esperienza di Krafka, noi abbiamo supposto che, ad una data temperatura e ad una data costituzione genetica, il numero degli ocelli della Drosophila fosse perfettamente determinato; abbiamo ammesso, in altre parole, che nessun altro fattore agisca, oltre alla temperatura e alla costituzione genetica. Se si tenesse conto, invece, di altri fattori, il numero degli ocelli varierebbe, a parità di temperatura e di costituzione genetica. Indichiamo con ${}_{ab}V_x$ la varianza che sarebbe dovuta a tale terzo gruppo di fattori. La varianza globale del numero degli ocelli non sarebbe più allora = 3.906, ma = 3.906 + ${}_{ab}V_x$; la varianza del numero degli ocelli, a parità di costituzione genetica, non sarebbe più = 1.744, ma 1.744 + ${}_{ab}V_x$ e la varianza a parità di temperatura, non più = 2.646, ma 2.646 + ${}_{ab}V_x$. Sarebbe sempre pertanto

$$1.744 + 2.646 + {}_{ab}V_x > 3.906 + {}_{ab}V_x$$
$$1.290 + 2.162 + {}_{ab}V_x < 3.906 + {}_{ab}V_x$$

È chiaro che tali disuguaglianze sono del tutto indipendenti del valore di ${}_{ab}V_x$, che rappresenta la variazione, a parità di tem-

---

(1) Un'applicazione fatta nel citato manuale (pagg. 240-243) lascia il dubbio che lo stesso Prof. R. A. Fischer aderisca a tale punto di vista. Disponendo di una tavola a doppia entrata, che dà il numero dei giorni piovosi verificatisi in un decennio a Richmond secondo i mesi dell'anno e le ore del giorno, egli deduce, infatti, dalla varianza globale (= 11.928), la varianza che si verifica secondo le ore del giorno (= 1.539) e la varianza che si verifica secondo i giorni della settimana (= 0.569), attribuendo — se male non intendo — la varianza residua (= 3.820) agli altri fattori.

peratura e di costituzione genetica, dovuta ad altri fattori. E in generale è chiaro che le disuguaglianze

$$ {}_aV_b > V_{mb} \qquad {}_bV_a > V_{ma} $$

e quindi le disuguaglianze

$$ V_{ma} + V_{mb} < V \qquad {}_aV_b + {}_bV_a > V $$

$$ \frac{{}_aV_b}{V_{ma} + {}_aV_b} > \frac{V_{mb}}{V_{mb} + {}_bV_a} $$

$$ \frac{{}_bV_a}{V_{mb} + {}_bV_a} > \frac{V_{ma}}{V_{ma} + {}_aV_b} $$

non dipendono affatto dall'influenza di un terzo gruppo di fattori, ma sono imputabili alla natura stessa del procedimento dell'analisi della varianza [1].

---

(1) Da quanto è detto nel testo non deve dedursi che le applicazioni, che si fanno nell'analisi della varianza, sieno tutte, o anche solo in maggior parte, errate. In realtà, tali applicazioni, di solito, non sono dirette a scindere la parte, che nella varianza globale è dovuta ad un gruppo di cause, dalla parte che è dovuta ad un altro gruppo, come suggerisce l'espressione « analisi della varianza » e come si suppone nella discussione fatta nel testo. Molto spesso, essi si propongono, invece, di decidere se la varianza, che il fenomeno presenta secondo certe circostanze, è effetto sistematico di tali circostanze o, al contrario, ha carattere puramente accidentale, ciò che in realtà si può fare e, anzi, già da tempo si faceva, per quanto con procedimenti alquanto diversi da quelli dell'analisi della varianza. È questa una ricerca preliminare, a cui non si riferiscono le obbiezioni formulate nel testo e che è soggetta solo alle riserve che valgono per tutti i testi di significatività (cfr., in proposito, il nostro discorso su *I pericoli della Statistica* alla prima riunione della Società Italiana di Statistica, Pisa, ottobre 1939, negli « Atti » di detta Società e in « Rivista di politica economica », dicembre 1939). Risolta tale questione, nel senso che le circostanze considerate influiscono sistematicamente sul fenomeno in esame, resta da decidere l'altra questione — a cui propriamente conviene l'espressione « analisi della varianza » — che consiste nel decidere quanta parte della varianza si deve far risalire a dette circostanze e quanta parte a circostanze diverse. Ed è a quest'ultima questione che si riferiscono le osservazioni del testo.

* * *

Le precedenti osservazioni sembrano autorizzare la conclusione che il metodo statistico è atto bensì a scindere, sotto certe condizioni, la componente sistematica dalla componente accidentale della varianza ; ma non è atto generalmente a scindere tra di loro le varie componenti sistematiche, risultato per il quale conviene ricorrere invece al metodo sperimentale, osservando come il fenomeno si comporta sotto l'influenza di certe circostanze sistematiche quando le altre rimangono costanti.

È questa indubbiamente una limitazione del metodo statistico. Ma, d'altra parte, non ci addita forse, quanto si è detto, anche una limitazione del metodo sperimentale ?

Si tenga presente, infatti, che la disuguaglianza $V_{ma} \neq {}_bV_a$ si verifica non solo quando B rappresenta un gruppo di circostanze a carattere sistematico, ma anche quando B rappresenta un gruppo di circostanze a carattere accidentale. Detta disuguaglianza ci dice che la varianza V_{ma} che si verificherebbe nel fenomeno A al variare delle circostanze sistematiche A, quando non intervenisse l'influenza delle circostanze accidentali B, non coincide con la varianza ${}_bV_a$ che il fenomeno presenta al variare delle circostanze A, a parità delle circostanze B. In altre parole, l'esperimentatore che, allo scopo di mettere in luce l'influenza delle circostanze sistematiche A, a prescindere dalle perturbazioni accidentali delle circostanze B, osservasse il fenomeno a parità delle circostanze B, non raggiungerebbe il suo scopo (se lo scopo è di misurare la varianza dei fenomeni), salvo nel caso particolare in cui le perturbazioni apportate dalle dette circostanze accidentali fossero uguali, qualunque sia il valore che il fenomeno assumerebbe per effetto delle sole circostanze sistematiche.

Anche il metodo sperimentale appare così soggetto ad una limitazione ed è una limitazione complementare a quella a cui è soggetto il metodo statistico.

* * *

Passiamo all'esame del fondamento della legge dei grandi numeri.

Al quale scopo gioverà considerare i precedenti della legge anzidetta.

Si deve, come è noto, a Giacomo Bernoulli la dimostrazione di un teorema, che da lui prende il nome ed è fondamentale nel calcolo della probabilità, secondo il quale, se p è la probabilità matematica di un avvenimento che si mantiene costante in tutte le prove, la probabilità P che la frequenza relativa $\frac{m}{n}$ dell'avvenimento in n prove differisca da p per meno d'una certa quantità, cresce col crescere di n, in modo che, per n molto grande, $\frac{m}{n}$ si può praticamente ritenere coincidente con p.

Il Poisson generalizzò il teorema di Bernoulli, estendendolo al caso in cui la probabilità dell'avvenimento sia diversa nelle successive prove ; nel qual caso p si fa uguale alla media dei vari valori che detta probabilità assume in dette prove.

Un'altra generalizzazione eseguì il Poisson, considerando, oltre che grandezze intensive e quindi frequenze relative, anche grandezze estensive e quindi medie di valori assoluti.

Tale duplice generalizzazione, che avrebbe potuto essere appropriatamente chiamata « teorema di Poisson », fu invece dal Poisson stesso denominata « legge dei grandi numeri », denominazione atta a far sorgere equivoco, in quanto che altra cosa è un « teorema », che esprime le relazioni necessarie tra entità astratte, e altra cosa una « legge », che esprime le relazioni costanti tra fenomeni concreti.

D'altra parte, fu giustamente osservato che il teorema dimostrato dal Poisson, come il teorema di Bernoulli ed in generale tutti i teoremi di calcolo di probabilità, non autorizzano previsioni certe, quali discendono invece dalle leggi scientifiche, ma solo previsioni dotate di una certa probabilità, sia pure, in taluni casi, molto elevata. Senonchè il Poisson, mentre da una parte dava la dimostrazione teorica della su ricordata generalizzazione, nella quale egli vedeva la base di tutte le applicazioni del calcolo delle probabilità [1], d'altra parte affermava categoricamente il loro fondamento empirico. « La loi universelle des grands nombres » — egli scriveva — « est déjà pour nous un fait général et incon-

(1) Cfr. *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*, Paris, Bachelier, 1857, pagg. 12 e 143.

testable, résultant d'expériences qui ne se démentent pas » [1]. E prima così aveva definita la legge dei grandi numeri : « Elle consiste en ce que, si l'on observe des nombres très considérables d'événements d'une même nature, dépendant des causes constantes et de causes qui varient irrégulièrement, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, c'est-à-dire sans que leur variation soit progressive dans aucun sens déterminé, on trouvera, entre ces nombres, des rapports à très peu près constants. Pour chaque nature des choses, ces rapports auront une valeur spéciale dont ils s'écarteront de moins en moins, à mesure que la série des événements observés augmentera davantage, et qu'ils atteindraient rigoureusement s'il était possible de prolonger cette série à l'infini » [2].

Senonchè è chiaro che è umanamente impossibile verificare anche una sola volta ciò che avverrebbe in una serie di un infinito numero di termini e tanto più verificarlo tante volte quanto sarebbe necessario per stabilire una legge. Ma anche se, modificando sostanzialmente l'enunciato, noi volessimo ridurlo all'affermazione che, secondo l'esperienza, la frequenza osservata in un gran numero di osservazioni press'a poco corrisponde alla teorica e che ciò, in generale, si verifica tanto meglio quanto più il numero delle osservazioni è grande, dovremmo riconoscere che in realtà l'esperienza umana in proposito si riduce a un numero ristrettissimo di fenomeni — in sostanza ai giochi di azzardo o a qualche altra esperienza artificialmente predisposta, per cui è possibile conoscere la probabilità matematica e ad un tempo rilevare la frequenza effettiva degli avvenimenti — e che i confronti eseguiti sono, al postutto, ben pochi [3], nè dovremmo dimenticare che il loro conformarsi alle aspettative suggerite dal calcolo delle probabilità è contestato [4].

---

(1) *Ibidem*, pag. 12. Tale punto di vista è in sostanza ripreso in qualche moderno trattato di calcolo delle probabilità, colla sola differenza che in questo correttamente si distingue tra il teorema di Poisson, da un lato, e la legge dei grandi numeri o una « legge empirica del caso » dall'altro. Cfr. E. CZUBER, *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Erster Band, Vierte Auflage, Teubner, Leipzig, 1924, pagg. 152 e segg. ; G. CASTELNUOVO, *Calcolo delle probabilità*, Zanichelli, Bologna, Vol. I, 1933, pagg. 3 e segg., 70-71, 126 e segg.

(2) *Ibidem*, pag. 7.

(3) Ne riassume e discute i risultati lo CZUBER, nell'opera sopra citata, cfr. pagg. 157-173.

(4) In particolare da K. MARBE, il quale, dopo le opere del 1899,

La nostra fiducia nella legge dei grandi numeri non si può dunque giustificare *a posteriori*, ma, d'altra parte, essa incontrovertibilmente esiste. Come dunque spiegarla ?

Io credo che la spiegazione si debba ricercare nel fatto che, quando comunemente si dice che la frequenza degli avvenimenti osservati tende alla loro probabilità col crescere del numero delle osservazioni, si attribuisce in realtà alla parola « probabilità » un significato diverso da quello che ad esso si attribuisce nel calcolo delle probabilità.

È necessario perciò affrontare la non facile questione della definizione del concetto di probabilità. Al quale proposito io non ho che da richiamare e applicare le idee che ho avanzate più d'una trentina d'anni fa [1] e che non sono rimaste senza seguito [2], per quanto io non abbia avuto successivamente occasione di tornarci sopra.

* * *

La determinazione della probabilità, come la stessa parola « probabilità » indica, ha per iscopo di fornire il criterio più plau-

---

1916, 1919 ricordate dallo Czuber, nel trattato sopra citato, è ritornato sull'argomento in due recenti volumi : *Grundfragen der angewandten Warscheinlichkeitsrechnung und theoretischen Statistik*, 1934 e *Das Ausgleichsprinzip in der Statistik und verwandte Probleme*, 1938, entrambi editi da C.H. Beck, Monaco. Anche qualche altro riscontro, ricordato dallo Czuber, ha portato a risultati non conformi alle aspettative suggerite dal calcolo delle probabilità.

(1) Cfr. *Che cos'è la probabilità* in « Rivista di Scienza (Scientia) », Vol. III, Anno II (1908), n. VI, e *Sul concetto di probabilità*, in *Questioni filosofiche*, « Atti del II Congresso della Società Filosofica Italiana (Parma, 25-27 settembre 1907) », Formiggini, Bologna-Modena, 1908.

(2) Cfr., in particolare, L. G. Du Pasquier, *Sur les nouveaux fondements philosophiques et mathématiques du calcul des probabilités*, in « Atti del Congresso Internazionale dei Matematici », Bologna, 3-10 settembre 1928 (VI), Tomo VI, pagg. 5 e segg. ; L. Galvani, *Punti di contatto e scambi di concetti tra la Statistica e la Matematica*, in « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno IV, n. 3, luglio 1933, pagg. 413-414, e *Introduzione matematica allo studio del metodo statistico*, Giuffrè, Milano, 1934, pagg. 167-168 ; G. Pietra, *Metodologia Statistica*, in Società Italiana per il Progresso delle Scienze, *Un secolo di progresso scientifico italiano*, 1839-1939, Vol. I, pag. 305 ; *La Statistica metodologica e la Scienza italiana*, in « Supplemento Statistico ai Nuovi Problemi », Anno V, Serie II, nn. 2-3-4, pag. 137 e *Sur la statistique méthodologique italienne*, in « Revue de l'Inst. Int. de Stat. », 8 année, livraisons 3/4, 1940, pag. 187.

sibile per dirigere la nostra condotta di fronte a una categoria di avvenimenti il cui verificarsi è incerto. Se noi riteniamo che il criterio più plausibile sia quello che rende nulla la somma degli errori e minima quella dei loro quadrati, la probabilità dell'avvenimento è evidentemente fornita dalla sua frequenza relativa. Questa è la probabilità esatta dell'avvenimento. Senonchè noi possiamo essere in grado di determinarla esattamente solo per avvenimenti che appartengono interamente al passato, mentre in pratica la determinazione della probabilità interessa soprattutto per avvenimenti che appartengono anche al futuro o esclusivamente al futuro.

Per avvenimenti che appartengono in tutto o in parte al futuro (e anche per avvenimenti che appartengono in tutto al passato, ma per cui ci mancano le necessarie cognizioni per determinare la probabilità esatta), noi siamo costretti a ricorrere, per la determinazione della probabilità, a vie indirette, le quali sono invero utilissime, ma non possono in ogni caso portare se non a una determinazione approssimativa della probabilità.

Le vie indirette si riducono in sostanza a due : quella basata sulla frequenza del fenomeno osservato in passato, ottenendo una *determinazione approssimata a posteriori della probabilità*, e quella basata sulla conoscenza del meccanismo degli avvenimenti, ottenendo una *determinazione approssimata a priori della probabilità*.

Questo secondo è il caso per la *probabilità matematica*, che viene assunta a base del calcolo della probabilità.

La probabilità matematica di un avvenimento viene definita come il rapporto tra i casi favorevoli all'avvenimento e i casi possibili, tutti i casi essendo considerati come ugualmente possibili.

Per concepire tale definizione come applicabile a un avvenimento concreto, è dunque necessario che si possano distinguere tutte le varie ipotesi possibili, alcune favorevoli e altre contrarie all'avvenimento stesso, e che dette ipotesi sieno di per sè tutte ugualmente possibili o sieno riducibili a ipotesi ugualmente possibili. Ora ciò non avviene in pratica che per pochi fenomeni da noi predisposti artificialmente, come è il caso per i giochi d'azzardo.

In pratica poi, per determinare la probabilità matematica, è necessario che noi siamo in grado di giudicare quando due casi o ipotesi siano ugualmente possibili. Ora, ci si persuade facilmente che, *a priori*, noi non possiamo mai avere l'assoluta certezza che due casi abbiano una possibilità perfettamente uguale. Per quanto

più carte da gioco possano parere identiche, salvo nelle figure in esse rappresentate, è impossibile escludere che una maggior pesantezza o rugosità di una o di un'altra carta renda più facile che la mano inavvertitamente si arresti piuttosto su questa che quella. Per quanto si ponga cura nel costruire un dado, è impossibile escludere che un dettaglio della venatura del legno, o una mancanza di omogeneità di questo o di altro materiale usato renda più facile che il dado gettato rivolga verso l'alto una piuttosto che l'altra faccia.

D'altra parte, come decidere se un'ipotesi ha possibilità rigorosamente uguale a quella d'un'altra o possibilità invece più o meno diversa se non eseguendo delle prove e ripetendole quante volte è necessario? Se una faccia del dado o una carta del mazzo sortirà più spesso di un'altra, dovremo dire che le sortite delle varie faccie o delle varie carte non sono ugualmente possibili. Come affermare che, nella massa di prove che ci interessa, esse risultano ugualmente possibili se non in base al fatto che esse si presentano con la stessa frequenza ?

Queste considerazioni mostrano, in primo luogo, che la probabilità matematica di un avvenimento quando si può determinare, non costituisce in pratica che una determinazione approssimata della sua probabilità vera, e in secondo luogo che, qualora la determinazione della probabilità vera si potesse fare esattamente attraverso la probabilità matematica, si sarebbe ricondotti alla determinazione della frequenza dell'avvenimento.

La definizione di probabilità matematica presenta, dal punto di vista teorico, vantaggi cospicui, quali la semplicità della sua formulazione e la sua indipendenza da fenomeni concreti.

Tali vantaggi ne fanno un'ottima base per una scienza formale e teorica qual'è il calcolo delle probabilità e, poichè di probabilità si parla, nella scienza, soprattutto da parte dei cultori di calcolo delle probabilità, ciò ha fatto sì che l'attenzione degli studiosi si concentrasse su tale concetto di probabilità e che, per antonomasia, a esso ci si riferisca quando si parla senz'altro di probabilità.

Di qui è stato breve il passo ad intendere che la probabilità matematica fornisca la determinazione precisa della probabilità, di cui la frequenza non costituirebbe invece che una determinazione approssimata. Ora, come si è visto, è proprio il contrario che è vero : non è che la frequenza costituisca un'approssimazione della probabilità esatta fornita dalla probabilità matematica ;

è invece la probabilità matematica che costituisce una determinazione approssimata della probabilità vera rappresentata dalla sua frequenza.

Sulla parola frequenza è necessario però intenderci: si deve intendere la frequenza dell'avvenimento in tutti i casi che rientrano nel concetto dell'avvenimento stesso; potremmo chiamarla la sua *frequenza totalitaria*; una frequenza parziale, anche se stabilita su moltissimi casi, non può condurre che ad una determinazione approssimata a posteriori della probabilità.

Ai fini pratici, il gran vantaggio della probabilità matematica consiste nella sua generalità, per cui essa si applica a tutta una massa indefinita di esperienze, relative a un dato oggetto o strumento o fenomeno. Così, per esempio, si parla della probabilità matematica di un certo risultato al giuoco dei dadi, della *roulette*, del *baccarat*, qualunque sieno i dadi, la *roulette* o rispettivamente il mazzo di carte usati, quali si sieno i giuocatori, e via dicendo. Questa generalità si ottiene però solo a prezzo di una certa approssimazione. Non è punto vero che la probabilità di un risultato sia sempre la stessa per tutte le *roulettes*. Ogni *roulette* ha in realtà probabilità sue proprie per i vari numeri, circostanza di cui seppe scaltramente approfittare una compagnia di giocatori di Montecarlo che, avendo studiato le tendenze delle varie *roulettes* e giocando, non più in base alla probabilità matematica, ma in base alle frequenze rilevate in una massa notevole di casi osservati, riuscì a realizzare cospicui guadagni, finchè l'amministrazione del casino, messa in sospetto dalle perdite subite, si accorse del trucco e lo sventò cambiando ogni sera i piatti delle *roulettes*.

Per la stessa ragione, nei giochi a carte in cui le poste sono molto elevate, si prende a ogni giuoco un mazzo nuovo.

Non è escluso che ricerche accurate in grandi masse di osservazioni possano accertare che i risultati dei giuochi dei dadi o della *roulette* siano sensibilmente diversi, non solo a seconda delle *roulettes* o dei dadi usati, ma anche della persona che fa girare il piatto o che lancia i dadi.

Ora, è importante stabilire che quando, in statistica, si afferma che, secondo la legge dei grandi numeri, la frequenza di un fenomeno tende a coincidere colla sua probabilità col crescere del numero delle osservazioni, per probabilità si intende in realtà, anche se di ciò non ci si rende sempre chiaro conto, non la probabilità matematica, che per i fenomeni statistici non si può, d'al-

tronde, in generale determinare e, anzi, neppure concepire, ma la probabilità esatta del fenomeno, corrispondente alla sua frequenza totalitaria.

Quale significato può attribuirsi, ad esempio, alla frase che, col crescere del numero dei casi osservati, la frequenza degli anormali nella popolazione italiana tende a darci la misura precisa della sua probabilità? Anzitutto dobbiamo precisare che cosa si intende per popolazione italiana. È la popolazione italiana di tutti i tempi o la popolazione italiana moderna, o la popolazione italiana di un periodo ancora più ristretto, per esempio del nostro secolo? Definita la popolazione italiana, da che cosa è data la probabilità di trovare in essa un anormale, se non dal numero degli anormali che in tutto il periodo considerato si saranno in essa riscontrati, diviso per il numero di tutti i componenti della popolazione? Ciò significa che, se noi avessimo davanti a noi, come Dio avrà nel giorno biblico del giudizio universale, tutti i membri della popolazione italiana, e ne estraessimo uno a caso, avremmo appunto tale probabilità che la nostra scelta cada sopra un anormale.

Intesa la probabilità nel senso di frequenza totalitaria, la legge dei grandi numeri è evidentemente vera.

Infatti, se $\frac{M}{N}$ è la probabilità esatta o frequenza totalitaria dell'avvenimento nella massa globale dei casi che esauriscono il fenomeno, e $\frac{m}{n}$ è la sua frequenza negli n casi a cui si riferiscono le nostre osservazioni, i massimi che può raggiungere in valore assoluto lo scostamento $\frac{m}{n} - \frac{M}{N}$ si verificheranno quando, negli n casi osservati, l'avvenimento si sia verificato il massimo numero di volte che si poteva verificare, o, viceversa, quando esso si sia verificato il minimo numero di volte che si poteva verificare.

Nel primo caso, sarà $m = n$ finchè n si mantiene inferiore o uguaglia M e si avrà $m = M$ quando n supera M. Lo scostamento $D' = \frac{m}{n} - \frac{M}{N}$ assume quindi, in tal caso, il suo valore più alto $D' = 1 - \frac{M}{N}$ quando è $n \leq M$ e si riduce, quando è $n > M$, a $D' = \frac{M}{n} - \frac{M}{N} = \frac{M}{N}\left(\frac{N}{n} - 1\right)$, dove D' diminuisce col crescere di n e diviene nullo con $n = N$.

Nel secondo caso, sarà $m = 0$ finchè n si mantiene inferiore o uguale a $N - M$ e si avrà $m = M - N + n$ quando n supera $N - M$. Lo scostamento $D'' = \frac{M}{N} - \frac{m}{n}$ assume quindi, in tal caso il suo valore più alto $D'' = \frac{M}{N}$ quando è $n \leq N - M$ e si riduce, quando è $n > N - M$, a $D'' = \frac{M}{N} - \frac{M - N + n}{n} = \frac{N - M}{N}\left(\frac{N}{n} - 1\right)$, dove D'' diminuisce col crescere di n e diviene nullo per $n = N$.

Tanto il massimo possibile scostamento positivo D' quanto il massimo possibile scostamento negativo D'' assumono quindi il loro valore più elevato quando il numero delle osservazioni resta sotto un certo limite e, raggiunto tale limite, diminuiscono col crescere del numero delle osservazioni fino a diventare nulli quando si osservano tutti i casi in cui il fenomeno si presenta.

Non solo il massimo scostamento possibile, ma anche lo scostamento quadratico medio diminuisce col crescere del numero delle osservazioni e si annulla quando queste esauriscono il fenomeno.

È noto infatti che, se le n osservazioni vengono scelte tra gli N casi del fenomeno in tutti i modi possibili, la media dei quadrati degli scostamenti $\frac{m}{n} - \frac{M}{N}$ risulta [1]:

$$\sigma^2 = \frac{M}{N}\,\frac{N - M}{N}\,\frac{1}{n}\left(1 - \frac{n - 1}{N - 1}\right) \qquad [1]$$

che si può mettere sotto la forma

$$\sigma^2 = \frac{M}{N}\,\frac{N - M}{N}\,\frac{1}{N - 1}\left(\frac{N}{n} - 1\right), \qquad [2]$$

la quale mostra che lo scostamento quadratico medio σ diminuisce col crescere di n e si annulla per $n = N$.

---

(1) Questo problema è stato studiato, credo per primo, dal BIENAYMÉ, che ha dato la espressione [3] — salvo la sostituzione di N ad $N - 1$ — in una comunicazione alla Société Philomatique de Paris (seduta del 23 aprile 1840). Cfr., « L'Institut » N. 333, 14 Mai 1840, pagg. 167-169. Per la dimostrazione della [1], cfr. G. CASTELNUOVO *Calcolo delle probabilità*, op. cit., Vol. I, pagg. 49-51.

Conseguentemente anche il limite entro cui un errore è contenuto con una certa probabilità diminuisce al crescere di n e diviene nullo per $n = N$.

Nella nota tavola, riprodotta in tutti i trattati di calcolo delle probabilità, che dà i valori della funzione

$$\theta(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} \, dt ,$$

ogni valore di $\theta(\gamma)$ esprime infatti la probabilità che la frequenza $\frac{m}{n}$ di un avvenimento negli n casi a cui si riferiscono le nostre osservazioni si discosti dalla sua frequenza totale $\frac{M}{N}$ per un errore compreso nei limiti

$$\pm \gamma \sqrt{\frac{M}{N} \frac{N-M}{N} \frac{2}{N-1} \left(\frac{N}{n} - 1 \right)} \qquad [3]$$

dove il radicando diminuisce al crescere di n e si annulla per $N = n$.

RIASSUNTO

Ricaviamo le conclusioni a cui ci porta la precedente trattazione.

Noi siamo spesso interessati allo studio quantitativo di fenomeni le cui caratteristiche non si possono rilevare con una sola osservazione e nemmeno con un numero di osservazioni così limitato che le facoltà mentali di un uomo normale arrivino a sintetizzarne il risultato.

Ciò può verificarsi in varie eventualità:

A) Quando l'intensità del fenomeno che si vuole studiare è costante, ma nelle osservazioni che noi ne facciamo intervengono influenze perturbatrici, cosicchè i risultati sono affetti da errori, che si possono chiamare *errori di dimensione.*

B) Quando l'intensità del fenomeno che si vuole studiare è sempre rilevata esattamente, ma essa in realtà varia da osservazione a osservazione, cosicchè, per conoscere il fenomeno, converrebbe estendere le osservazioni a tutti i casi in cui esso si

verifica. Ove ciò non si faccia, le varie intensità che il fenomeno assume si presenteranno (o quanto meno si potranno presentare), nelle osservazioni fatte, con frequenza diversa che nel totale dei casi, e i risultati saranno affetti da errori, che si possono chiamare *errori di frequenza.*

C) Quando l'intensità del fenomeno che si vuole studiare varia da osservazione ad osservazione e le osservazioni si estendono alla totalità dei casi del fenomeno, ma in esso intervengono influenze perturbatrici, cosicchè i risultati sono affetti da *errori di dimensione.*

D) Quando l'intensità del fenomeno che si vuole studiare varia da osservazione a osservazione, le osservazioni non si estendono alla totalità dei casi del fenomeno e, per giunta, in esse intervengono circostanze perturbatrici, cosicchè i risultati sono affetti, ad un tempo, da *errori di frequenza* e da *errori di dimensione.*

Ora vi è una tecnica che si propone di studiare quantitativamente tali fenomeni, ritenendo che, se ciò non si può fare con osservazioni singole o poco numerose, si possa fare con masse o collezioni di osservazioni. Siffatta tecnica è la Statistica, la quale ha coerentemente chiamato *fenomeni di massa* o *fenomeni collettivi* i fenomeni in questione, che formano oggetto del suo studio.

Tra gli scopi della Statistica, principalissimo è quello di eliminare, o, ciò che in pratica torna lo stesso, di rendere praticamente trascurabili, gli errori di dimensione e di frequenza.

Quando tali errori dipendono da circostanze accidentali, la loro influenza sopra l'intensità media del fenomeno si ridurrebbe, col crescere del numero delle osservazioni, fino a diventare trascurabile quando questo fosse sufficientemente grande.

Questa tesi viene espressa, per ciò che riguarda gli errori di frequenza, con la « legge dei grandi numeri » e, per ciò che riguarda gli errori di dimensione, col « principio della compensazione degli errori accidentali ».

Scopo precipuo di questo articolo è stato di esaminare il fondamento di queste due proposizioni.

Per ciò che riguarda *la legge dei grandi numeri*, si è messo in luce come le giustificazioni che finora se ne sono date non sieno soddisfacenti, ma una giustificazione soddisfacente è sembrato di poterne dare, partendo, anzichè dal concetto di probabilità matematica, opportunamente assunto a base del calcolo

delle probabilità, dal concetto di probabilità basato sulla *frequenza totalitaria*.

Per ciò che riguarda *il principio della compensazione degli errori accidentali*, è stato messo in luce come, se non si vuole incorrere in una tautologia, esso deve essere inteso come « principio della compensazione degli effetti delle circostanze perturbatrici accidentali ». Ed in tal senso, esso non risulta accettabile che subordinatamente a talune ipotesi, le quali nel fatto talora si avverano e talora non si avverano.

Tale principio viene, d'altra parte, fatto rientrare nel problema più comprensivo della *corrispondenza tra le medie aritmetiche di due serie*, la quale è appunto subordinata al verificarsi delle ipotesi suaccennate.

L'esame delle condizioni, a cui è subordinata l'applicazione del principio della compensazione degli effetti delle cause perturbatrici accidentali, ci ha portato alla formulazione di un altro principio, il *principio della prevalenza delle cause costanti*, che è di applicazione più generale, in quanto resta subordinato a condizioni più late, e che ha un'importanza notevole, oltre che per la metodologia statistica, anche per la vita sociale.

Come il principio della compensazione degli effetti delle cause perturbatrici accidentali porta all'uso della media aritmetica, così il principio della prevalenza delle cause costanti porta all'uso della moda.

In connessione con tale risultato, si sono indicate le condizioni sufficienti per che si verifichi la *corrispondenza tra le mode di due serie*, condizioni che sono più late delle condizioni sufficienti per che si verifichi la corrispondenza tra le medie aritmetiche. E si sono indicate del pari le condizioni sufficienti per che si verifichi la *corrispondenza tra le mediane di due serie*, le quali condizioni sono intermedie tra le condizioni sufficienti per che si verifichi la corrispondenza delle medie aritmetiche e quelle sufficienti per che si verifichi la corrispondenza delle mode.

Oltre che della eliminazione degli effetti delle circostanze accidentali sull'intensità dei fenomeni, ci siamo occupati della eliminazione di tali effetti sulla loro variabilità, misurata mediante lo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica o la differenza quadratica media. La questione naturalmente non si pone che nelle eventualità *B*), *C*) e *D*) sopra enunciate.

Il noto metodo dell'« analisi della varianza » che è in tal caso

applicabile, si presta invece a gravi obbiezioni quando venga usato allo scopo di operare la scomposizione degli effetti di varie categorie di circostanze sistematiche. In suo luogo abbiamo però posto un altro metodo, che trova riscontro nel procedimento in uso nelle scienze sperimentali. Del metodo statistico e del metodo sperimentale si sono così messe in luce le limitazioni, che hanno carattere complementare, e si è concluso alla necessità che i due metodi si integrino nella ricerca scientifica.

ZUSAMMENFASSUNG

Fassen wir die Schlussfolgerungen, zu denen uns die vorstehende Abhandlung geführt hat, zusammen.

Häufig interessiert uns die quantitative Untersuchung von Erscheinungen, deren Merkmale sich nicht mit einer einzigen Beobachtung und nicht einmal mit einer so begrenzten Anzahl von Beobachtungen feststellen lassen, dass die geistigen Fähigkeiten eines normalen Menschen ausreichten, das Ergebnis zusammenzufassen.

Dies kann sich auf verschiedene Weisen verwirklichen.

A) Wenn die Stärke der zu untersuchenden Erscheinung konstant ist, aber in den Beobachtungen, die wir von derselben machen, störende Einflüsse auftreten, so dass die Ergebnisse mit Fehlern behaftet sind, die man als *Dimensionsfehler* bezeichnen kann.

B) Wenn die Stärke der zu untersuchenden Erscheinung zwar immer genau gemessen wird, aber sich in Wirklichkeit von Beobachtung zu Beobachtung ändert, so dass man eigentlich, um die Erscheinung zu kennen, die Beobachtungen auf alle Fälle ausdehnen müsste, in denen die Erscheinung eintritt. Sofern man das nicht tut, werden (oder wenigstens können) die verschiedenen Intensitäten, die die Erscheinung aufweist, in den gemachten Beobachtungen mit anderen Häufigkeiten auftreten, als in der Gesamtheit der Fälle, und die Ergebnisse werden mit Fehlern behaftet sein, die man als *Häufigkeitsfehler* bezeichnen kann.

C) Wenn die Stärke der zu untersuchenden Erscheinung sich von Beobachtung zu Beobachtung ändert und die Beobachtungen die Gesamtheit aller Fälle umfassen, jedoch störende Einflüsse auftreten, so dass die Ergebnisse mit *Dimensionsfehlern* behaftet sind.

D) Wenn die Stärke der zu untersuchenden Erscheinung sich von Beobachtung zu Beobachtung ändert, die Beobachtungen nicht die Gesamtheit der Fälle umfassen und überdies störende Umstände auftreten, so dass die Ergebnisse gleichzeitig mit *Häufigkeits-* und *Dimensionsfehlern* behaftet sind.

Nun existiert eine Technik, die sich zum Ziel setzt, derartige Erscheinungen quantitativ zu untersuchen, in der Meinung, dass, wenn das nicht mit einzelnen oder wenig zahlreichen Beobachtungen möglich ist, man es mit Massen oder Sammlungen von Beobachtungen durchführen kann. Diese Technik ist die Statistik, welche daher die in Frage stehenden Erscheinungen, die den

Gegenstand ihrer Untersuchung bilden, *Massenerscheinungen* oder *Kollektiverscheinungen* nennt.

Eine Hauptaufgabe der Statistik besteht darin, die Dimensions- und Häufigkeitsfehler auszuschalten oder, was in der Praxis auf dasselbe herauskommt, praktisch vernachlässungsfähig zu machen.

Wenn diese Fehler von zufälligen Umständen abhängen, dürfte sich ihr Einfluss auf die mittlere Stärke der Erscheinung mit dem Anwachsen der Beobachtungszahl verringern, bis er schliesslich bei genügend grosser Beobachtungszahl vernachlässigt werden könnte.

Dieser Satz wird, soweit er die Häufigkeitsfehler betrifft, im *Gesetz der grossen Zahlen* ausgedrückt und, soweit er Dimensionsfehler betrifft, im *Prinzip vom Ausgleich der Zufallsfehler*.

Hauptzweck dieses Artikels ist es, die Grundlage dieser beiden Behauptungen zu prüfen.

Was das Gesetz der grossen Zahlen anbetrifft, so wird ans Licht gerückt, wie unbefriedigend die bisherigen Rechtfertigungen desselben sind, und eine befriedigende Rechtfertigung zu geben versucht, ausgehend nicht von dem der Wahrscheinlichkeitsrechnung erfolgreich zugrunde gelegten Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit, sondern von dem auf der *Gesamthäufigkeit* fussenden Wahrscheinlichkeitsbegriff.

Was das Prinzip vom Ausgleich der Zufallsfehler anbelangt, so wird gezeigt, dass es, wenn man nicht in eine Tautologie verfallen will, als *Prinzip vom Ausgleich der Wirkungen zufälliger Störungsfaktoren* aufzufassen ist. Und in diesem Sinne ergibt es sich als nur bedingt annehmbar, und zwar unter gewissen Hypothesen, die sich bald bewahrheiten, bald nicht.

Dieses Prinzip lassen wir andererseits in das umfassendere Problem der *Korrespondenz zwischen den arithmetischen Mitteln zweier Serien* eingehen welches eben der Verwirklichung der obenerwähnten Hypothesen untergeordnet ist.

Die Untersuchung der Bedingungen, denen die Anwendung des Prinzips vom Ausgleich der Wirkungen der zufälligen Störungsfaktoren unterliegt, führt zur Formulierung eines weiteren Grundsatzes, des *Prinzips vom Vorwiegen der gleichbleibenden Ursachen*, welches allgemeine Anwendung zulässt, insofern es weiteren Bedingungen unterworfen ist, und welches ausser für die statistische Methodologie auch für das soziale Leben von bemerkenswerter Bedeutung ist.

Ebenso, wie das Prinzip vom Ausgleich der Wirkungen zufälliger Störungsfaktoren zum Gebrauch des arithmetischen Mittels führt, ebenso führt das Prinzip vom Vorwiegen der gleichbleibenden Ursachen zum Gebrauch des Dichtemittels.

Im Zusammenhang mit diesem Ergebnis werden die hinreichenden Bedingungen dafür angegeben, dass *Korrespondenz zwischen den Dichtemitteln zweier Serien* herrsche; diese Bedingungen sind weiter als die hinreichenden Bedingungen dafür, dass *Korrespondenz zwischen den Zentralwerten zweier Serien* gelte: letztere liegen zwischen den hinreichenden Bedingungen für die Korrespondenz der arithmetischen Mittel und denjenigen für die Korrespondenz der Dichtemittel.

Ausser mit der Ausschaltung der Wirkungen der Zufallsfaktoren auf

die Intensität der Erscheinungen haben wir uns noch mit der Ausschaltung solcher Wirkungen auf ihre mittels der mittleren quadratischen Abweichung vom arithmetischen Mittel oder mittels der mittleren quadratischen Differenz gemessene Streuung befasst. Die Frage stellt sich natürlich nur in den oben genannten Fällen *B*), *C*) und *D*).

Die bekannte Methode der *Streuungszerlegung* (*analysis of variance*), die in diesem Falle anwendbar ist, lässt schwerwiegende Einwände zu, sobald sie zu dem Zwecke gebraucht wird, die Wirkungen verschiedener Kategorien systematischer Faktoren aufzugliedern. An ihrer Stelle schlagen wir eine andere Methode vor, die in dem in den experimentellen Wissenschaften üblichen Verfahren ein Gegenstück findet. So werden die Grenzen der statistischen Methode und der experimentellen Methode ans Licht gerückt, Grenzen, die sich ihrer Natur nach ergänzen, und daraus wird auf die Notwendigkeit geschlossen, dass sich die beiden Methoden in der wissenschaftlichen Forschung gegenseitig ergänzen.

RÉSUMÉ

Nous résumons les conclusions auxquelles nous amène le travail qui précède.

Nous sommes souvent intéressés à l'étude quantitative de phénomènes dont les caractéristiques ne peuvent être relevées ni par une seule observation, ni par un nombre d'observations assez limité pour que les facultés mentales d'un homme normal suffisent à en synthétiser le résultat.

C'est ce qui peut arriver dans plusieurs cas.

A) Lorsque l'intensité du phénomène que l'on veut étudier est constante, mais des influences perturbatrices interviennent dans les observations que nous en faisons, de sorte que les résultats sont entachés d'erreurs, que l'on peut appeler *erreurs de dimension*.

B) Lorsque l'intensité du phénomène que nous voulons étudier est toujours exactement relevée, mais, en réalité, varie d'une observation à l'autre, de sorte que, pour connaître le phénomène, il faudrait étendre les observations à tous les cas dans lesquels il se produit. Si cela ne se fait, les différentes intensités du phénomène se présenteront (ou tout au moins pourront se présenter), dans les observations effectuées, avec une fréquence différente de celle constatée pour le total des cas, et les résultats seront entachés d'erreurs, que l'on peut appeler *erreurs de fréquence*.

C) Lorsque l'intensité du phénomène que nous voulons étudier varie d'une observation à l'autre et les observations s'étendent à la totalité des cas du phénomène, mais des influences perturbatrices interviennent dans ces observations, de sorte que les résultats sont entachés d'*erreurs de dimension*.

D) Lorsque l'intensité du phénomène que nous voulons étudier varie d'une observation à l'autre, les observations ne s'étendent pas à la totalité des cas du phénomène et, par surcroît, des circonstances perturbatrices interviennent dans ces observations, de sorte que les résultats sont entachés simultanément d'*erreurs de fréquence* et d'*erreurs de dimension*.

Or, il y a une technique qui se propose d'étudier quantitativement ces phénomènes, en estimant que, si cela ne peut se faire par des observations isolées ou peu nombreuses, la chose est possible au moyen de masses ou collections d'observations. Et c'est la Statistique, qui a, par conséquent, appelé *phénomènes de masse* ou *phénomènes collectifs* les phénomènes en question, qui sont l'objet de son étude.

Un des buts les plus importants de la statistique consiste à éliminer ou, ce qui dans la pratique revient au même, à rendre pratiquement négligeables les erreurs de dimension et de fréquence.

Lorsque ces erreurs dépendent de circonstances accidentelles, leur influence sur l'intensité moyenne du phénomène se réduirait au fur et à mesure que croît le nombre des observations, jusqu'à devenir négligeable si ce dernier était assez grand.

Cette thèse est exprimée, en ce qui concerne les erreurs de fréquence, par la *loi des grands nombres* et, en ce qui concerne les erreurs de dimension, par le *principe de la compensation des erreurs accidentelles.*

Le principal but que se proposait cet article était celui d'examiner le bien-fondé de ces deux propositions.

Pour ce qui est de la loi des grands nombres, nous avons mis en lumière que les justifications qui en ont été données jusqu'ici ne sont pas satisfaisantes, mais nous avons cru pouvoir en donner une justification satisfaisante en partant, au lieu que du concept de probabilité mathématique, convenablement pris comme base du calcul des probabilités, du concept de probabilité basé sur la *fréquence totalitaire.*

Quant au principe de la compensation des erreurs accidentelles, nous avons mis en lumière que, si l'on ne veut pas tomber dans une tautologie, il doit être entendu comme *principe de la compensation des effets des circonstances accidentelles.* Et, dans ce sens, il ne paraît acceptable qu'en admettant certaines hypothèses qui, dans la réalité, ne se réalisent pas toujours.

D'autre part, nous avons fait rentrer ce principe dans le problème plus compréhensif de la *correspondance entre les moyennes arithmétiques de deux séries,* qui dépend justement de la réalisation des sus-dites hypothèses.

L'examen des conditions dont dépend l'application du principe de la compensation des effets des causes perturbatrices accidentelles, nous a amenés à formuler un autre principe : le principe de la *prépondérance des causes constantes,* qui est d'une application plus générale, parce qu'assujetti à des conditions plus larges, et qui a une importance notable, outre que pour la méthodologie statistique, aussi pour la vie sociale.

Comme le principe de la compensation des effets des causes perturbatrices accidentelles amène à l'usage de la moyenne arithmétique, ainsi le principe de la prépondérance des causes constantes amène à l'usage de la mode.

En connexion avec ce résultat, nous avons indiqué les conditions suffisantes pour que se réalise la *correspondance entre les modes de deux séries,* conditions qui sont plus larges que les conditions suffisantes pour que se réalise la correspondance entre les moyennes arithmétiques. Et nous avons également indiqué les conditions suffisantes pour que se réalise la *correspondance entre les médianes de deux séries,* ces dernières conditions étant intermédiaires entre les conditions suffisantes pour que se réalise la correspondance des moyennes

arithmétiques et celles qui sont suffisantes pour que se réalise la correspondance des modes.

Outre que de l'élimination des effets des circonstances accidentelles sur l'intensité des phénomènes, nous nous sommes occupés de l'élimination de ces effets sur leur variabilité, mesurée au moyen de l'écart quadratique à partir de la moyenne arithmétique ou au moyen de la différence quadratique. Naturellement, la question ne se pose que dans les cas *B*), *C*) et *D*) sus-énoncés.

La méthode de l'*analyse de la variance*, qui est alors applicable, prête à de graves objections lorsqu'elle est employée dans le but d'opérer la décomposition des effets de différentes catégories de circonstances systématiques. A sa place, nous avons proposé une autre méthode, qui a son pendant dans le procédé en usage dans les sciences expérimentales. Nous avons ainsi mis en lumière les limitations, qui ont un caractère complémentaire, de la méthode statistique et de la méthode expérimentale, et nous avons conclu à la nécessité que les deux méthodes se complètent l'une l'autre dans la recherche scientifique.

SUMMARY

Let us sum up the conclusions to which the previous exposition leads us.

We are often interested in the quantitative study of phenomena whose characteristics cannot be determined by one observation nor even by many observations so limited in number as to enable the mental faculties of an ordinary man to synthesise the results.

This may occur in several cases :

(*a*) when the intensity of the phenomenon to be studied is constant, but when our observations of it are subject to disturbing influences, so that the results are affected by what may be described as *dimensional errors ;*

(*b*) when the intensity of the phenomenon is always correctly determined, but when it actually varies from one observation to another, so that a knowledge of the phenomenon would require that the observations be extended to all the cases in which it occurs. If this be not done, the various degrees of intensity of the phenomenon will appear — or at least might appear — in the observations made with a different frequency than in the sum total of the cases, and the results will be affected by what may be described as *frequency errors* ;

(*c*) when the intensity of the phenomenon varies from one observation to another, and the observations extend to all the cases of the phenomenon but are affected by disturbing influences, the results thus being affected by *dimensional errors* ;

(*d*) when the intensity of the phenomenon to be studied varies from observation to observation, and the observations do not extend to all the cases of the phenomenon and, moreover, are affected by disturling influences, the results being thus affected both by *frequency* and by *dimensional errors*.

Now there is a method which proposes to make a quantitative study of such phenomena ; it considers that, if this cannot be done by a single observa -

tion or by a few observations, it can be done by a mass or a collection of observations. This is the statistical method, which therefore describes the phenomena considered in this study as *mass* or *collective phenomena*.

A very important purpose the statistical method has in view is that of eliminating, or — which amounts to the same thing in practice — of rendering practically negligeable, errors of dimension or of frequency.

When these errors depend on accidental circumstances, their influence on the intensity of the phenomenon would decline with the number of observations, and would become negligeable if this number were sufficiently large.

This thesis is expressed — as regards frequency errors — by the *law of great numbers*, and — as regards dimensional errors — by the *principle of compensation of accidental errors*.

The purpose of this article is to examine the foundations for these two propositions.

As regards the law of great numbers, we have shown that the reasons so far given in its support are unsatisfactory, but it appears that a satisfactory reason can be given if we start, not from the notion of mathematical probability, rightly taken as the basis for the calculus of probabilities, but from the notion of probability based on *total frequency*.

As regards the principle of the compensation of accidental errors, we have shown that, if tautology is to be avoided, it should be described as *the principle of the compensation of the effects of accidental circumstances*. Thus understood, it can only be acceptable subject to certain hypotheses, which in practice sometimes occur and sometimes do not.

On the other hand, this principle is included within the wider problem of the *correspondence between the arithmetic means of two series*, which is precisely the problem subject to the occurrence of the hypotheses above referred to.

The examination of the conditions to which the application of the principle of the compensation of the effects of accidental disturbing causes is subject, has led us to formulate another principle, that of the *prevalence of constant causes*, which is more widely applicable, as it is subject to broader conditions. It is of marked importance, not only for statistical methodology, but also for the study of social phenomena.

As the principle of the compensation of the effects of accidental disturbing causes leads to the use of the arithmetic mean, so the principle of the prevalence of constant causes leads to the use of the mode.

In connection with this result we have noted the conditions which are sufficient for producing *correspondence between the modes of two series*, conditions broader than those which suffice for producing correspondence between the arithmetic mean. We have also noted the conditions sufficient for producing *correspondence between the medeans of the two series*, conditions which are intermediate between those sufficient for producing correspondence of the arithmetical means and those sufficient for producing correspondence of the modes.

Besides dealing with the elimination of the effects of accidental circumstances on the intensity of the phenomena, we have dealt with the elimination of such effects on their variability, measured by the quadratic deviation

from the arithmetic mean or the quadratic difference. Evidently, this question only arises in the afore stated cases (*b*), (*c*), and (*d*).

The method of the *analysis of variance*, applicable in such cases, lends itself, on the other hand, to grave objections when used for resolving the effects of the several categories of systematic circumstances. In its stead, we have suggested another method which finds a parallel in that used in the experimental sciences. We have thus illustrated the limitations, which are of a complementary nature, of the statistical and of the experimental methods and we arrive at the conclusion that the two methods should complete each other in scientific research.

CORRADO GINI

Degli indici sintetici di correlazione e delle loro relazioni con l'indice interno di correlazione (*intra-class correlation coefficient*) e con gli indici di correlazione tra serie di gruppi.

Per misurare la concordanza o discordanza fra due serie — per esempio, tra i numeri indici del costo della vita a Roma e i rispettivi numeri indici a Milano — si ricorre agli indici di concordanza, ben noti nella metodologia statistica.

Supponiamo, ora, di avere non due, ma s serie, per esempio le serie dei numeri indici del costo della vita, non in due, ma in 50 città, come abbiamo effettivamente per l'Italia, nel periodo 1928-1938. Chi volesse ottenere una misura sintetica della concordanza tra l'andamento del costo della vita in dette città italiane, dovrebbe eseguire tutte le possibili combinazioni a due a due delle 50 città in parola, vale a dire $\frac{50 \cdot 49}{2} = 1225$ combinazioni, calcolare altrettanti indici di concordanza e, dei 1225 indici così ottenuti, eseguire la media. Questa media costituirebbe un *indice sintetico di concordanza* tra i numeri indici del costo della vita delle 50 città italiane.

Tale procedimento è però tanto laborioso da riuscire praticamente proibitivo. Si capisce perciò come, per quanto possa interessare di avere una misura sintetica della concordanza tra s serie, nessuno, che io sappia, l'abbia mai determinata. Vediamo

dunque di semplificare il procedimento, in modo da rendere gli indici sintetici di concordanza praticamente applicabili.

* * *

Anzitutto converrà decidere a quale media si deve ricorrere. Si potrà ricorrere a una media semplice, ma preferibile sarà una media ponderata. Nello scegliere il criterio di ponderazione, converrà tener conto del significato dell'indice di concordanza.

L'indice di concordanza è il rapporto tra: *a*) la divergenza tra la discordanza, che in fatto si verifica tra i termini corrispondenti di due serie, da una parte, e la discordanza, dall'altra, che si verificherebbe nel caso di associazione casuale, e *b*) il massimo che tale divergenza può raggiungere. È, in altre parole, il coefficiente per il quale bisogna moltiplicare il massimo della divergenza per ottenere la divergenza effettiva. È quindi naturale che ad ogni indice di concordanza debba attribuirsi un peso corrispondente al massimo della divergenza.

* * *

Tra gli indici di concordanza, meritano particolare considerazione gli *indici quadratici di correlazione*, dei quali il più usato è l'*indice quadratico di correlazione tra le variazioni* o *coefficiente di correlazione*, che è dato dalla nota formula del Bravais:

$$ {}^{2}r = \frac{\sum_{i=1}^{n} {}_{a}\varepsilon_i \; {}_{b}\varepsilon_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} {}_{a}\varepsilon_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} {}_{b}\varepsilon_i^2}} \qquad (1) $$

dove — A e B indicando le due serie tra cui si vuole determinare la correlazione — ${}_{a}\varepsilon_i$ indica lo scostamento del termine i^{mo} $(i = 1, 2 \ldots n)$ della serie A dalla media aritmetica della detta serie e ${}_{b}\varepsilon_i$ lo scostamento del termine i^{mo} della serie B dalla media aritmetica rispettiva.

Non meno dell'indice quadratico di correlazione tra le variazioni, merita, però, di essere considerato l'*indice quadratico di correlazione tra gli scostamenti*, dato dall'espressione

$$ {}^2\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n} a\varepsilon_i \; b\varepsilon_i}{\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} a\varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^{n} b\varepsilon_i^2 \right)} . \qquad (2) $$

Mentre ${}^2r$ misura la correlazione tra le variazioni (cioè tra gli scostamenti ragguagliati allo scostamento quadratico medio), ${}^2\rho$ misura la correlazione tra gli scostamenti. In alcuni casi, è proprio la correlazione tra gli scostamenti che ci può interessare di misurare. Tale è il caso quando si esamina la correlazione fra le età degli sposi ; tale, ancora, quando si esamina la correlazione fra due serie di numeri indici del costo della vita [1].

Indipendentemente dalla rispondenza allo scopo, è da osservare che i due indici ${}^2r$ e ${}^2\rho$ differiscono tra loro solo per il fatto che al denominatore del primo sta la media geometrica, mentre al denominatore del secondo sta la media aritmetica delle somme dei quadrati degli scostamenti delle due serie, le quali medie, quando la variabilità delle due serie non differisce radicalmente, praticamente coincidono.

---

(1) Come misura della concordanza tra gli scostamenti, la formula (2) venne proposta nella nostra memoria *Indici di concordanza* (« Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Tomo LXXV, Parte II, Anno accademico 1915-16, pag. 1441) e inserita nel quadro sistematico degli indici di relazione. In addietro, essa era già stata presa in considerazione da L. March, il quale, però, non si rendeva conto che la (2) e la (1) rispondono a problemi diversi. Egli dava la preferenza alla (1), sia perchè, con criterio soggettivo, giudicava stretta la dipendenza fra due fenomeni quando gli scostamenti corrispondenti risultano proporzionali (Cfr. *Les Représentations graphiques et la Statistique comparative*, « Journal de la Societé Statistique de Paris », novembre 1904 e gennaio 1905, pag. 30 dell'estratto), sia perchè osservava che il valore di ${}^2r$ resta inalterato, mentre quello di ${}^2\rho$ può variare, quando si cambia l'unità di misura di uno dei due caratteri (Cfr. *Les principes de la méthode statistique*, Alcan, Paris, 1930, pag. 579-580). Quest'ultima osservazione è, in generale, fondata, ma deve tenersi presente che, quando si misura la concordanza tra gli scostamenti di due serie, è ovviamente necessario che i caratteri delle due serie siano espressi nella stessa unità di misura.

La formula (2) ha poi il vantaggio decisivo di portare, come vedremo, ad un'espressione dell'indice sintetico di correlazione molto facile a calcolare.

* * *

Se con s si indica il numero delle serie considerate, con A una delle dette serie e con B un'altra di dette serie diversa dalla A, l'espressione dell'indice sintetico di correlazione tra gli scostamenti assume la forma

$$ {}^{2}_{s}\rho = \frac{\sum_{b=1}^{s-1} \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i \; {}_b\varepsilon_i}{\frac{1}{2}\left\{(s-1) \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2 + (s-1) \sum_{b=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_b\varepsilon_i^2\right\}} \qquad (3) $$

che si riduce facilmente a

$$ {}^{2}_{s}\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{a=1}^{s} {}_a\varepsilon_i \right)^2 - \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2}{(s-1) \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2} \qquad (4) $$

la quale richiede solo la determinazione degli $s\,n$ scostamenti di ciascun termine dalla media aritmetica della rispettiva serie, la determinazione dei rispettivi quadrati e l'esecuzione su di questi di operazioni semplicissime.

Quando si sia già calcolata la serie media, in cui il termine i^{mo} è rappresentato dalla media dei termini i^{mi} delle s serie, la (4) può essere sostituita vantaggiosamente, per l'economia del calcolo, dalla

$$ {}^{2}_{s}\rho = \frac{s^2 \sum_{i=1}^{n} E_i^2 - \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2}{(s-1) \sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2} \qquad (5) $$

dove E_i, indica lo scostamento del termine i^{mo} della serie media dalla media di detta serie, essendo

$$\sum_{i=1}^{s} {}_a\varepsilon_i = s\, E_i \,. \qquad (6)$$

Nella tavola I sono esposti, alle colonne 2-12, i numeri indici annuali delle 50 città italiane dal 1928 al 1938 ricavati dall'Annuario dell'Istituto Centrale di Statistica, nonchè, nell'ultima colonna 13, i numeri indici medi undecennali per ogni città e, nell'ultima linea, i numeri indici medi delle 50 città per ogni anno ; nella tavola II, alle colonne 2-12, i rispettivi scostamenti dalla media undecennale delle stesse città ; nella III, alle colonne 2-12, i rispettivi quadrati (1).

Dalla tavola III, si ricavano i valori seguenti

$$\sum_{i=1}^{n} E_i^2 = 906{,}03$$

$$\sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2 = 48.919{,}47$$

da cui

$$\frac{2}{s}\rho = \frac{50^2 \cdot 906{,}03 - 48.919{,}47}{(s-1)\ 48.919{,}47} = 0{,}9245 \,.$$

* * *

La formula (4) trova applicazione nell'analisi della varianza.

Per «varianza» s'intende il quadrato dello scostamento quadratico medio, ossia la media dei quadrati degli scostamenti. Con l'analisi della varianza si mira a scindere la varianza d'un fenomeno nelle sue componenti dovute a vari gruppi di fattori.

---

(1) Il calcolo degli scostamenti e dei loro quadrati, contenuti nelle tavole II e III, del pari che la determinazione delle varianze e degli indici di correlazione che su di essi si fondano, sono dovuti al Dott. Guglielmo Fieramonti, assistente alla Cattedra di Statistica della R. Università di Roma.

Supposto il caso più semplice, in cui i gruppi di fattori considerati sieno due, è necessario conoscere la distribuzione delle intensità del fenomeno secondo le combinazioni delle modalità dei due fattori o gruppi di fattori.

Nella tavola I, ad esempio, può appunto vedersi una distribuzione di questo tipo; essa ci mostra infatti come si distribuiscono i numeri indici dei prezzi delle 50 città italiane secondo la città (fattore a) e, per ogni città, secondo l'anno di calendario (fattore i).

Se con A_{ai} indichiamo il numero indice della città a^{ma} ($a = 1,2 \ldots\ldots 50$) nell'anno i^{mo} ($i = 1, 2 \ldots . 11$), con

$$A_a = \frac{\sum_{i=1}^{11} A_{ai}}{11}$$

la media aritmetica degli 11 numeri indici relativi alla città a^{ma}, con

$$A_i = \frac{\sum_{a=1}^{50} A_{ai}}{50}$$

la media aritmetica dei 50 numeri indici relativi all'anno i^{mo}, e con

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{11} A_i}{11} = \frac{\sum_{a=1}^{50} A_a}{50} = \frac{\sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} A_{ai}}{11 \cdot 50}$$

la media aritmetica generale di tutti gli $11 \cdot 50 = 550$ numeri indici; con $e_{ai} = A_{ai} - A$ lo scostamento di uno dei 550 numeri indici dalla media generale; con $E_a = A_a - A$ lo scostamento della media aritmetica relativa alla città a^{ma} dalla media aritmetica generale; con $E_i = A_i - A$ lo scostamento della media aritmetica relativa all'anno i^{mo} dalla media aritmetica generale; con ${}_i\varepsilon_a = A_{ai} - A_i$ lo scostamento di uno dei 550 numeri indici dalla media aritmetica relativa allo stesso anno e con ${}_a\varepsilon_i = A_{ai} - A_a$ lo scostamento di uno dei 550 numeri indici dalla media aritmetica

relativa alla stessa città, potremo scrivere, per una nota proprietà della media aritmetica

$$\sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} e_{ai}^2 = \sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} {}_i\varepsilon_a^2 + 50 \sum_{i=1}^{11} E_i^2 \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} e_{ai}^2 = \sum_{a=1}^{50} \sum_{i=1}^{11} {}_a\varepsilon_i^2 + 11 \sum_{a=1}^{50} E_a^2 \,. \qquad (8)$$

Indicando con

$$V = \frac{1}{11 \cdot 50} \sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} e_{ai}^2$$

la varianza globale dei 550 numeri indici; con

$$V_{mi} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} E_i^2$$

la varianza degli 11 indici medi relativi ai vari anni; con

$$V_{ma} = \frac{1}{50} \sum_{a=1}^{50} E_a^2$$

la varianza dei 50 indici medi relativi alle varie città; con

$${}_iV_a = \frac{1}{11 \cdot 50} \sum_{i=1}^{11} \sum_{a=1}^{50} {}_i\varepsilon_a^2$$

la varianza dei 550 indici annuali dalla media del rispettivo anno; con

$${}_aV_i = \frac{1}{11 \cdot 50} \sum_{a=1}^{50} \sum_{i=1}^{11} {}_a\varepsilon_i^2$$

la varianza dei 550 indici annuali dalla media della rispettiva città, la (8) diviene

$$V = V_{ma} + {}_aV_i \qquad (9)$$

la quale ci dice che la varianza globale V dei 550 numeri indici secondo la città e l'anno si può scindere in due componenti: la varianza V_{ma} dei numeri indici da città a città e la varianza ${}_aV_i$ dei numeri indici di una stessa città da anno ad anno. Nel nostro esempio, abbiamo trovato

$$\sum_{a=1}^{s} \sum_{i=1}^{n} {}_a\varepsilon_i^2 = 48.919,47$$

da cui

$${}_aV_i = \frac{48.919,47}{11 \cdot 50} = 88,94 .$$

D'altra parte si ricava dalla colonna (13) della tavola III,

$$\sum_{a=1}^{50} E_a^2 = 411,85$$

da cui

$$V_{ma} = 8,24$$

e quindi, per la (9),

$$V = 88,94 + 8,24 = 97,18$$

Le frazioni

$$\frac{V_{ma}}{V} = \frac{8,24}{97,18} = 0,085 \qquad \frac{{}_aV_i}{V} = \frac{88,94}{97,18} = 0,915$$

esprimerebbero l'importanza che la città e l'anno rispettivamente assumono nel determinare la variabilità dei numeri indici del costo della vita delle città italiane.

Senonchè, invece di dedurre dalla (8) la (9), noi avremmo potuto dedurre dalla (7) la uguaglianza seguente

$$V = V_{mi} + {}_iV_a \qquad (10)$$

in base alla quale, ragionando in modo perfettamente analogo a quello sopra adottato, saremmo arrivati a una conclusione divergente dalla precedente.

Nel nostro caso, abbiamo infatti già trovato

$$\sum_{i=1}^{n} E_i^2 = 906{,}03$$

da cui si ricava

$$V_{mi} = \frac{906{,}03}{11} = 82{,}37$$

e quindi, per la (10),

$${}_iV_a = 97{,}18 - 82{,}37 = 14{,}81.$$

Avremmo così concluso che l'importanza che la città e l'anno rispettivamente assumono nel determinare la variabilità dei numeri indici del costo della vita delle città italiane è misurata dalle frazioni

$$\frac{{}_iV_a}{V} = \frac{14{,}81}{97{,}18} = 0{,}152 \qquad \frac{V_{mi}}{V} = \frac{82{,}97}{97{,}18} = 0{,}848\ .$$

Ora, questi risultati sono molto diversi dai precedenti; l'importanza della città nel determinare la variabilità dei numeri indici risulterebbe, in base al secondo procedimento, quasi doppia che in base al primo.

Il contrasto fra le due conclusioni [1] dipende dal fatto che non è

$$V_{ma} = {}_iV_a \qquad V_{mi} = {}_aV_i$$

ma è, invece, salvo casi particolarissimi,

$$V_{ma} < {}_iV_a \qquad V_{mi} < {}_aV_i.$$

---

(1) Tale contrasto fu già fatto rilevare nella nostra comunicazione *Di alcune questioni fondamentali per la metodologia statistica*, presentata alla Seconda riunione scientifica della Società Italiana di Statistica (26-28 giugno 1940), dove venne pure proposto un metodo razionale per scindere l'importanza che due gruppi di circostanze assumono nel determinare la varianza di un fenomeno. Vedi pure, in proposito, la più ampia discussione della questione, fatta nell'articolo *Alle basi del metodo statistico*, pubblicato in questo stesso numero.

Ora la formula (5) permette di farci un'idea precisa della relazione che passa tra V_{ma} e ${}_iV_a$ e tra V_{mi} e ${}_aV_i$.

Tenendo presente che è

$$s^2 \sum_{i=1}^{n} E_i^2 = n\, s^2\, V_{mi}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{a=1}^{s} {}_a\varepsilon_i^2 = n\, s\, {}_aV_i\,,$$

la (5) si può infatti porre sotto la forma

$$ {}^2_s\rho = \frac{s\, V_{mi} - {}_aV_i}{(s-1)\, {}_aV_i} \qquad (11)$$

da cui

$$s\, V_{mi} = \left\{ 1 + {}^2_s\rho\, (s-1) \right\} {}_aV_i \qquad (12)$$

dove è ${}^2_s\rho \leqq 1$

Dalla (12) si ricava che, per ${}^2_s\rho = 1$, è $V_{mi} = {}_aV_i$; per ${}^2_s\rho < 1$, è $V_{mi} < {}_aV_i$. In altre parole, è sempre $V_{mi} < {}_aV_i$, salvo nel caso in cui vi sia perfetta correlazione tra gli scostamenti di tutte le s serie orizzontali (1).

Nel caso nostro, avevamo trovato ${}^2_s\rho = 0{,}9245$ e quindi dovevamo attenderci

$$V_{mi} = \frac{1}{50}\,(1 + 0{,}9245 \cdot 49)\; 88{,}94 = 82{,}37$$

come abbiamo effettivamente trovato.

In modo analogo si può dimostrare che è $V_{ma} < {}_iV_a$ salvo nel caso particolare di correlazione perfetta tra gli scostamenti di tutte le n serie verticali (1).

* * *

Nel caso particolare di correlazione nulla tra gli scostamenti delle s serie, sarà ${}^2_s\rho = 0$, $s\, V_{mi} = {}_aV_i$.

Si avrà correlazione negativa quando sia ${}^2_s\rho < 0$.

---

(1) Parlando di serie orizzontali e di serie verticali, ci si riferisce alla disposizione delle Tavole I-III.

È da avvertire che il coefficiente sintetico di correlazione tra più di due serie non può mai essere $= -1$, perchè, se è $= -1$ il coefficiente di correlazione tra due serie, non può essere $= -1$ il coefficiente di correlazione tra tutte le altre. Il massimo di correlazione negativa si avrà quando sia $V_{mi} = 0$, nel qual caso si ricava dalla (11)

$$\underset{s}{{}^{2}\rho} = -\frac{1}{s-1}$$

che è sempre > -1, salvo nel caso $s = 2$.

* * *

Nel caso di $s = 2$, il coefficiente sintetico di correlazione tra gli scostamenti si riduce al coefficiente di correlazione tra gli scostamenti di due serie.

Il coefficiente sintetico di correlazione tra gli scostamenti può quindi riguardarsi come una generalizzazione del coefficiente di correlazione tra gli scostamenti di due serie.

Una generalizzazione analoga può naturalmente farsi per tutti gli indici delle relazioni statistiche. Questi si possono invero stabilire tra un numero qualsiasi s di serie, anzi che tra due sole serie, come si fa di solito.

* * *

Il coefficiente sintetico di correlazione tra gli scostamenti ha molte affinità col *coefficiente interno di correlazione* (*intraclass correlation coefficient*) introdotto nella metodologia statistica dall'Harris e dal Boas [1].

Disponendo, come nell'esempio precedente, dei numeri indici del costo della vita in n anni di s città, supponiamo di voler determinare gli scostamenti dei numeri indici per i singoli anni in ciascuna città,

---

(1) Cfr. J. A. Harris, *On the calculation of intraclass and interclass coefficients of correlation from class moments when the number of possible combinations is large*, « Biometrika », Vol. IX, 1913, pag. 446-472 ; F. Boas, *Die Variabilität von Volksgruppen*, in « Antropologischer Anzeiger », 1931, Vol. VII, pagg. 204-208 e, prima, in « American Anthropologist », 1916, Vol. 18, pagg. 1-9.

non dalla media (A_a) dei numeri indici del costo della vita dei vari anni in quella stessa città, ma dalla media generale (A) dei numeri indici dei vari anni in tutte le città, e di voler determinare il coefficiente di correlazione tra gli scostamenti così determinati (o tra le rispettive variazioni) dei numeri indici che si verificano nei diversi anni in una stessa città. (Si avverta che, in questo caso, il coefficiente di correlazione tra gli scostamenti coincide con quello tra le variazioni, poichè gli scostamenti quadratici medi sono uguali per le due serie considerate). Tale coefficiente di correlazione, che indichiamo con ${}^2_s\gamma$, si definisce con una formula analoga alla (3) in cui agli scostamenti ${}_a\varepsilon_i$, ${}_b\varepsilon_i$, si sostituiscono gli scostamenti e_{ai}, e_{bi}. Da essa si deducono formule analoghe alle (11) e (12), in cui, in luogo della varianza ${}_aV_i$, ricorre la varianza globale V. È precisamente

$$ {}^2_s\gamma = \frac{s\,V_{mi} - V}{(s-1)\,V}. \qquad (13) $$

Ora, dalla (9) sappiamo che è

$$ V > {}_aV_i $$

e quindi dalla (11) e dalla (12) si deduce

$$ {}^2_s\rho > {}^2_s\gamma. $$

Nel nostro esempio, si trova ${}^2_s\gamma = 0{,}9227$, mentre avevamo trovato ${}^2_s\rho = 0{,}9245$.

* * *

Si potrebbe pensare a desumere l'indice sintetico tra s serie, dalla media degli indici di correlazione tra le singole serie e la serie dei loro valori medi. Per l'indice di correlazione tra gli scostamenti, tale media è data dall'espressione (1)

$$ {}^2_m\rho = \frac{2\,V_{mi}}{V_{mi} + {}_aV_i}. \qquad (14) $$

---

(1) Vedi, in argomento, il nostro articolo *Sulle relazioni tra serie di gruppi*, in « Statistica ». Bologna, Vol. I, n. 1. La media degli n indici di correlazione tra n serie e la serie dei loro valori medi può appunto farsi rientrare, come un caso particolare, negli indici di correlazione tra serie di gruppi.

Questo indice non si presta, però, allo scopo di dare una misura sintetica della correlazione tra s serie.

Esso infatti non può assumere valori negativi, come s'intende dal fatto che V_{mi} e ${}_aV_i$ sono sempre positivi.

Oltre a ciò, dalla (14) e dalla (11) si deduce che, nel caso di indipendenza tra le serie, in cui è ${}^2_s\rho = 0$, è ${}^2_m\rho = \frac{2}{s+1}$, mentre, nel caso di relazione negativa tra le serie, è

$$0 < {}^2_m\rho < \frac{2}{s+1} .$$

Si noti che la (14) può mettersi sotto la forma

$$ {}^2_m\rho = 1 - \frac{{}_aV_i - V_{mi}}{{}_aV_i + V_{mi}} \qquad (15)$$

e la (11) sotto la forma

$$ {}^2_s\rho = 1 - \frac{{}_aV_i - V_{mi}}{{}_aV_i} \cdot \frac{s}{s-1} . \qquad (16)$$

Essendo $\frac{s}{s-1} > 1$; ${}_aV_i < {}_aV_i + V_{mi}$

sarà sempre

$$ {}^2_m\rho > {}^2_s\rho$$

e, a più forte ragione,

$$ {}^2_m\rho > {}^2_s r .$$

Nel nostro esempio, si trova

$$ {}^2_m\rho = 0{,}9616,$$

mentre avevamo trovato

$$ {}^2_s\rho = 0{,}9245$$

$$ {}^2_s r = 0{,}9227.$$

Numeri indici medi annui

Base 1°

CITTÀ	1928	1929	1930	1931	1932
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1) Alessandria	99,19	102,20	98,54	89,07	83,82
2. Biella	100,87	104,06	104,10	92,88	87,97
3) Torino	102,04	105,69	104,35	93,73	85,27
4) Genova	97,80	99,91	97,97	89,38	85,14
5) La Spezia	98,96	98,46	96,45	87,79	84,86
6) Savona	96,71	95,41	90,22	82,09	78,73
7) Bergamo	102,04	105,71	101,69	92,19	89,59
8) Brescia	100,62	103,51	97,70	88,57	85,08
9) Cremona	97,11	99,59	94,29	81,35	77,80
10) Mantova	98,91	100,57	95,22	85,18	81,72
11) Milano	99,97	102,86	100,04	91,47	88,32
12) Padova	99,85	99,99	96,11	85,60	83,05
13) Treviso	99,22	99,80	94,34	84,62	79,84
14) Udine	98,30	98,95	93,72	83,96	78,97
15) Venezia	99,45	101,16	96,11	83,64	80,51
16) Verona	100,15	101,22	98,25	88,12	85,33
17) Vicenza	98,97	101,96	97,30	87,24	85,31
18) Fiume	101,56	103,38	92,98	81,16	74,29
19) Gorizia	98,77	100,44	96,27	83,73	80,06
20) Pola	100,50	100,81	97,44	89,00	85,72
21) Trieste	100,80	101,29	96,91	87,71	83,26
22) Bologna	102,26	103,29	95,73	84,76	80,44
23) Cesena	97,50	99,18	96,06	86,92	81,99
24) Ferrara	98,73	101,76	97,61	86,30	80,97
25) Modena	100,59	103,84	100,40	87,08	82,96
26) Piacenza	98,86	97,89	93,97	81,70	76,65
27) Ravenna	98,67	99,44	95,75	88,56	83,64
28) Rimini	98,04	99,67	98,80	84,92	81,29
29) Carrara	99,76	99,56	96,15	85,49	80,44
30) Firenze	98,84	99,34	94,40	87,44	82,08
31) Livorno	100,33	101,83	97,56	85,39	80,14
32) Lucca	99,59	100,08	96,28	85,18	79,72
33) Pisa	99,12	100,77	94,21	81,20	79,33
34) Pistoia	98,90	101,94	93,61	84,31	81,05
35) Prato	98,54	100,06	95,64	86,46	81,12
36) Siena	97,59	99,57	95,56	89,23	83,82
37) Ascoli Piceno	97,52	98,08	94,72	82,98	79,56
38) Pesaro	99,35	98,55	93,93	82,67	77,35
39) Perugia	98,87	98,29	97,62	88,43	82,46
40) Terni	99,00	98,34	98,75	88,82	84,50
41) Roma	100,14	103,67	101,70	92,97	89,82
42) Aquila	96,19	94,62	91,45	82,05	75,73
43) Napoli	97,39	98,20	95,21	84,14	83,05
44) Bari	98,81	94,22	92,06	86,25	84,58
45) Taranto	101,16	101,72	98,56	93,70	90,25
46) Potenza	98,55	97,86	95,96	88,80	82,65
47) Catania	103,82	104,93	102,00	93,98	87,40
48) Messina	99,48	103,65	96,96	87,86	81,81
49) Palermo	99,32	101,19	97,69	88,56	83,80
50) Cagliari	99,01	99,84	95,15	85,55	78,27
Media delle 50 città	*99,35*	*100,56*	*96,61*	*86,81*	*82,43*

TAVOLA I.

complessivi del costo della vita.
giugno 1928.

1933	1934	1935	1936	1937	1938	Media 1928-38
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
80,88	78,39	79,50	84,96	94,00	99,81	*90,03*
87,11	80,68	79,13	83,89	91,18	99,22	*91,92*
81,99	78,36	79,08	84,11	93,58	102,81	*91,91*
80,75	75,03	76,24	82,68	89,03	95,07	*88,09*
80,89	76,50	76,65	83,90	92,91	99,35	*88,79*
76,90	72,22	73,44	79,67	88,61	95,17	*84,47*
86,28	80,03	77,81	84,63	93,67	100,89	*92,23*
81,54	76,94	78,88	85,33	94,56	100,29	*90,27*
74,91	71,77	74,00	83,05	91,77	100,70	*86,03*
76,23	70,75	74,11	82,94	93,30	99,28	*87,11*
84,89	81,11	81,87	89,01	97,78	104,80	*92,92*
79,14	75,53	76,84	84,36	91,74	98,40	*88,24*
75,87	72,07	74,02	81,09	88,08	94,89	*85,82*
75,03	70,09	71,76	77,57	86,61	92,97	*84,36*
78,24	75,48	77,12	83,87	93,03	100,58	*88,11*
82,87	77,58	77,90	82,54	90,04	97,64	*89,24*
81,76	77,76	78,86	84,67	92,55	100,46	*89,71*
69,46	64,36	65,16	73,48	81,92	87,51	*81,39*
77,03	72,04	73,08	78,71	87,44	95,50	*85,73*
82,88	76,27	78,09	83,54	90,37	96,49	*89,19*
80,06	75,39	75,98	81,32	88,07	93,11	*87,63*
77,23	72,67	74,77	83,24	93,27	90,33	*87,91*
76,93	73,49	75,18	81,81	90,96	100,77	*87,34*
78,05	74,29	76,39	82,36	89,41	95,31	*87,38*
78,36	74,47	75,87	81,39	89,26	97,93	*88,38*
72,18	68,16	69,54	74,85	85,27	91,98	*82,82*
79,49	74,18	76,68	81,93	90,64	99,13	*88,01*
76,37	72,07	73,29	78,72	86,69	96,17	*85,73*
74,49	69,41	71,25	78,14	86,79	94,33	*85,07*
77,60	73,98	73,61	80,03	88,58	95,88	*86,53*
75,61	72,10	74,27	79,42	88,58	96,19	*86,49*
73,68	70,39	70,70	74,96	84,26	90,11	*84,09*
75,98	72,22	73,79	79,55	86,74	94,55	*85,22*
77,57	73,79	75,58	82,59	88,96	94,14	*86,59*
76,86	73,89	75,44	82,00	91,70	97,56	*87,21*
78,42	73,91	77,27	83,53	93,87	103,51	*88,75*
76,03	73,33	74,23	79,06	87,76	92,78	*85,10*
73,78	70,64	72,83	77,96	84,03	90,41	*83,77*
77,79	74,10	75,47	79,49	88,94	96,92	*87,13*
81,87	76,27	79,49	85,54	93,46	99,71	*89,61*
85,29	80,81	81,71	87,69	94,95	102,64	*92,85*
70,85	67,92	69,70	73,77	81,83	91,76	*81,44*
83,01	78,41	78,49	83,61	89,57	96,77	*87,99*
79,28	76,33	78,69	84,14	90,14	95,89	*87,31*
86,09	85,40	87,11	93,48	99,79	103,24	*94,59*
77,22	72,20	73,74	78,76	85,64	93,23	*85,87*
81,87	76,47	78,11	84,12	90,97	97,45	*91,01*
75,36	70,93	74,28	80,23	87,96	98,72	*87,02*
81,13	78,10	80,50	84,74	90,81	98,91	*89,52*
73,30	69,14	70,58	75,32	82,03	90,47	*83,51*
78,53	*74,34*	*75,76*	*81,75*	*90,12*	*97,01*	*87,57*

Scostamenti dei numeri indici delle varie città nei singoli anni

CITTÀ	1928	1929	1930	1931	1932
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1) Alessandria	9,16	12,16	8,51	— 0,96	— 6,21
2) Biella	8,95	12,14	12,19	0,96	— 3,95
3) Torino	10,13	13,78	12,44	1,82	— 6,64
4) Genova	9,71	11,82	9,88	1,29	— 2,95
5) La Spezia	10,17	9,67	7,66	— 1,00	— 3,93
6) Savona	12,24	10,94	5,75	— 2,38	— 5,74
7) Bergamo	9,81	13,48	9,46	— 0,04	— 2,64
8) Brescia	10,35	13,24	7,43	— 1,70	— 5,19
9) Cremona	11,08	13,56	8,26	— 4,68	— 8,23
10) Mantova	11,80	13,46	8,11	— 1,93	— 5,39
11) Milano	7,05	9,94	7,12	— 1,45	— 4,60
12) Padova	11,61	11,75	7,87	— 2,64	— 5,19
13) Treviso	13,40	13,98	8,52	— 1,00	— 5,98
14) Udine	13,94	14,59	9,36	— 0,40	— 5,39
15) Venezia	11,34	13,05	8,00	— 4,47	— 7,60
16) Verona	10,91	11,98	9,01	— 1,12	— 3,91
17) Vicenza	9,26	12,25	7,59	— 2,47	— 4,40
18) Fiume	20,23	21,99	11,59	— 0,23	— 7,10
19) Gorizia	13,04	14,71	10,54	— 2,00	— 5,67
20) Pola	11,31	11,62	8,25	— 0,19	— 3,47
21) Trieste	13,17	13,66	9,28	0,08	— 4,37
22) Bologna	14,35	15,38	7,82	— 3,15	— 7,47
23) Cesena	10,16	11,82	8,72	— 0,42	— 5,35
24) Ferrara	11,35	14,38	10,23	— 1,08	— 6,41
25) Modena	12,21	15,46	12,02	— 1,30	— 5,42
26) Piacenza	16,04	15,07	11,15	— 1,12	— 6,17
27) Ravenna	10,66	11,43	7,74	0,55	— 4,37
28) Rimini	12,31	13,94	10,07	— 0,81	— 4,44
29) Carrara	14,69	14,49	11,08	0,42	— 4,63
30) Firenze	12,31	12,81	7,87	0,91	— 4,45
31) Livorno	13,84	15,34	11,07	— 1,10	— 6,35
32) Lucca	15,50	15,99	12,19	1,09	— 4,37
33) Pisa	13,90	15,55	8,99	— 4,02	— 5,89
34) Pistoia	12,31	15,33	7,02	— 2,28	— 5,54
35) Prato	11,33	12,85	8,43	— 0,76	— 6,09
36) Siena	8,84	10,82	6,81	0,48	— 4,93
37) Ascoli Piceno	12,42	12,98	9,62	— 2,12	— 5,54
38) Pesaro	15,58	14,78	10,16	— 1,10	— 6,42
39) Perugia	11,74	11,16	10,49	1,30	— 4,67
40) Terni	9,39	8,73	9,14	— 0,79	— 5,11
41) Roma	7,29	10,82	8,85	0,12	— 3,03
42) Aquila	14,75	13,18	10,01	0,61	— 5,71
43) Napoli	9,40	11,21	7,22	— 3,85	— 4,94
44) Bari	11,50	6,91	4,75	— 1,06	— 2,73
45) Taranto	6,57	7,13	3,97	— 0,89	— 4,34
46) Potenza	12,68	11,99	10,09	2,93	— 3,22
47) Catania	12,81	13,92	10,99	2,97	— 3,61
48) Messina	12,46	16,63	9,94	0,84	— 5,21
49) Palermo	9,80	11,67	8,17	— 0,96	— 5,72
50) Cagliari	15,50	16,33	11,64	2,04	— 5,24
Scostamenti degli indici medi annuali delle 50 città dalla media generale (Valori di E_i).	*11,78*	*12,99*	*9,04*	*— 0,76*	*— 5,14*

TAVOLA II.

alla media undecennale della rispettiva città (valori di $_a\varepsilon_i$).

1933	1934	1935	1936	1937	1938	Scostamenti dei numeri indici medi undecennali delle singole città dalla media generale (Valori di E_a)
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
— 9,15	— 11,65	— 10,54	— 5,07	3,97	9,78	*2,48*
— 4,81	— 11,23	— 12,78	— 8,03	— 0,74	7,30	*4,37*
— 9,92	— 13,55	— 12,83	— 7,80	1,67	10,90	*4,36*
— 7,34	— 13,06	— 11,85	— 5,41	0,94	6,98	*0,54*
— 7,90	— 12,29	— 12,14	— 4,89	4,12	10,56	*1,24*
— 7,57	— 12,25	— 11,03	— 4,80	4,14	10,70	— *3,08*
— 5,95	— 12,20	— 14,42	— 7,60	1,44	8,66	*4,68*
— 8,73	— 13,33	— 11,39	— 4,94	4,29	10,02	*2,72*
— 11,12	— 14,26	— 12,03	— 2,98	5,74	14,67	— *1,52*
— 10,88	— 16,36	— 13,00	— 4,17	6,19	12,17	— *0,44*
— 8,03	— 11,81	— 11,05	— 3,91	4,86	11,88	*5,37*
— 9,10	— 12,71	— 11,40	— 3,88	3,50	10,16	*0,69*
— 9,95	— 13,75	— 11,80	— 4,73	2,26	9,07	— *1,73*
— 9,33	— 14,27	— 12,60	— 6,79	2,25	8,61	— *3,19*
— 9,87	— 12,63	— 10,99	— 4,24	4,92	12,47	*0,56*
— 6,37	— 11,66	— 11,34	— 6,70	0,80	8,40	*1,69*
— 7,95	— 11,95	— 10,85	— 5,04	2,84	10,75	*2,16*
— 11,93	— 17,03	— 16,23	— 7,91	0,53	6,12	— *6,16*
8,70	— 13,69	— 12,65	— 7,02	1,71	9,77	— *1,82*
— 6,31	— 12,92	— 11,10	— 5,65	1,18	7,30	*1,64*
— 7,57	— 11,24	— 11,65	— 6,31	0,44	5,48	*0,08*
10,68	— 15,24	— 13,14	— 4,67	5,36	11,42	*0,36*
— 10,41	— 13,85	— 12,16	— 5,53	3,62	13,43	— *0,21*
— 9,33	— 13,09	— 10,99	— 5,02	2,03	7,93	— *0,17*
— 10,02	— 13,91	— 12,51	— 6,99	0,88	9,55	*0,83*
— 10,64	— 14,66	— 13,28	— 7,97	2,45	9,16	— *4,73*
8,52	— 13,83	— 11,33	— 6,08	2,63	11,12	*0,46*
9,36	— 13,66	— 12,44	— 7,01	0,96	10,44	— *1,82*
10,58	— 15,66	— 13,82	— 6,93	1,72	9,26	— *2,48*
— 8,93	— 12,55	— 12,92	— 6,50	2,05	9,35	— *1,02*
10,88	— 14,39	— 12,22	— 7,07	2,09	9,70	— *1,06*
10,41	— 13,70	— 13,39	— 9,13	0,17	6,02	— *3,46*
— 9,24	— 13,00	— 11,43	— 5,67	1,52	9,33	— *2,33*
— 9,02	— 12,80	— 11,01	— 4,00	2,37	7,55	— *0,96*
— 10,35	— 13,32	— 11,77	— 5,21	4,49	10,35	— *0,34*
— 10,33	— 14,84	— 11,48	— 5,22	5,12	14,76	*1,20*
— 9,07	— 11,77	— 10,87	— 6,04	2,66	7,68	— *2,45*
— 9,99	— 13,13	— 10,94	— 5,81	0,26	6,64	— *3,78*
— 9,34	— 13,03	— 11,66	— 7,64	1,81	9,79	— *0,42*
— 7,74	— 13,34	— 10,12	— 4,07	3,85	10,10	*2,06*
— 7,56	— 12,04	— 11,14	— 5,16	2,10	9,79	*5,30*
— 10,59	— 13,52	— 11,74	— 7,67	0,39	10,32	— *6,11*
— 4,98	— 9,58	— 9,50	— 4,38	1,58	8,78	*0,44*
— 8,03	— 10,98	— 8,62	— 3,17	2,83	8,58	— *0,24*
— 8,50	— 9,19	— 7,48	— 1,11	5,20	8,65	*7,04*
— 8,65	— 13,67	— 12,13	— 7,11	— 0,23	7,36	— *1,68*
— 9,14	— 14,54	— 12,90	— 6,89	— 0,04	6,44	*3,46*
— 11,66	— 16,09	— 12,74	— 6,79	0,94	11,70	— *0,53*
— 8,39	— 11,42	— 9,02	— 4,78	1,29	9,39	*1,97*
— 10,21	— 14,37	— 12,93	— 8,19	— 1,48	6,96	— *4,04*
9,04	— *13,23*	— *11,81*	— *5,82*	*2,55*	*9,44*	—

Quadrati degli scostamenti dei numeri indici delle varie città nei singoli

CITTÀ	1928	1929	1930	1931	1932
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1) Alessandria	83,91	147,87	72,42	0,92	38,56
2) Biella	80,10	147,38	148,60	0,92	15,60
3) Torino	102,62	189,89	154,75	3,31	44,09
4) Genova	94,28	139,71	97,61	1,66	8,70
5) La Spezia	103,43	93,51	58,68	1,00	15,44
6) Savona	149,82	119,68	33,06	5,66	32,95
7) Bergamo	96,24	181,71	89,49	0,00	6,97
8) Brescia	107,12	175,30	55,20	2,89	26,94
9) Cremona	122,77	183,87	68,23	21,90	67,73
0) Mantova	139,24	181,17	65,77	3,72	29,05
11) Milano	49,70	98,80	50,69	2,10	21,16
12) Padova	134,79	138,06	61,94	6,97	26,94
13) Treviso	179,56	195,44	72,59	1,00	35,76
14) Udine	194,32	212,87	87,61	0,16	29,05
15) Venezia	128,60	170,30	64,00	19,98	57,76
16) Verona	119,03	143,52	81,18	1,25	15,29
17) Vicenza	85,75	150,06	57,61	6,10	19,36
18) Fiume	409,25	483,56	134,33	0,05	50,41
19) Gorizia	170,04	216,38	111,09	4,00	32,15
10) Pola	127,92	135,02	68,06	0,04	11,04
21) Trieste	173,45	186,60	86,12	0,01	19,10
22) Bologna	205,92	236,54	61,15	9,92	55,80
23) Cesena	103,23	139,71	76,04	0,18	28,62
24) Ferrara	128,82	206,78	104,65	1,17	41,09
25) Modena	149,08	239,01	144,48	1,69	29,38
26) Piacenza	257,28	227,10	124,32	1,25	38,07
27) Ravenna	113,64	130,64	59,91	0,30	19,10
28) Rimini	151,54	194,32	101,40	0,66	19,71
29) Carrara	215,80	209,96	122,77	0,18	21,44
30) Firenze	151,54	164,10	61,94	0,83	19,80
31) Livorno	191,55	235,32	122,54	1,21	40,32
32) Lucca	240,25	255,68	148,60	1,19	19,10
33) Pisa	193,21	241,80	80,82	16,16	34,69
34) Pistoia	151,54	235,01	49,28	5,20	30,69
35) Prato	128,37	165,12	71,06	0,56	37,09
36) Siena	78,15	117,07	46,37	0,23	24,30
37) Ascoli Piceno	154,26	168,48	92,54	4,49	30,69
38) Pesaro	242,74	218,45	103,23	1,21	41,22
39) Perugia	137,83	124,55	110,04	1,69	21,81
40) Terni	88,17	76,21	83,54	0,62	26,11
41) Roma	53,14	117,07	78,32	0,01	9,18
42) Aquila	217,56	173,71	100,20	0,37	32,60
43) Napoli	88,36	104,24	52,13	14,82	20,40
44) Bari	132,25	47,75	22,56	1,12	7,45
45) Taranto	43,16	50,84	15,76	0,79	18,84
46) Potenza	160,78	144,76	101,81	8,59	10,37
47) Catania	164,10	193,77	120,78	8,82	13,03
48) Messina	155,25	276,56	98,80	0,71	27,14
49) Palermo	96,04	136,19	66,75	0,92	32,72
50) Cagliari	240,25	266,67	135,49	4,16	27,46
Quadrati degli scostamenti degli indici medi annuali delle 50 città della media generale (Valori di E_i^2).	*138,77*	*168,74*	*81,72*	*0,58*	*26,42*

TAVOLA III.

nni dalla media undecennale della rispettiva città (valori di $_a\varepsilon_i^2$).

1933	1934	1935	1936	1937	1938	Quadrati degli scostamenti dei numeri indici medi undecennali delle singole città dalla media generale. (Valori di E_a^2)
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
83,72	135,72	111,09	25,70	15,76	95,65	*6,15*
23,14	126,11	163,33	64,48	0,55	53,29	*19,10*
98,40	183,60	164,61	60,84	2,79	118,81	*19,01*
53,88	170,56	140,42	29,27	0,88	48,72	*0,29*
62,41	151,04	147,38	23,91	16,97	111,51	*1,54*
57,30	150,06	121,66	23,04	17,14	114,49	*9,49*
35,40	148,84	207,94	57,76	2,07	75,00	*21,90*
76,21	177,69	129,73	24,40	18,40	100,40	*7,40*
123,65	203,35	144,72	8,88	33,06	215,21	*2,31*
118,37	267,65	169,00	17,39	38,32	148,11	*0,19*
64,48	139,48	122,10	15,29	23,61	141,13	*28,84*
82,81	161,54	129,96	15,05	12,25	103,23	*0,48*
99,00	189,06	139,24	22,37	5,11	82,26	*2,99*
87,05	203,63	158,76	46,10	5,06	74,13	*10,18*
97,42	159,52	120,78	17,98	24,21	155,50	*0,31*
40,58	135,96	128,60	44,89	0,64	70,56	*2,86*
63,20	142,80	117,72	25,40	8,07	115,56	*4,67*
142,32	290,02	263,41	62,57	0,28	37,45	*37,95*
75,69	187,42	160,02	49,28	2,92	95,45	*3,31*
39,82	166,93	123,21	31,92	1,39	53,29	*2,69*
57,30	126,34	135,72	39,82	0,19	30,03	*0,01*
114,06	232,26	172,66	21,81	28,73	130,42	*0,13*
108,37	191,82	147,87	30,58	13,10	180,36	*0,04*
87,05	191,82	120,78	25,20	4,12	62,88	*0,03*
100,40	193,49	156,50	48,86	0,77	91,20	*0,69*
113,21	214,92	176,35	63,52	6,00	83,91	*22,37*
72,59	191,27	128,37	36,97	6,92	123,65	*0,21*
87,61	186,60	154,75	49,14	0,92	108,99	*3,31*
111,94	245,24	190,99	48,02	2,96	85,75	*6,15*
79,74	157,50	166,93	42,25	4,20	87,42	*1,04*
118,37	207,07	149,33	49,98	4,37	94,09	*1,12*
108,37	187,69	179,29	83,36	2,89	36,24	*11,97*
85,38	169,00	130,64	32,15	2,31	87,05	*5,43*
81,36	163,84	121,22	16,00	5,62	57,00	*0,92*
107,12	177,42	138,53	27,14	20,16	107,12	*0,12*
106,71	220,23	131,79	27,25	26,21	217,86	*1,44*
82,26	138,53	118,16	36,48	7,08	58,98	*6,00*
99,80	172,40	119,68	33,76	0,07	44,09	*14,29*
87,24	172,40	135,96	58,37	3,28	95,84	*0,18*
59,91	177,96	102,41	16,56	14,82	102,01	*4,24*
57,15	144,96	124,10	26,63	4,41	95,84	*28,09*
112,15	182,79	137,83	58,83	0,15	106,50	*37,33*
24,80	91,78	90,25	19,18	2,50	77,08	*0,19*
64,48	120,56	74,30	10,05	8,01	73,62	*0,06*
72,25	84,46	55,95	1,23	27,04	74,82	*49,56*
74,82	186,87	147,14	50,55	0,05	54,17	*2,82*
83,54	211,41	166,41	47,47	0,00	41,47	*11,97*
135,96	258,89	162,31	46,10	0,88	136,89	*0,28*
70,39	130,42	81,36	22,85	1,66	88,17	*3,88*
104,24	206,50	167,18	67,08	2,19	48,44	*16,32*
81,72	*138,77*	*139,48*	*34,22*	*6,50*	*89,11*	—

RIASSUNTO

Avendo s serie, per esempio le serie dei numeri indici del costo della vita in s città, un indice sintetico di concordanza si può ottenere calcolando la media degli $\frac{s\,(s-1)}{2}$ indici di concordanza che si ottengono considerando tutte le combinazioni due a due delle serie date. Tale procedimento è però tanto laborioso da riuscire praticamente proibitivo.

In questa nota, si mostra come il procedimento possa essere di molto abbreviato e si indica un'espressione semplice e di facile calcolo dell'indice sintetico di correlazione tra gli scostamenti.

Della formula ottenuta ci si vale poi per alcune considerazioni relative all'analisi della varianza, ad integrazione della critica svolta nella memoria *Alle basi del metodo statistico*, pubblicata in questo stesso numero. Viene anche messa in evidenza l'affinità tra l'indice sintetico di correlazione tra gli scostamenti e il coefficiente interno di correlazione (*intraclass correlation coefficient*), che è sempre minore del precedente.

Infine, richiamandosi ad altro articolo *Delle relazioni tra serie di gruppi* (« Statistica », Vol. I, n. 1), si considera l'espressione della media degli indici di correlazione tra le singole serie e la serie dei loro valori medi, e si mostra come questo indice non si presti allo scopo di dare una misura sintetica della correlazione tra s serie.

ZUSAMMENFASSUNG

Wenn man s Reihen hat, z. B. die Reihen der Indexzahlen für die Haushaltungskosten von s Städten, kann man einen synthetischen Konkordanzindex erhalten, indem man das Mittel der $\frac{s\,(s-1)}{2}$ Konkordanzindices berechnet; diese erhält man, wenn man die s gegebenen Reihen auf alle möglichen Arten in Gruppen zu je zwei kombiniert. Diese Verfahren ist aber so mühselig, dass es in der Praxis nicht angezeigt ist.

In vorliegender Mitteilung wird gezeigt, wie das Verfahren wesentlich abgekürzt werden kann und es wird eine einfache und leicht zu berechnende Formel für den synthetischen Korrelationsindex zwischen den Abweichungen angegeben.

Diese Formel wird dann für einige Betrachtungen über die Streuungszerlegung (*analysis of variance*) benützt, um die Kritik in der Denkschrift *Alle basi del metodo statistico*, die in diesem Heft veröffentlicht ist, zu vervollständigen. Ferner wird auch die Analogie zwischen dem synthetischen Korrelationsindex der Abweichungen und dem inneren Korrelationskoeffizienten (*intraclass correlation coefficient*), welcher immer kleiner ist als der erstere, klargelegt.

Auf einen andern Aufsatz, *Delle relazioni tra serie di gruppi* (« Statistica », Vol. I. n. 1), bezugnehmend wird endlich die Formel für das Mittel der Korrelationsindices zwischen den einzelnen Reihen und der Reihe ihrer Mittelwerte betrachtet und gezeigt, dass dieser Index zur Erlangung eines synthetischen Korrelationsmasses zwischen s Reihen nicht geeignet ist.

RÉSUMÉ

L'indice de concordance entre s séries, par exemple les séries des indices du coût de la vie dans s villes, peut être obtenu en calculant la moyenne des $\frac{s\,(s-1)}{2}$ indices de concordance, établis en considérant toutes les combinaisons possibles, deux à deux, des séries données. Ce procédé est, toutefois, tellement laborieux, qu'il est en pratique difficilement réalisable.

Dans cette note, on montre comment le procédé puisse être abrégé, et on fournit une expression simple et dont le calcul est aisé, de l'indice synthétique de corrélation entre les écarts.

Cette expression est utilisée, ensuite, à propos de certaines considérations relatives à l'analyse de la « variance », pour compléter la critique dressée au mémoire *Alle basi del metodo statistico*, mémoire publié en ce même numero. On met également en évidence l'affinité de l'indice synthétique de corrélation entre les écarts, avec le coefficient interne de corrélation (*intraclass correlation coefficient*) celui-ci étant toujours inférieur au précédent.

Enfin, en se référant à un autre article *Delle relazioni tra serie di gruppi* (« Statistica », Vol. I, n. 1) on considère l'expression de la moyenne des indices de corrélation entre chaque série et la série de leurs valeurs moyennes, et on met en évidence comment cet indice ne se prête pas au but de fournir une mesure synthétique de la corrélation entre s séries.

SUMMARY

Given s series, for instance the series of cost of living index numbers in s towns, a synthetic index of concordance can be obtained by calculating the average of the $\frac{s\,(s-1)}{2}$ indices of concordance obtained by considering all the combinations, two by two, of the given series. This procedure, however, is so laborious as to be practically prohibitive.

This note shows how the procedure can be greatly abbreviated and indicates a simple expression, and one easily calculated, for the synthetic index of correlation between the deviations.

On the strength of the formula thus obtained, some considerations are presented on the analysis of the variance, thus completing the criticism contained in the memoir *Alle basi del metodo statistico*, published in this same number. Attention is also called to the affinity between the synthetic index of correlation between deviations, and the intraclass correlation coefficient, which is always less than the previous one.

Lastly, with reference to another article *Delle relazioni tra serie di gruppi* (« Statistica », Vol. I, n. 1), the expression of the average of the indices of correlation between the several series and the series of average values is considered, and it is shown that this index does not lend itself to the purposes of a synthetic measurement of the correlation between s series.

HERMAN WOLD

Eine schwedische Untersuchung über die Elastizität der Nachfrage

Wie reagiert die Nachfrage, wenn man den Butterpreis mit 10 % erhöht ? Verringert sich der Butterverbrauch mit 10 %, mit 5 %, mit 0 % ? Und in welchem Masse steigt der Butterverbrauch, wenn sich das Niveau des Einkommens mit 10 % erhöht?

Fragen dieser Art sind Gegenstand der statistischen Nachfrageanalyse. Diese befasst sich somit mit einer Aufgabe von zentraler Bedeutung, sowohl für die Preispolitik und andere Massnahmen praktisch-wirtschaftlicher Natur, wie auch für die theoretische Sozialwissenschaft. Insbesondere in Zeiten, wo ein wesentlicher Sektor des Wirtschaftslebens unter Staatskontrolle steht, ist es offensichtlich von grösstem Wert zu wissen, wie die Nachfrage bei alternativen Annahmen über Preisniveau und Einkommensentwicklung reagiert.

Die vorliegende Darstellung berichtet über die Hauptergebnisse einer schwedischen Nachfrageuntersuchung, die der Verfasser in seiner Eigenschaft als Sachverständiger bei der im Jahre 1938 eingesetzten Untersuchungskommission für landwirtschaftliche Fragen ausgeführt hat (1). Der Bericht bezweckt gleichzeitig eine gemeinverständliche Uebersicht über die Grundlinien der Nachfrageanalyse zu geben. Betreffs der Literaturangaben muss auf die Originalarbeit verwiesen werden. An einigen Punkten geht die vorliegende Darstellung über die Originalarbeit hinaus, unter anderm bei der Behandlung einer Reihe von Umständen, die in

(1) *Efterfrågan på jordbruksprodukter och dess känslighet för pris- och inkomstförändringar.* Statens offentliga utredningar 1940: 16. Wird im folgenden mit *Efterfrågan* bezeichnet.

Zeiten wirtschaftlicher Krise, in denen der Markt staatlichen Eingriffen unterworfen ist, dazu angetan sind, die Verwendbarkeit des statistischen Materials für die Nachfrageanalyse herabzusetzen. Fernerhin werden einige Punkte diskutiert, die Dr. Leo Törnqvist, Helsingfors, in einer wertvollen Besprechung der Nachfrageuntersuchung vorgebracht hat (1).

Der Grundgedanke der Nachfrageanalyse liegt darin, den tatsächlichen Umfang des Verbrauchs in den verschiedenen Preis- und Einkommenslagen zu untersuchen, und zwar in der Absicht, bestimmte Regelmässigkeiten im statistischen Material aufzudecken, die als ein Zusammenhang zwischen Preis und Einkommen einerseits und dem Verbrauch andererseits gedeutet werden können. Es gilt mit anderen Worten, mit Hilfe eines derartigen Zusammenhanges eine korrekte Zusammenfassung der wesentlichen Züge in dem registrierten Tatsachenmaterial zustandezubringen. Auf Grund der aufgezeigten Zusammenhänge kann man danach schätzungsweise berechnen, wie der Verbrauch bei einer beabsichtigten Preis- oder Einkommensveränderung reagiert.

Das Ausgangsmaterial für die Nachfrageanalyse besteht teils aus laufenden statistischen Angaben über die Marktverhältnisse, teils aus Haushaltsbudgetstatistik. Im ersten Fall umfasst das Material eine laufende Umsatzstatistik für einen bestimmten Markt, beispielsweise für einen Konsumverein ; in diesem Falle zeigt die Statistik, wie der Preis und der mengenmässige Umsatz sich während einer längeren Zeitspanne entwickeln. Für die Nachfrageanalyse, die sich auf ein derartiges statistisches Material stützt, ist es weiterhin erforderlich, dass man sich Kenntnis über eventuelle Einkommensverschiebungen in dem untersuchten Marktgebiet verschafft. — Das budgetstatistische Material fusst auf Angaben einer grösseren Anzahl von Haushaltungen. Die Statistik umfasst verschiedene Einkommensklassen und deckt eine relativ kurze Zeitspanne, in der Regel höchstens ein Jahr ; sie gibt auch im einzelnen an, wie die Ausgaben der Haushaltungen sich während dieser Zeit auf die verschiedenen Budgetposten verteilen.

Die laufende Marktstatistik kommt in der Nachfrageanalyse hauptsächlich dann zur Anwendung, wenn es gilt, die « Empfindlichkeit » der Nachfrage für Preisveränderungen zu berech-

(1) « Ekonomisk tidskrift » (1940). S. 216-225.

nen. Die Budgetstatistik wird lediglich dazu ausgewertet, die Wirkungen der Einkommensverschiebungen auf die Nachfrage zu studieren. Es ist selbstverständlich, dass die Nachfrageanalyse in beiden Fällen grosse Ansprüche an das statistische Material stellt. Insbesondere gilt dies für die laufende Marktstatistik. Um sich eine sichere, mengenmässig erfassbare Auffassung über die Empfindlichkeit der Nachfrage für Preisverschiebungen bilden zu können, bedürfte es in Wirklichkeit einer Marktstatistik, die sich nicht nur über eine längere Zeitspanne erstreckt, sondern die zudem auch Beispiele für bedeutende Preisbewegungen, sowohl nach oben wie nach unten, bietet. Ausserdem liegt es in der Natur des Problems, dass ein scheinbar unbedeutender Fehler im statistischen Grundmaterial das Ergebnis der Berechnungen in erheblicher Weise verändern kann. Es ist daher äusserst wichtig, dass das Ausgangsmaterial frei von systematischen und anderen Fehlern ist. Das Ideal einer Marktstatistik wäre es, wenn diese für einen geschlossenen Markt gälte, z. B. für einen bestimmten Bezirk oder ein Geschäft mit festem Kundenkreis.

Auf wirtschaftlichem wie auch auf so vielen anderen Gebieten nimmt die schwedische Statistik einen Rangplatz sowohl in ihrer Reichhaltigkeit als auch in ihrer Zuverlässigkeit ein. In bedeutendem Umfange liegt auch Material vor, das die für eine Nachfrageanalyse erforderlichen Qualifikationen erfüllt. Besonders günstig sind die statistischen Voraussetzungen für landwirtschaftliche Erzeugnisse. In erster Reihe sei hier die zuverlässige, ins einzelne gehende und umfassende Haushaltbudgetstatistik genannt. Eine solche liegt für die Jahre 1913 (-14), 1923 und 1933 vor, in denen umfassende offizielle Untersuchungen des Normalverbrauchs durchgeführt wurden, wobei die Haushaltbudgetmethode zur Anwendung gelangte. Die Statistik umfasst für die verschiedenen Untersuchungsjahre je 1 355, 1 400 und 1 245 auf ihre Eignung hin sorgsam ausgewählte Haushaltungen. Für jede Haushaltung liegt eine Aufstellung vor, die teils die Ausgaben des Haushalts für Nahrungsmittel, Bekleidung, Wohnung u. s. w. angibt, teils das gesamte Einkommen, teils schliesslich andere Angaben wie Sozialklasse, Kinderzahl und dergleichen enthält. Die Angaben über den Nahrungsmittelverbrauch sind stark differenziert und geben die Ausgaben für verschiedene Lebensmittel an, wie Milch, Butter, Margarine, Käse u. s. w., sowie in gewissem Umfange auch die verbrauchten Gütermengen.

Unterlagen für die Berechnung der Empfindlichkeit der Nachfrage für Preisveränderungen können in vielen Fällen aus der offiziellen Statistik entnommen werden. Diese dient jedoch ursprünglich anderen Zwecken, und betreffs der landwirtschaftlichen Erzeugnisse erfüllt sie begreiflicherweise nicht immer die weitgehenden Ansprüche, die die Nachfrageanalyse an sie stellt. Beispielsweise enthält die offizielle Molkereistatistik keine Angaben über die private Milchwirtschaft, aus der Statistik der Fleischbeschau geht nur in unzureichender Weise der Umfang der Transporte von abgestempeltem Fleisch von einem Bezirk in den anderen hervor u. s. w. Nichtsdestoweniger befand sich die von der landwirtschaftlichen Sachverständigen-Kommission durchgeführte Nachfrageanalyse in der glücklichen Lage, auch die laufenden marktstatistischen Angaben verwerten zu können. In einigen Fällen war es möglich, das offizielle Material zu vervollständigen, und ferner stand der Untersuchung auch anderes Grundmaterial zur Verfügung. Insbesondere ist hier ein Material zu erwähnen, das den Umsatz verschiedener Konsumvereine beleuchtet, und das der Kommission von « Kooperativa Förbundet » zur Verfügung gestellt wurde. Der einzelne Verein bildet im wesentlichen einen geschlossenen Markt, und diese Statistik kommt also nahe an das obengenannte Ideal heran. Material von grösstem Interesse konnte auch durch die Zentralorganisationen der landwirtschaftlichen Genossenschaftsbewegung nutzbar gemacht werden. Diese Statistik umspannt jedoch eine zu kurze Zeitdauer, um sichere Haltepunkte für die Nachfrageanalyse zu liefern.

Elastische und unelastische Nachfrage. — Um den Grad der Nachfrageempfindlichkeit für Veränderungen von Preis und Einkommen angeben zu können, ist ein festes Gradierungsprinzip, d. h. ein Mass für die Empfindlichkeit, erforderlich. Ein solches Mass kann auf verschiedene Weise gewonnen werden, und die Wahl zwischen verschiedenen Methoden ist im Prinzip von untergeordneter Bedeutung, ebenso wie es gleichgültig ist, ob der Boden in Hektar oder Morgen gemessen wird. Eine praktische und allgemein angewandte Methode, die Empfindlichkeit der Nachfrage zu messen, bedient sich des sogenannten Elastizitätsmoduls, oder kürzer ausgedrückt, der *Elastizität*. Um zwischen Nachfrageempfindlichkeit hinsichtlich von Preis- und Einkommensveränderungen unterscheiden zu können, verwendet man die Benennungen « Preiselastizität » und « Einkommenselastizität ». Mit

einer praktisch bedeutungslosen Vereinfachung der exakten Definition kann der Elastizitätsbegriff in folgender Weise angegeben werden.

Wenn eine Ware die *Einkommenselastizität* E besitzt, bedeutet dies, dass die Nachfrage sich mit E % vergrössert (vermindert), wenn sich das Einkommen mit 1 % vergrössert (vermindert). Bei Veränderungen des Einkommens von 2 %, 3 % oder mehr sind die entsprechenden Nachfrageveränderungen Schritt für Schritt zu berechnen, d. h. in gleicher Weise, wie bei der Zinseszinsrechnung. Angenommen, das Einkommen verschiebe sich von i_0 auf i_1, so kann demgemäss die der Einkommenselastizität E entsprechende Veränderung der Nachfrage aus nachstehender Annäherungsformel berechnet werden

$$\frac{k_1}{k_0} = \frac{i_0 + i_1 + E\,(i_1 - i_0)}{i_0 + i_1 - E\,(i_1 - i_0)} \qquad (1)$$

in welcher die Nachfrage vor und nach der Einkommensveränderung durch k_0 respektive k_1 bezeichnet ist.

Wenn die Einkommenselastizität E gleich 1 ist, veranlasst also eine Veränderung des Einkommens eine proportional gleiche Veränderung der Nachfrage. In diesem Falle wird die Nachfrage normalelastisch genannt. Ist E kleiner als 1, kommt darin zum Ausdruck, dass die Nachfrage sich in langsamerem Tempo ändert als das Einkommen. In diesem Falle spricht man von unelastischer oder unterelastischer Nachfrage. Offensichtlich kann man erwarten, dass die Nachfrage nach Gütern des täglichen Bedarfs unelastisch ist, da die Nachfrage hier ja bereits in den niedrigeren Einkommenslagen weitgehend befriedigt ist. Ist $E = 0$, veranlasst eine Verschiebung des Einkommens keine Veränderung der Nachfrage. Es lässt sich auch denken, dass E eine negative Grösse ist. In diesem Falle sinkt die Nachfrage bei steigendem Einkommen und steigt bei einer Verminderung des Einkommens. Wie wir sehen werden, bietet die Nachfrage nach Margarine ein Beispiel für negative Elastizität: eine Erhöhung des Einkommens führt dazu, dass die Nachfrage von Margarine auf Butter übergeht. Schliesslich bezeichnet man die Nachfrage als überelastisch, wenn die Einkommenselastizität grösser als 1 ist. In diesem Falle steigt die Nachfrage schneller als das Einkommen.

Die *Preiselastizität* wird in ähnlicher Weise definiert. Wenn eine Ware die Preiselastizität e besitzt, sinkt (steigt) die Nach-

frage mit e %, wenn der Preis mit 1 % erhöht (gesenkt) wird. Die (1) entsprechende Formel lautet

$$\frac{k_1}{k_0} = \frac{p_0 + p_1 - e\,(p_1 - p_0)}{p_0 + p_1 + e\,(p_1 - p_0)} \qquad (2)$$

wobei eine Verschiebung des Preisniveaus von p_0 auf p_1 angenommen wird, während die Nachfrage vor und nach der Preisverschiebung mit k_0 respektive k_1 bezeichnet ist.

Analog zu dem vorigen Falle wird die Nachfrage als normalelastisch, unterelastisch und überelastisch bezeichnet, wenn die Preiselastizität respektive gleich, geringer oder grösser als 1 ist. Wenn e gleich 0 ist, ist die Nachfrage völlig starr, und eine Preisverschiebung bleibt ohne Einfluss auf den Verbrauch. Dies bedeutet, dass die Ausgaben für die Ware sich im Verhältnis zum Preise verändern. Ist e kleiner als 1, so ist dies gleichbedeutend damit, dass die Wirkung einer Preisveränderung auf die Nachfrage relativ gering ist. In einem derartigen Falle führt eine Preissteigerung zu einer Erhöhung der Ausgaben für die Ware, eine Preissenkung dagegen zu einer Verminderung der Ausgaben. Ist die Nachfrageelastizität normal hinsichtlich des Preises, d. h. ist $e = 1$, so herrscht Gleichgewicht zwischen Preiserhöhung und Nachfrageminderung, sodass die Ausgaben für die betreffende Ware in verschiedenen Preislagen unverändert bleiben. Falls überelastische Nachfrage vorliegt, d. h. wenn e grösser ist als 1, so ist die Nachfrage so empfindlich für Preisverschiebungen, dass die Ausgaben für den Verbrauch sich bei einer Preissenkung vergrössern und bei einer Preissteigerung vermindern.

Die Einkommenselastizitäten und ihre statistische Berechnung. — Die Tabelle 1 zeigt Einkommenselastizitäten, die sich auf Haushaltsbudgetstatistik gründen und aus der referierten Untersuchung entnommen sind (S. 102). Wir wollen nun in Kürze darlegen, in welcher Weise diese Elastizitäten berechnet worden sind.

Für jede der an der statistischen Erhebung teilnehmenden Haushaltungen hat man die Anzahl der Konsumtionseinheiten berechnet, wobei man sich einer sogenannten Konsumtionseinheitsskala bediente, d. h. einer schätzungsweise berechneten Tabelle über die relative Bedeutung der verschiedenen Altersgruppen im Haushaltsbudget. Danach wurden die Haushaltungen hinsichtlich ihres Einkommens pro Konsumtionseinheit aufgegliedert.

TAB. 1. — *Einkommenselastizität für angegebene Budgetposten in Haushaltungen schwedischer Arbeiter- und unterer Beamtenfamilien, 1913 und 1933.*

	1913	1933
Nahrungs- und Genussmittel	0,45	0,53
Wohnung	0,76	1,28
Heizung und Beleuchtung, Wäsche und Reinigungsmittel	0,74	0,67
Inventar	1,85	1,41
Kleidung und Schuhe	1,17	0,96
Körper- und Krankenpflege	1,31	1,09
Ausgaben für kulturelle Zwecke, Reisen, Vergnügungen	1,70	1,88
Vereins- und Versicherungsbeiträge, Steuern	1,44	1,24
Ausgaben für Hilfe im Haushalt	5,20	1,73
Uebrige Ausgaben	1,82	1,83
Sämtliche Ausgaben	0,89	0,97

Für jede Einkommensklasse dieser Art ist aus der Haushaltsbudgetstatistik die Grösse der Ausgaben für die verschiedenen Budgetposten ersichtlich. Für jeden Budgetposten lassen sich also die Ausgaben pro Konsumtionseinheit innerhalb der verschiedenen Einkommensgruppen errechnen. Diagramm 2 veranschaulicht zwei derartige Berechnungen, von denen die eine die Ausgaben für Lebensmittel, die andere die Ausgaben für Wohnung betrifft. Jedem Kreuz entspricht auf der wagerechten Achse das Einkommen in der entsprechenden Einkommensgruppe, auf der senkrechten Achse die Ausgaben in der gleichen Klasse. Die Kreuze für die verschiedenen Einkommensklassen sind durch eine gebrochene Linie verbunden.

Wir betrachten die Kurve in Diagramm 1, die wir für Lebensmittel im Jahre 1913 erhalten haben. Haushaltungen in verschiedenen Einkommensschichten zeigen zufolge dieser Kurve eine systematische Verschiedenheit hinsichtlich der Ausgaben für Lebensmittel: wie zu erwarten, sind diese durchschnittlich umso grösser, je höheres Einkommen der Haushalt aufweist. Kurven dieser Art bilden den Ausgangspunkt für die Berechnung der Einkommenselastizität. Eine derartige Berechnung würde, streng genommen, erfordern, dass man untersucht, wie sich die Verhältnisse im gleichen Haushalt bei verschiedener Einkommenshöhe gestalten. Indessen berücksichtigt man nicht den Umstand, dass

eine Kurve dieser Art auf Grund der Statistik für verschiedene Haushaltungen zustande gekommen ist. Bei der Elastizitätsberechnung nimmt man also ganz einfach an, dass eine solche Kurve ein Bild davon gibt, wie der gleiche Haushalt bei einer Verän-

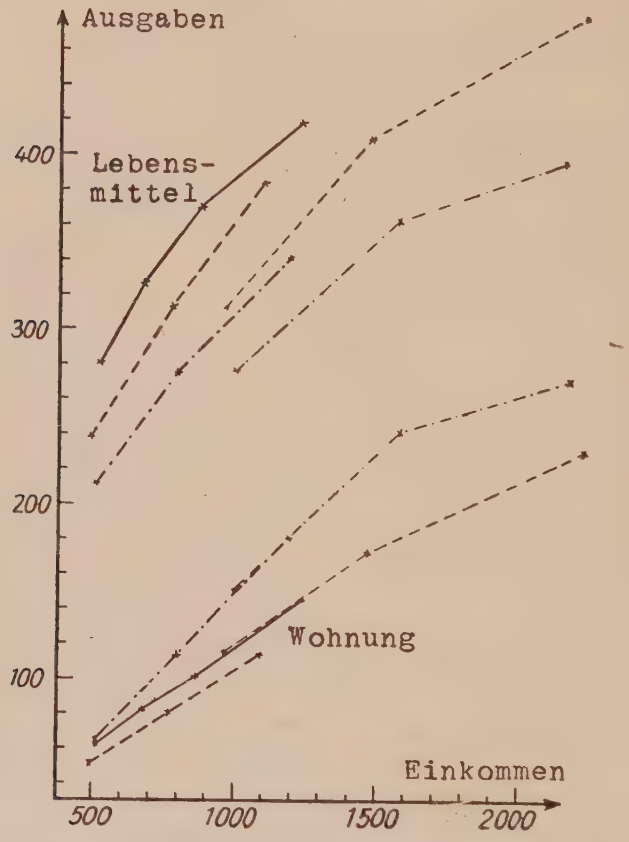


Diagramm 1. — Ausgaben pro Konsumtionseinheit für Lebensmittel und Wohnung als Funktion des Einkommens pro Konsumtionseinheit
1913 : ————, 1923 : — — — —, 1933 : - — - — - — -
Starke Linien : Arbeiter- und untere Beamtenhaushaltungen.
Schwache Linien : Mittelstandshaushaltungen.

derung des Einkommens seine Ausgaben für Lebensmittel erhöhen oder senken würde. Die Einkommenselastizität wird sodann nach der oben gegebenen Definition berechnet. Mit Ausgangspunkt von einer gegebenen Einkommenslage hat man bloss auf der

Kurve die prozentuale Veränderung des Verbrauches abzulesen, die einer Einkommensveränderung von 1 % entspricht.

Diagramm 2 zeigt, wie die Kurven in Diagramm 1 sich in logarithmischer Skala darstellen. Diese Umformung hat die wichtige Eigenschaft, dass die Kurve in dem logarithmischen Diagramm aus einer Geraden besteht, wenn die Elastizität in allen Einkom-

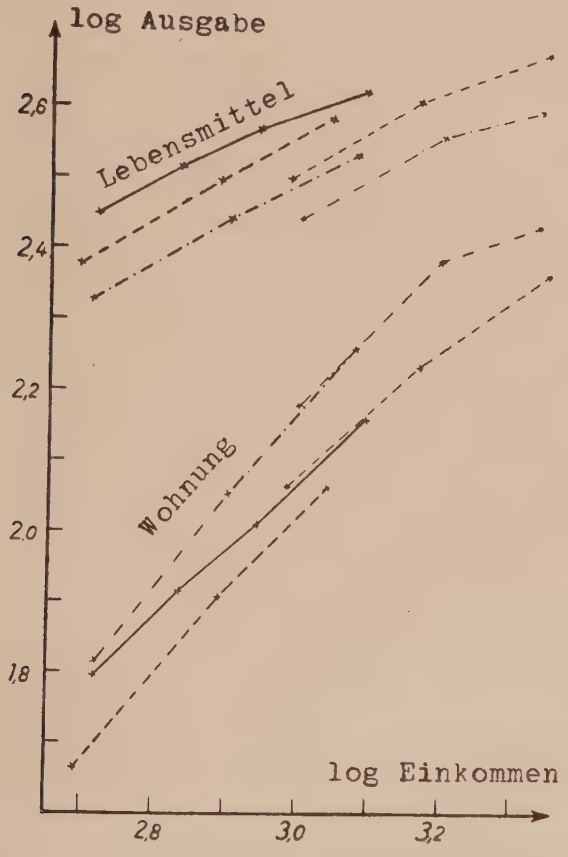


Diagramm 2. — Logarithmische Umformung von Diagramm 1.

menslagen die gleiche ist. Weiterhin gilt, dass die Grösse der Elastizität gleich der trigonometrischen Tangente des Neigungswinkels dieser Geraden ist. Je steileren Verlauf die Kurve in dem logarithmischen Diagramm zeigt, umso grösser ist also die Einkommenselastizität.

Wie man sieht, verlaufen die Kurven in Diagramm 2 im wesentlichen geradlinig. Soweit eine Abweichung vorliegt, zeigen die Kurven eine Tendenz, eine geringere Elastizität in den höheren Einkommensschichten aufzuweisen, als in den niedrigeren. Aus praktischen Gründen ist es jedoch oft wünschenswert, die Nachfrageempfindlichkeit durch einen Elastizitätsbegriff zu kennzeichnen, der zwar nicht völlig exakt, aber statt dessen unabhängig von der Höhe des Einkommens ist. Zu diesem Zwecke legt man in das logarithmische Diagramm eine Gerade, die sich so genau wie möglich an die Gruppierung der Kreuze anschliesst, und sodann berechnet man die Einkommenselastizität auf Grund dieser Linie. Die hieraus sich ergebende Elastizität ist dann approximativ gültig und stellt im übrigen einen Durchschnitt der Elastizitäten in verschiedenen Einkommensschichten dar. Als Beispiel sei erwähnt, dass die Kurven in Diagramm 2 für das Jahr 1913 die Einkommenselastizität 0,49 für Lebensmittel und 0,95 für Wohnung ergeben.

Für die Elastizitätsberechnung ist es wünschenswert, dass die Haushaltungen in den verschiedenen Einkommensklassen so gleichartig wie möglich sind, d. h. dass sie der gleiche Sozialklasse, dem gleichen geographischen Gebiet angehören u. s. w. Je besser nämlich diese Bedingungen erfüllt sind, ein umso genaueres Bild kann die Statistik von der Bedeutung des Einkommens für die Nachfrage geben. Es ist indessen möglich, mehr oder weniger vollständig die Fehler in der Elastizitätsbestimmung zu beseitigen, die durch Verschiedenartigkeit des Materials hervorgerufen werden können. Man muss zu diesem Zwecke sämtliche Haushaltungen in so gleichartige Gruppen wie möglich einteilen und getrennte Elastizitätsberechnungen für die Teilgruppen durchführen. Die Einkommenselastizität für sämtliche Haushaltungen wird sodann als ein Durchschnittswert aus den Elastizitäten der Teilgruppen errechnet ; bei der Zusammenfassung der Teilmärkte zu einem Gesamtmarkt gilt nämlich allgemein, dass die Einkommenselastizität des Gesamtmarktes ein gewogener Durchschnitt der Elastizitäten der Teilmärkte ist (*Efterfragan*, § 7). Diese verfeinerte Berechnungsmethode liegt der Tabelle 1 zugrunde, insofern als besondere Elastizitätsberechnungen für die verschiedenen Familientypen ausgeführt wurden.

Die Tabelle 1 zeigt die Grundzüge in der Nachfragestruktur. Wie man sieht, gibt die Tabelle einen Beleg für den trivialen Er-

fahrungssatz, der als das Engel'sche Gesetz bezeichnet zu werden pflegt, nämlich dass luxusbetonte und entbehrliche Waren eine hohe Nachfrageelastizität besitzen, während die Elastizität umso geringer ist, je notwendiger die Ware ist. Lebensmittel zeigen die niedrigste Elastizität. Dies bedeutet, dass der Bedarf an Nahrungsmitteln in erster Linie befriedigt wird und also auch in Haushaltungen mit geringem Einkommen verhältnismässig reichlich gedeckt ist. Für Budgetposten mit hoher Einkommenselastizität ist die Bedarfsdeckung hingegen relativ unzureichend in den niedrigen Einkommensschichten und steigt mit wachsendem Einkommen rasch an. Der Unterschied in der Elastizität kann mit anderen Worten so ausgedrückt werden, dass die Bedarfsdeckung in den verschiedenen Einkommensklassen umso gleichförmiger ist, je geringer die Elastizität ist, während sie umgekehrt ungleichförmiger und mehr auf die höheren Einkommensklassen konzentriert ist, je höher der Wert ist, den die Elastizität aufweist.

Wir haben in Diagramm 2 Beispiele dafür gesehen, dass die Einkommenselastizität für einen Budgetposten umso geringer ist, je höher die Einkommensschicht ist, die man untersucht. Diese Tendenz, die von allgemeiner Gültigkeit zu sein scheint, ist insbesondere von Dr. Törnqvist unterstrichen worden, der auch darauf hingewiesen hat, dass es logisch unmöglich ist, dass die Elastizität in allen Einkommenslagen grösser als 1 ist. Dr. Törnqvist hat dennoch Berechnungen über die Variation der Elastizität mit dem Einkommen vorgelegt (loc. cit., Tab. 2).

Wenn man verschiedene Budgetposten zu einer Gesamtgruppe zusammenstellt, gilt auf Grund eines allgemeinen Theorems, dass die Einkommenselastizität für die Gesamtgruppe ein gewogener Durchschnittswert der Einkommenselastizitäten der Teilposten ist (*Efterfrågan*, § 8, § 17). Dieses Theorem wird durch die Tabelle 1 illustriert, indem die für sämtliche Ausgaben im Jahre 1913 errechnete Einkommenselastizität von 0,89 auch als ein gewogener Durchschnittswert aus den Elastizitäten der einzelnen Budgetposten aufgefasst werden kann. — Die angegebenen Posten umfassen das gesamte Budget mit Ausnahme von Spartätigkeit und Kassenbestand. Wären auch diese Posten einbezogen worden, so würde die Summe der Teilposten gleichbedeutend sein mit dem gesamten Haushaltseinkommen; die Elastizität in der letzten Zeile der Tabelle 1 wäre in diesem Falle exakt gleich 1. Zufolge diesem einfachen Gedankengang zeigt die Tabelle 1, dass Sparen

und Kassenbestand ein Budgetposten ist, dessen Einkommenselastizität grösser als 1 ist.

In der referierten Untersuchung werden auch Berechnungen über die Einkommenselastizität verschiedener Lebensmittel vorgelegt (*Efterfrågan*, §§ 30-31). Die Tabelle 2 zeigt einige der Resultate, die für Haushaltungen von Arbeitern und unteren Beamten im Jahre 1933 gewonnen wurden. Entsprechend obigem Gedankengang bildet die in der Tabelle 1 angegebene Einkommenselastizität für Nahrungs- und Genussmittel einen Durchschnittswert für die Elastizitäten der einzelnen Lebensmittel. Für Fisch, feinere pflanzliche Nahrungsmittel sowie für Genussmittel haben die Berechnungen hohe Elastizitätswerte ergeben. Werte in Höhe oder unterhalb des Durchschnittswertes sind für einfachere pflanzliche und, wie aus der Tabelle 2 hervorgeht, für die meisten tierischen Landwirtschaftserzeugnisse errechnet worden.

Tab. 2. — *Preis- und Einkommenselastizität für einige angegebene landwirtschaftliche Erzeugnisse.*

	Einkommenselastizität	*Preiselastizität*
Milch	0,25	0,2 à 0,3
Fleisch	0,43	ca. 0,7
Fier	0,53	ca. 1,0
Butter und Margarine	0,25	0,4 à 0,5
Butter	0,42	a) 0,7 à 0,8 b) 1,4 à 1,5

Die Preiselastizitäten und ihre statistische Berechnung. — Die Tabelle 2 enthält auch Beispiele für Bestimmungen der Preiselastizitäten, welche bei der referierten Untersuchung ausgeführt wurden. Die wiedergegebenen Werte sind auf Grund einer Statistik des Konsumvereins Stockholm und Umgebung für die Jahre 1925-38 errechnet worden. Wir wollen nun über die Berechnungen der Preiselastizität berichten und einige Erklärungen hinzufügen.

Das Diagramm 3 bietet Beispiele für die laufende Marktstatistik, die bei der Bestimmung der Preiselastizitäten in der Tabelle 2 zur Anwendung gelangte. Das Diagramm zeigt teils den jährlichen Butterumsatz pro Mitglied des Konsumvereins Stockholm und Umgebung, teils die jährlichen Durchschnittswerte für den Butterpreis des Vereins. In Uebereinstimmung mit dem üblichen Verfahren — wir kommen auf diesen Punkt zurück — wird hier der Realwert des Preises verwendet, unter dem die tatsächliche Preisnotierung zu verstehen ist, nachdem diese mit

Rücksicht auf die Veränderungen der allgemeinen Lebenshaltungskosten reduziert worden ist.

Die Elastizitätsberechnung kann durch ein Diagramm von gleichem Typ wie Diagramm 2 veranschaulicht werden. Hierbei lässt man die wagerechte Achse den Preis bezeichnen, während die senkrechte Achse wie vorher die Nachfrage angibt. Auch dieses Diagramm ist der Uebersichtlichkeit halber in logarithmischer Skala ausgeführt. Das Verfahren wird durch Diagramm 4 illustriert, das den Eiermarkt zum Gegenstand hat. Jeder Punkt bezieht sich auf ein bestimmtes Vierteljahr und gibt teils den Preis, teils die abgesetzte Warenmenge an. Man kann in dem

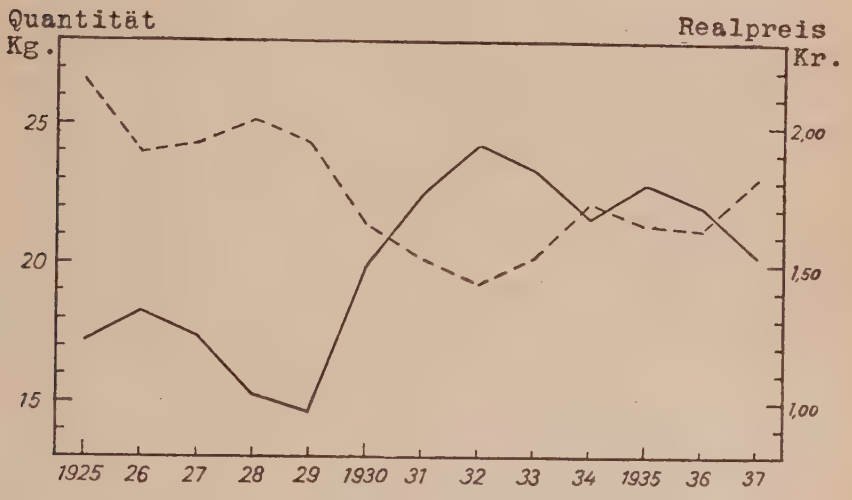


Diagramm 3. — Der Butterverkauf des Stockholmer Konsumvereins in den Jahren 1925-37 pro Mitglied und Jahr.

Quantität : ———— Realpreis : — — — —

Diagramm deutlich die Saisonbewegungen auf dem Eiermarkt ablesen : das Angebot ist bekanntlich am grössten in den Sommermonaten ; um die Nachfrage ins Gleichgewicht mit dem wechselnden Angebot zu bringen, setzt man den Eierpreis im Sommer wesentlich niedriger, als im Winter.

In Diagramm 4 ist eine Kurve wiedergegeben, die für jede Preislage die durchschnittliche Grösse der Nachfrage angibt. In der gleichen Weise wie in Diagramm 2 erhält man aus der Neigung

der Kurve ein Bild von der Nachfrageelastizität. Wie man sieht, zeigt das Diagramm, dass die Preiselastizität umso grösser ist, je niedriger der Warenpreis ist. Aehnlich wie in Diagramm 2 kann man auch einen summarischen Ausdruck für die Empfindlichkeit der Nachfrage dadurch angeben, dass man sich eines Durchschnitts der Preiselastizität bei verschiedenen Preislagen bedient. Die Durchschnittselastizität wird wie vorher berechnet, indem man in das Diagramm 4 eine Gerade legt, die sich so nahe wie möglich an die Punkte des Diagramms anpasst. Auf diese Weise erhält

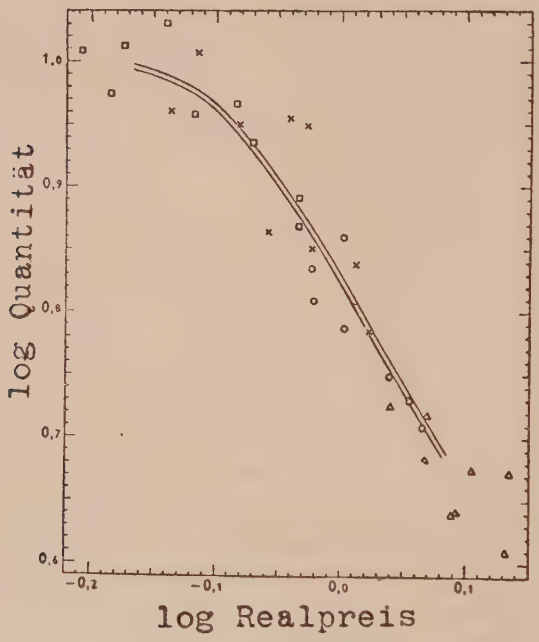


Diagramm 4. — Eierpreise und veräusserte Eiermengen im Stockholmer Konsumverein, vierteljährlich 1930-38.
Februar-April: ×, Mai-Juni: □, August-Oktober: ○, November-Januar: △.

man den Wert 1,28 für die Preiselastizität der Eiernachfrage. Wird die entsprechende Berechnung auf Grund des Diagramms 3 durchgeführt, so erhält man für die Preiselastizität der Butter den Wert 1,17.

Nimmt man statt der vierteljährlichen Angaben Jahresangaben zum Ausgangspunkt für die Bestimmung der Empfindlich-

keit der Eiernachfrage, erhält man eine niedrigere Preiselastizität, nämlich 0,91. Wir stossen hier auf ein Beispiel für den Unterschied zwischen Elastizität auf kürzere und auf längere Sicht. Wie wir später näher ausführen werden, sind derartige Fragen von grosser praktischer Bedeutung.

Eine Erschwerung für die Berechnung der Elastizität entsteht aus dem oben erwähnten Umstand, dass nicht bloss der Preis, sondern auch andere veränderliche Grössen zu Veränderungen der Nachfrage führen. Man nehme beispielsweise an, dass das Einkommensniveau in dem oben untersuchten Eiermarkt sich verändert hat, ferner, dass die Preis- und Einkommensveränderungen im wesentlichen parallel verlaufen. In diesem Falle ist anzunehmen, dass die Reaktion der Nachfrage auf eine Preisveränderung durch die gleichzeitige Einkommensveränderung vermindert wird. Unter der angegebenen Voraussetzung müsste also die Preiselastizität der Eiernachfrage grösser sein, als sich nach den oben erwähnten Berechnungen ergibt.

Dieses Beispiel ist von allgemeingültiger Bedeutung und lässt auf die Notwendigkeit schliessen, dass man in der Nachfrageanalyse die Veränderungen solcher Faktoren berücksichtigt, die zusammen mit dem Preis die Nachfrage beeinflussen. Zu diesem Zwecke kann der angedeutete Gedankengang weiter ausgebaut werden und führt dabei zu einer Methode, mit deren Hilfe man die gleichzeitige Wirkung eines oder mehrerer Faktoren auf die Nachfrage untersuchen kann, wodurch sich die Möglichkeit ergibt, die fragliche Komplikation mehr oder weniger vollständig zu überwinden. Diese Methode, die sogenannte Regressionstechnik, kommt allgemein zur Anwendung und ist auch bei der referierten Untersuchung benutzt worden. Es würde hier zu weit führen, näher auf die Regressionstechnik einzugehen. Die folgenden Hinweise können indessen eine Vorstellung von ihrer Tragweite und Begrenzung vermitteln.

Die dem Diagramm 4 entsprechende Jahresstatistik ergab, wie erwähnt, eine Preiselastizität von 0,91 für den Fall, dass der Eierpreis als einzige « erklärende » Variabel für die Nachfrageanalyse verwandt wurde. Führt man als zweite Variabel das Einkommen des untersuchten Marktes ein, so zeigt die Regressionsanalyse, dass der zuerst erhaltene Wert für die Preiselastizität nach oben korrigiert werden muss, näher bestimmt auf 1,07. Nach den obigen Ausführungen kann die Korrelation so gedeutet

werden, dass das Einkommen sich teilweise parallel zu dem Eierpreis bewegt und dadurch in gewissem Umfange dem Einfluss der Preisbewegung auf die Nachfrage entgegengewirkt hat. In der referierten Untersuchung ist das Einkommen durchgehend als erklärende Variabel miteinbezogen worden.

In Fällen, wo eine Ware durch eine andere ersetzt werden kann, herrscht oft eine gewisse Parallelität zwischen den Preisbewegungen der Waren, die einander substituieren. Beispielsweise ist die Preispolitik betreffs Butter und Margarine in den letzten Jahren durch eine gleichmässige Erhöhung der Butter- und Margarinepreise gekennzeichnet. Der Einfluss der Erhöhung des Butterpreises auf die Butternachfrage dürfte hierbei durch die gleichzeitige Erhöhung des Margarinepreises gemässigt worden sein. Das bedeutet, dass eine statistische Errechnung der Empfindlichkeit der Butternachfrage hinsichtlich des Butterpreises in einer Elastizität resultiert, die nur unter der Voraussetzung gilt, dass der Margarinepreis sich parallel zum Butterpreis verändert. Unter der Voraussetzung, dass der Margarinepreis unverändert bleibt, müsste ein anderer und höherer Wert für die Elastizität der Butternachfrage hinsichtlich des Butterpreises gelten. Eine regressionstechnische Berechnung dieser beiden Varianten der Butterpreiselastizität erfordert eine Marktstatistik, die Beispiele für verschiedenartige Veränderungen der Butter- und Margarinepreise bietet. Hierbei ist der Margarinepreis als besondere erklärende Variabel einzuführen. Eine derartige Analyse der Butternachfrage ist in der referierten Untersuchung ausgeführt worden. Wir kommen auf diesen Punkt zurück.

Wenn man bei einer Elastizitätsuntersuchung eine neue erklärende Variabel in die Analyse einführt, so ist diese Erweiterung an und für sich dazu angetan, ein genaueres Ergebnis herbeizuführen. Prinzipiell wäre es auf diese Weise möglich, zu einem immer höheren Genauigkeitsgrad zu gelangen, indem die Umstände einer nach dem andern berücksichtigt werden, die in grösserem oder geringerem Masse die Gestaltung der Nachfrage beeinflussen. Bei der praktischen Anwendung stösst man indessen auf ernste Schwierigkeiten. Wie viele und welche Faktoren berücksichtigt werden sollen, ferner, wieweit die Analyse durchgeführt werden kann, ohne dass ihre Verfeinerung illusorisch wird, hängt im Einzelfall von dem Umfange und der Zuverlässigkeit des statistischen Materials ab; ein allgemeines Urteil hierüber kann nicht gefällt werden.

Wenn es zufolge der Unzulänglichkeit des Materials unmöglich ist, in der angedeuteten Weise einen weiteren relevanten Faktor in die Analyse einzuführen, kann man diese Variabel mit Hilfe eines summarischen Verfahrens berücksichtigen, das als *bedingte* Regressionsanalyse bezeichnet werden kann, und welches in der referierten Untersuchung mit Erfolg benutzt wurde. Wenn man bei der Elastizitätsbestimmung von Real- statt von Nominalpreisen ausgeht, so bedeutet dies eben, dass man vermittels bedingter Regressionsanalyse die Veränderungen der allgemeinen Lebenshaltungskosten berücksichtigt. Alternativ ist es also im Prinzip möglich, vom Nominalpreis auszugehen, und mit Anwendung gewöhnlicher Regressionsanalyse den Index für die Kosten der Lebenshaltung als besondere erklärende Variabel zu behandeln.

Auf rein theoretischem Wege ist es möglich, gewisse allgemeine Zusammenhänge zwischen Preis- und Einkommenselastizitäten herzuleiten. Eine derartige Beziehung wurde in der referierten Untersuchung (*Efterfrågan*, Formel 109) hergeleitet und der Behauptung zugrunde gelegt, dass die Preiselastizität einer Ware stets mindestens ebenso gross ist wie ihre Einkommenselastizität. Später hat Dr. Törnqvist eine ergänzende Beziehung gefunden (loc. cit., Formel 6) und mit Hilfe der beiden Beziehungen gezeigt, dass die Preiselastizität grösser ist, als die Einkommenselastizität, sobald die letztere kleiner als 1 ist, sowie dass die Preiselastizität geringer als die Einkommenselastizität ist, sobald die letztere grösser als 1 ist. Derartige allgemeine Beziehungen sind für die statistische Nachfrageanalyse von Bedeutung, teils, weil sie es ermöglichen, die Ergebnisse der Analyse zu überprüfen, teils, weil sie für die bedingte Regressionsanalyse nutzbar gemacht werden können.

Wenn es gilt, in das logarithmische Diagramm die Gerade zu legen, die die durchschnittliche Elastizität angibt, so können verschiedene Methoden verwandt werden. Die Wahl der Methode spielt eine grosse Rolle, denn die verschiedenen Alternativen ergeben in gewissen Fällen stark abweichende Elastizitäten. Die übliche und am meisten erprobte Methode gelangte auch in der referierten Untersuchung zur Anwendung. Hierbei war es möglich zu zeigen, dass die gemäss dieser Methode errechneten Elastizitäten stets die Durchschnittswertbeziehungen erfüllen,

welche nach den obigen Andeutungen logisch mit dem Elastizitätsbegriff verknüpft sind. Diese Bedingung wird jedoch nicht von den übrigen Methoden erfüllt, die somit im allgemeinen zu in sich selbst widerspruchsvollen Ergebnissen führen (*Efterfrågan*, § 17).

Der Begriff der Preiselastizität beruht auf der natürlichen Vorstellung, dass die Nachfrage sich in einer bestimmten Weise verändert, wenn der Preis variiert, während die übrigen Faktoren unverändert bleiben. Eine Folge hiervon ist, dass die Preiselastizität gleich gross bei einer Preiserhöhung und bei einer Preissenkung ist. Entsprechendes gilt für die Einkommenselastizität. — Hierbei ist zu beachten, dass eine Preisveränderung oft von einer Bearbeitung des Marktes durch Reklame begleitet ist, die darauf abzielt, bei einer Preissteigerung der Verringerung der Nachfrage entgegenzuwirken, beziehungsweise bei einer Preissenkung die Erhöhung der Nachfrage zu verstärken. Sofern eine derartige Bearbeitung von Erfolg begleitet ist, wird die Preisempfindlichkeit sich als geringer bei einer Preiserhöhung als bei einer Preissenkung erweisen. Die gleiche Erscheinung kann auch als eine Folge davon auftreten, dass Preiserhöhungen in der Regel bei steigender, Preissenkungen bei fallender Konjunktur vorgenommen werden. Dies ist jedoch nur scheinbar und widerspricht nicht der Bemerkung, dass die Preiselastizität bei Preiserhöhungen und -senkungen die gleiche ist. Der Sachverhalt kann auch so ausgedrückt werden, dass die Empfindlichkeit der Nachfrage ebenso gross bei einer Preiserhöhung wie bei einer Preissenkung ist, sofern die übrigen für die Nachfrage relevanten Faktoren — darunter Reklametätigkeit und die Kaufkraft der Verbraucherschaft — sich bei einer Preiserhöhung wie bei einer Preissenkung gleich verhalten.

* * *

Das statistische Grundmaterial, das einer Nachfrageanalyse zur Verfügung steht, setzt begreiflicherweise dem Gültigkeitsbereich der Analyse prinzipielle Grenzen, und auch die Beschaffenheit des Materials ist für die Tragweit der Ergebnisse von Gewicht. Wir wollen nun einige der fraglichen Problemstellungen erörtern, insbesondere solche, die mit der Preiselastizität in Zusammenhang stehen.

Die Angaben des Ausgangsmaterials über den Umfang der Nachfrage in den fraglichen Zeitspannen beziehen sich auf den tatsächlichen Umsatz, also auf die von den Verbrauchern eingekauften Gütermengen. Die hieraus errechneten Elastizitäten gelten folglich gerade für diesen Nachfragebegriff, mit anderen Worten nicht bloss für die Gütermengen, die für den Verbrauch in der betreffenden Periode eingekauft werden, sondern auch für solche, die für Lagerungszwecke, d. h. für den Verbrauch zu einem späteren Zeitpunkt erstanden werden. Dieser Umstand wird von Bedeutung, sobald systematische Vorratskäufe vorkommen. Ein Beispiel hierfür hat man in den Vorratskäufen von Saisonprodukten wie Eier und Gemüse. Für die Anpassung an die wechselnde Zufuhr sind offenbar nicht ganz so grosse Preisveränderungen erforderlich, wenn Konservierung vorkommt als andernfalls. Die saisonmässig bedingten Lagerungskäufe sind mit anderen Worten dazu angetan, die Empfindlichkeit der Nachfrage für Preisveränderungen zu erhöhen, d. h. die Preiselastizität zu vergrössern. Die angeführten Ergebnisse betreffs der Eiernachfrage, für deren Preiselastizität wir einen höheren Wert erhielten, wenn den Berechnungen anstatt der Jahresstatistik die Vierteljahresstatistik zugrunde gelegt wurde, erscheinen von diesem Gesichtspunkt aus als durchaus natürlich. In diesem Zusammenhange sei auch hervorgehoben, dass die Form der Lagerung, « home-storing », die in Zeiten internationaler Konflikte vorkommt, offensichtlich den normalen Zusammenhang zwischen Preis und Nachfrage durchbricht und die Marktstatistik für Zwecke der Elastizitätsberechnung mehr oder weniger unbrauchbar macht.

Eine allgemeine Bedingung, die erfüllt sein muss, um aus der Marktstatistik zuverlässige Elastizitätswerte herleiten zu können, besteht darin, dass der Markt so beschaffen sein muss, dass die Verbraucher völlig frei in ihrer Reaktion gegenüber den vorgenommenen Preisveränderungen sind. Diese Bedingung ist offenbar nicht erfüllt, wenn Warenmangel herrscht, und der Markt regulierenden Eingriffen unterworfen ist. Die verschiedenen Arten der Rationierung drücken den Verbrauch auf ein geringeres Volumen herab, als auf einem freien Markt bei dem herrschenden Preisstand umgesetzt worden wäre. Die Rationierung zeigt daher die Tendenz, die Preiselastizität als kleiner als im freien Markt erscheinen zu lassen. — Die angegebene Bedingung ist auch unter normaleren Verhältnissen von Bedeutung. Sie fordert nämlich, dass die Vor-

räte der Geschäfte niemals ganz geleert werden, sondern dass sie zu jedem beliebigen Zeitpunkt gross genug sind, um die mit dem Preise wechselnde Nachfrage befriedigen zu können. Auch dieser Umstand scheint geeignet, die Preiselastizität zu vermindern; diese Bedingung dürfe doch bei den meisten Waren mit einem so hohen Annäherungsgrad erfüllt sein, dass man von den hieraus eventuell erwachsenden Fehlern absehen kann.

Es versteht sich von selbst, dass die Nachfrageelastizität einer Ware im allgemeinen verschieden auf verschiedenen Märkten ist, z. B. in verschiedenen Gebieten, in verschiedenen Sozialklassen u. s. w. Nach Berechnungen zu urteilen, die auf verschiedenartigem Material fussen, müssen die in Tabelle 2 angegebenen Preiselastizitäten etwas reduziert werden, wenn man sie auf den Stockholmer Markt in seiner Gesamtheit anwenden will. Die Durchschnittselastizität für ganz Schweden scheint hingegen etwas über den hier angeführten Werten zu liegen.

Man hat im allgemeinen damit zu rechnen, dass die Empfindlichkeit der Nachfrage verschieden in verschiedenen Preislagen ist. Ganz allgemein kann gesagt werden, dass eine statistisch errechnete Preiselastizität sich auf das Preisniveau bezieht, das durchschnittlich in dem Zeitraum herrschte, den die Statistik umspannt. Bei Preisveränderungen oberhalb dieses Niveaus gilt in der Regel eine höhere Elastizität und vice versa, ein Umstand, der analog zu der Tendenz der Einkommenselastizität ist, bei steigendem Einkommen abzunehmen. — Die Veränderung der Elastizität mit dem Preise tritt deutlich bei der Eiernachfrage zutage. Die allgemeine Tendenz wird durch Diagramm 4 illustriert. Während der Sommermonate liegt der Eierpreis niedrig, und für diese Monate ergab die Statistik die Elastizität 0,77. Die in Tabelle 2 wiedergegebene Elastizität ist höher und bezieht sich auf das Durchschnittsniveau der Eierpreise. Im Winter liegt der Eierpreis ungefähr 65 % höher als im Sommer. Bei diesem Preisstand ist die Nachfrage bedeutend empfindlicher; die für die Wintermonate erhaltene Elastizität beläuft sich auf 1,46.

Wenn eine Ware in verschiedenen Qualitäten auf den Markt kommt, so ist eine Preisveränderung im allgemeinen von einer Verschiebung zwischen den verschiedenen Qualitäten begleitet. Entsprechendes gilt für substituierende Güter, wie Butter und Margarine. Die angeführten Werte sind in diesem Falle als durchschnittliche Elastizitäten aufzufassen, die bei einer gleichförmi-

gen Preisveränderung sämtlicher Qualitäten oder Waren für die gesamte Nachfrage gelten. Im übrigen gruppieren sich bei einer derartigen gleichförmigen Preisbewegung die Elastizitätswerte der verschiedenen Qualitäten um die Durchschnittselastizität und zwar so, dass die Preisempfindlichkeit mit der Qualität steigt. Tabelle 2 enthält ein Beispiel hierfür, nämlich einerseits den Elastizitätswert 0,4 à 0,5 für die Nachfrage von Butter und Margarine zusammen, und andererseits den Wert 0,7 à 0,8 für die Preiselastizität der Butter allein. In diesem Zusammenhange sei erwähnt, dass die Margarinenachfrage praktisch genommen unelastisch hinsichtlich der Preis- und Einkommensveränderungen ist ; für das Jahr 1913 wurden sogar negative Werte für die Einkommenselastizität errechnet. — Wenn andererseits für eine der in der Gruppe enthaltenen Waren eine isolierte Preisveränderung vorgenommen wird, so wird die Nachfrage dieser Ware stärker beeinflusst als im vorigen Falle. Die in Tabelle 2 angeführten Butterelastizitäten bilden ein Beispiel für diesen Sachverhalt, indem der Wert 0,7 à 0,8 unter der Voraussetzung einer gleichmässigen Preisveränderung für Butter und Margarine gilt, während der Wert 1,4 à 1,5 sich auf den Fall bezieht, dass sich der Butterpreis ändert, aber der Margarinepreis unverändert bleibt.

Preisveränderungen sind nicht nur von Verschiebungen zwischen verschiedenen Qualitäten und direkten Substituten begleitet, denn in gewissem Umfange können auch verschiedene Lebensmittel einander ersetzen. Die oben erwähnten Erfahrungen besitzen daher ein entsprechend allgemeineres Gültigkeitsbereich. Mit anderen Worten : die Preisempfindlichkeit ist grösser bei einer isolierten als bei einer allgemeinen Preisveränderung. Diese Tatsachen sind von grosser Bedeutung für die praktische Anwendung der Nachfrageanalyse. In grossem Umfange betrifft nämlich die untersuchte Preisstatistik isolierte Preisveränderungen, und die registrierten Nachfrageverschiebungen sind folglich grösser, als sie gewesen wären, wenn sich die verschiedenen Lebensmittelpreise parallel zueinander bewegt hätten. Im Hinblick auf gewisse allgemeine Zusammenhänge zwischen Preis- und Einkommenselastizitäten scheint es angemessen, die aus der Haushaltsbudgetstatistik gewonnenen Einkommenselastizitäten als Preiselastizitäten aufzufassen, die für allgemeine, gleichförmige Preisveränderungen gelten, z. B. die durchgängige Erhöhung der Lebensmittelpreise in einer Wirtschaftskrise. Studiert man die Tabelle 2

von diesem Gesichtspunkte aus, findet man beispielsweise für die Preiselastizität der Eiernachfrage, dass der Wert 1,0 à 1,1 für den Fall gilt, dass sich der Eierpreis verändert, dagegen nicht die übrigen Lebensmittelpreise. Bei einer allgemeinen, gleichförmigen Verschiebung der Lebensmittelpreise ist damit zu rechnen, dass die Preiselastizität der Eiernachfrage niedriger ist und sich auf der Höhe der angegebenen Einkommenselastizität hält, d. h. zwischen 0,50 und 0,55.

Was die Auswirkung einer Preisveränderung betrifft, so ist es von Bedeutung, zwischen der Reaktion der Nachfrage auf kürzere und auf längere Sicht zu scheiden. Betreffs der Lebensmittel scheint auf die Erhöhung eines Warenspreises oft eine deutliche Begrenzung des Verbrauchs zu folgen, teilweise zugunsten von Lebensmitteln mit unveränderten Preisen. Die Reaktion schwächt sich jedoch allmählich ab, und ein Gleichgewichtszustand tritt wieder ein, insofern als man sich an den neuen Preis gewöhnt und eine Anpassung an denselben zustande kommt. In einem solchen Falle ist die Elastizität der Nachfrage auf längere Sicht geringer, als ihre Elastizität auf kurze Sicht. Was. beispielsweise die Eiernachfrage betrifft, so enthält dieser Umstand, zusammen mit der oben angedeuteten Wirkung von saisonmässigen Vorratskäufen, eine mitbestimmende Erklärung dafür, dass die Jahreselastizität geringer ist als die Vierteljahreselastizität. — Tabelle 2 zeigt vor allem die Preiselastizität der Nachfrage auf längere Sicht. Ueberhaupt war die referierte Untersuchung in erster Linie auf die Elastizität auf längere Sicht abgestellt, da ja namentlich diese von Interesse für die Preispolitik ist. Es sei erwähnt, dass die Elastizitätsberechnung aus diesem Grunde ohne Ausmerzung einer eventuellen Trendentwicklung in der Preisserie durchgeführt wurde ; eine derartige Trendbereinigung soll nur bei der Bestimmung einer Elastizität auf kurze Sicht vorgenommen werden (*Efterfrågan*, § 28).

* * *

Die referierte Nachfrageuntersuchung dürfte die erste umfassende Elastizitätsberechnung sein, die auf Grund schwedischen statistischen Materials durchgeführt worden ist. Mehrere günstige Umstände haben dazu beigetragen, die Zuverlässigkeit der gewonnenen Ergebnisse sicherzustellen. Der wichtigste besteht da-

rin, dass das statistische Ausgangsmaterial besonders reichhaltig und zuverlässig ist. Betreffs der Haushaltsbudgetstatistik gilt dies für alle Lebensmittel, und wir haben auch hervorgehoben, dass das Material eine Bestimmung der Einkommenselastizität für verschiedene Familientypen und Sozialklassen ermöglicht. Andrerseits stand der Untersuchung auch erstklassiges marktstatistisches Material für die Berechnung der Preiselastizität zur Verfügung. Für Fleisch, Butter und Margarine konnten sogar besondere Berechnungen für verschiedene Märkte durchgeführt werden. Die Umstände, die nach den obigen Ausführungen die Berechnung der Preiselastizität erschweren, haben sich indessen an gewissen Punkten geltend gemacht. Dies gilt zunächst für die Milchnachfrage, wo die Statistik für das ganze Land so geringe Preisveränderungen aufweist, dass eine sichere Berechnung der Preiselastizität nicht möglich war. Zuverlässige Resultate für Milch und andere untersuchte landwirtschaftliche Erzeugnisse konnten jedoch aus der Statistik des Konsumvereins Stockholm und Umgebung gewonnen werden.

Die gute Beschaffenheit des Grundmaterials hat Voraussetzungen für eine Verfeinerung der Methoden für die Elastizitätsbestimmung in verschiedener Hinsicht geschaffen. Ausserdem konnten die Ergebnisse teilweise auf rein theoretischem Wege überprüft und sichergestellt werden. Schliesslich sei hervorgehoben, dass die aus verschiedenartigem Material errechneten Elastizitätswerte weitgehende Ansprüche an Uebereinstimmung erfüllen, sowie dass die Ergebnisse für die verschiedenen landwirtschaftlichen Erzeugnisse in natürlichem Verhältnis zueinander stehen. Eine derartige Uebereinstimmung zwischen von einander unabhängigen Berechnungen ist vielleicht der beste Beleg für die Zuverlässigkeit der Ergebnisse.

FERNANDO PAGLINO

Su la misura della fecondità matrimoniale della donna

Introduzione

Gli inconvenienti che presentano i coefficienti di fecondità matrimoniale, calcolati secondo il metodo usuale, ossia stabilendo il rapporto tra i parti legittimi (*fecondità*) o le nascite legittime (*fertilità*) di un certo paese, avvenuti in un dato anno, al numero medio delle donne coniugate in età potenzialmente feconda esistenti in quel paese durante l'anno, separatamente o non per le diverse categorie di età (*coefficienti specifici per classi quinquennali o annuali di età, e coefficiente generico di fecondità o fertilità*), sono dovuti al fatto che nel calcolo stesso non si tiene conto delle seguenti circostanze:

a) le donne, a parte i concepimenti prenuziali, sono normalmente esposte al rischio del parto solo dopo nove mesi di matrimonio;

b) le coniugate che hanno da poco partorito non possono ulteriormente partorire se non dopo parecchi mesi;

c) le nuove vedove, le divorziate o le separate legalmente restano esposte per un certo numero di mesi al rischio del parto.

Mentre gli statistici si sono spesso preoccupati di eliminare l'influenza perturbatrice dei concepimenti prenuziali, hanno generalmente trascurato tali circostanze. È stato il Gini [1] che

(1) C. Gini, *Nuove ricerche sulla «fecondabilità» della donna.* «Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti», Venezia, 1925.

C. Gini, *Sur la mesure de la fécondité des mariages.* XXI Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Messico, 1933.

per primo ha messo in evidenza la loro importanza dimostrando come tenendo conto di esse si possa pervenire ad una curva della fecondità matrimoniale secondo l'età, notevolmente diversa da quella che si ottiene in base ai coefficienti specifici di fecondità calcolati col metodo usuale [1].

Come è noto, le ricerche del Gini sono state eseguite scegliendo un materiale in cui l'influenza dei concepimenti prenuziali fosse nulla o quanto meno trascurabile: i dati relativi alle famiglie regnanti e alle famiglie dell'alta nobiltà.

In base a tale materiale sono stati calcolati, per le singole età, i saggi medi di eliminazione per parto, considerando [2]:

1) le spose, entrate in osservazione nove mesi dopo le nozze;

2) le coniugate, eliminate temporaneamente per un anno dopo il parto;

3) le nuove vedove, le divorziate e le separate legalmente, esposte in osservazione per altri nove mesi dopo lo scioglimento del matrimonio.

Oltre a questi saggi, al fine di stabilire separatamente l'influenza delle circostanze *a*), *b*) e *c*), sono stati calcolati:

1) i saggi di eliminazione per concepimento, considerando come esposte al rischio tutte le donne maritate dal momento delle nozze fino allo scioglimento del matrimonio;

2) i saggi di eliminazione per parto, considerando come eliminate dal rischio del parto le coniugate alla loro morte; oppure nove mesi dopo la morte del marito, la separazione o il divorzio.

Il saggio medio di eliminazione S_t, nell'intervallo di età $t \vdash t + 1$, è stato ottenuto ragguagliando il numero degli eliminati d_t al numero medio M_t degli esposti al rischio durante detto intervallo. Il calcolo di M_t è consistito nella valutazione della durata di esposizione al rischio, con procedimento analogo a quello che si segue nel metodo delle durate esatte dell'Ackland, tenendo però conto anche della eliminazione per la causa di

---

(1) C. Gini, *Sulla curva della fecondità matrimoniale della donna secondo l'età*. XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra, 1934.

(2) C. Gini, *Su la determinazione dei quozienti di eliminazione e in particolare sui metodi delle durate esatte e delle durate medie nell'ipotesi di saggi istantanei di eliminazione costanti*. «Metron», dicembre 1935.

cui si determina il saggio medio. Gli esposti al rischio non sono tutti in osservazione completa: alcuni individui entrano in osservazione all'inizio o durante il periodo statistico, nell'istante u (compreso tra t e $t + 1$), dopo aver oltrepassato l'istante t della loro esistenza; viceversa altri escono dall'osservazione prima di aver raggiunto l'istante $t + 1$, sia perchè sopraggiunge prima il termine del periodo statistico, sia perchè altre cause li eliminano dall'osservazione (morte, emigrazione, vedovanza, ecc.). Il saggio medio S_t di eliminazione, costruito come sopra si è detto, è valido per la massa effettiva degli esposti in osservazione sia completa che incompleta, senza essere subordinato ad alcuna particolare ipotesi circa la probabilità di eliminazione durante la frazione $u \mid\!- t + 1$ dell'intervallo $t \mid\!- t + 1$ [1].

Una prima applicazione dei criteri del Gini sulla misura della fecondità matrimoniale di una popolazione generale, è stata fatta dal Mukherji [2] per la Francia nel periodo 1926-1930.

---

(1) Una relazione semplice tra tale saggio medio di eliminazione e la probabilità di eliminazione è stata messa in evidenza dal Gini (vedi *Su la determinazione dei quozienti*, ecc., op. cit., pagg. 7 a 13) nel proporre il suo « *metodo delle durate esatte per saggi istantanei di eliminazione costanti* ». Allorchè si faccia l'ipotesi che il saggio istantaneo di eliminazione resti costante durante tutto l'intervallo $t \mid\!- t + 1$, il valore di S_t diventa indipendente dalla distribuzione degli esposti al rischio nei vari istanti dell'intervallo stesso; per cui, tale valore è quello stesso che si sarebbe ottenuto nel caso in cui tutti gli esposti al rischio fossero stati in osservazione completa. D'altra parte, nel caso in cui tutti gli esposti al rischio siano in osservazione completa e si ammetta l'ipotesi precedente, che il saggio istantaneo di eliminazione resti costante durante l'intervallo $t \mid\!- t + 1$, esiste tra probabilità di eliminazione e saggio di eliminazione, in detto intervallo, la seguente relazione:

$$q_t = 1 - e^{-S_t}.$$

(2) A. Mukherji, *Etude statistique de la fécondité matrimoniale*, Paris, 1935.

C. E. Bonferroni (*Recensione dello studio del Mukherji*, « Periodico di Matematiche », luglio 1937, pagg. 177-181), forse riferendosi a quanto afferma il M. a pag. 6, op. cit. (« Donc, il faudra pousser plus loin les classements de M. Gini et considérer que les femmes devenues veuves seront encore dans le risque d'accouchement etc. »), ammette che il M. seguendo le idee del Gini abbia introdotto qualche maggior precisione nelle correzioni; e, però, egli non ricorda che anche il Gini, nel lavoro apparso sul « Metron » (*Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit.),

Evidentemente in tale caso non si è potuto procedere alla valutazione delle durate di esposizione col metodo delle durate esatte; ma, introducendo ipotesi semplificatrici, più o meno soddisfacenti, su la distribuzione dei vari contingenti statistici presi in esame, si è determinata anzitutto la durata totale di esposizione per tutte le donne in osservazione tra 15 e 49 anni di età; e, poi, utilizzando alcuni risultati di tale prima ricerca (p. es.: durata media di esposizione per le coniugate morte, divenute vedove o divorziate), si è calcolata la durata media di esposizione per ogni gruppo quinquennale di età. In base a tali durate, si è stabilito un saggio generico di fecondità matrimoniale e dei saggi specifici per gruppi quinquennali di età; come pure le durate medie (espresse in mesi) di esposizione al rischio per il gruppo complessivo e per i vari gruppi quinquennali [1].

Una ricerca analoga a quella del Mukherji è stata da noi istituita per la popolazione del Regno nel periodo 1931-1935. Salvo lievi modifiche circa le ipotesi sulla distribuzione di taluni contingenti statistici, il metodo seguito nel calcolo del saggio generico di fecondità matrimoniale della donna italiana e dei saggi specifici per classi quinquennali di età, è quello stesso del Mukherji.

I saggi ottenuti sono confrontabili con quelli analoghi stabiliti per la Francia; che, però, prima del confronto, vanno opportunamente corretti secondo le modifiche sopra accennate. Il saggio generico di fecondità matrimoniale risulta in Italia, rispetto alla Francia, più elevato del 68 % (0,1925, anzichè 0,1145). I saggi specifici per classi quinquennali, poi, nel primo paese, sono tutti, ad eccezione di quello relativo alla prima classe (15 |— 20 anni), notevolmente superiori a quelli del secondo paese: il saggio, in ogni classe, dalla seconda in poi, per la Francia, è prossimo al saggio che si riscontra nella classe successiva, per l'Italia.

---

che il Mukherji scrivendo nel 1935 non poteva conoscere, ma che il Bonferroni scrivendo nel 1937 non avrebbe dovuto ignorare, considera, come abbiamo visto, uscite d'osservazione sia le vedove che le divorziate, nove mesi dopo lo scioglimento del matrimonio.

(1) Il Mukherji sembra annettere particolare importanza descrittiva a queste durate medie le quali non sono che i reciproci dei tassi di eliminazione. In generale, allorchè si calcolano tassi di eliminazione, si fa a meno di indicarne il reciproco; in quanto, nei confronti, i risultati sono gli stessi tanto che ci si serva dei tassi che delle durate medie.

Il confronto dei saggi stabiliti per le due popolazioni generali con quelli calcolati dal Gini per le famiglie regnanti e dell'alta nobiltà, mette in evidenza l'importanza che hanno i concepimenti prenuziali nella determinazione dei saggi di fecondità delle prime classi di età di dette popolazioni generali. La non inclusione tra le eliminate per parto, di quelle che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, in conseguenza del fatto che non si considerano in osservazione le spose durante tale periodo, determina l'esclusione dal calcolo del quoziente di eliminazione per le classi giovanili delle due popolazioni generali, di un gran numero di spose feconde: di quelle spose appunto che hanno concepito prima del matrimonio.

Tali spose, d'altra parte, si possono comprendere tra le eliminate supponendole entrate in osservazione un istante prima del parto; come, perciò, se avessero celebrato il matrimonio nell'istante del concepimento. I saggi che in questo secondo modo si ottengono, danno indubbiamente una misura esagerata della fecondità delle coniugate [1], ma possono, in pratica, essere utilizzati allo scopo di stabilire un limite massimo di tale fecondità.

I calcoli del Mukherji, come abbiamo detto, non vanno oltre la determinazione dei saggi specifici per classi quinquennali di età; ma lo studio dell'andamento della curva della fecondità matrimoniale secondo l'età della donna, non si può considerare compiuto in modo soddisfacente, se ci si limita alla conoscenza dei tassi quinquennali, specie per le età giovanili, che sono quelle che più interessano gli studiosi. Pertanto, noi, per la popolazione italiana, abbiamo ritenuto opportuno procedere oltre calcolando i saggi di fecondità per classi annuali; e ciò abbiamo fatto limitatamente al periodo statistico 1930-1932, utilizzando principalmente le distribuzioni stabilite dall'Istituto Centrale di Statistica nel calcolo delle tavole di mortalità, nuzialità e vedovanza della popolazione italiana 1930-1932 [2], seguendo un procedimento analogo a quello adottato dal Galvani nella costruzione delle tavole di mortalità della popolazione italiana distinta secondo lo stato civile.

---

(1) Cfr. C. Gini, *Sur la mesure de la fécondité*, ecc., op. cit., pag. 37.

(2) L. Galvani, *Tavole di mortalità della popolazione italiana* 1930-1932; S. Somogyi, *Tavole di nuzialità e di vedovanza per la popolazione italiana* 1930-1932. « Annali di statistica », Serie VII, Vol. I, Roma, 1937.

Da la tavola di fecondità stabilita tenendo conto delle circostanze *a*), *b*) e *c*), in precedenza descritte, si desume come per la popolazione del Regno, i saggi di fecondità calcolati secondo i criteri del Gini, non risultino sempre decrescenti col crescere dell'età, ma come da un minimo di 0,2758 all'età 16, salgano rapidamente ad un massimo di 0,8118 all'età 20, per poi discendere via via nelle età successive. L'influenza dei concepimenti prenuziali che, sui saggi di fecondità delle famiglie regnanti e dell'alta nobiltà, è nulla o quanto meno trascurabile ; sui saggi di fecondità delle classi giovanili della popolazione generale, in cui, per il gruppo di età 15-19, il rapporto dei parti nei primi nove mesi di matrimonio rispetto al totale dei parti è di circa il 38 %, è molto notevole.

Anche nella determinazione dei saggi annuali, però, onde stabilire un limite massimo della fecondità matrimoniale, si possono includere tra le eliminate quelle che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, supponendole entrate in osservazione un istante prima del parto, come cioè se avessero celebrato le nozze al concepimento. Oltre che come limite massimo, tali saggi, specie se si ammette che la tendenza ad esagerare la fecondità, determinata dall'inclusione dei parti provenienti da concepimenti prenuziali, sia decrescente al crescere dell'età, possono servire a dare un'idea abbastanza esatta dell'andamento della fecondità matrimoniale nella popolazione generale, a prescindere da tali esagerazioni. I saggi, per l'Italia, calcolati considerando i parti nei primi nove mesi di matrimonio, presentano, nelle prime classi di età, rispetto ai precedenti saggi annuali, un forte innalzamento (quelli dell'età 19-20, prima molto inferiori ai corrispondenti calcolati per le famiglie regnanti e dell'alta nobiltà, divengono ad essi leggermente superiori) ; e però, ciò nonostante, il massimo della nuova curva di fecondità rispetto a quello della curva precedente non risulta praticamente spostato verso sinistra ; e, pertanto, la seconda curva non differisce sostanzialmente di forma dalla prima.

Questi risultati che, in parte, possono essere influenzati dalla approssimazione del calcolo, cioè dalle ipotesi semplicistiche che si sono necessariamente dovute adottare nella valutazione delle durate di esposizione, non contraddicono affatto i risultati ottenuti dal Gini per le famiglie regnanti e dell'alta nobiltà : il diverso andamento dei saggi di fecondità delle donne di queste famiglie

si può spiegare, come suggerisce il Gini, con la precocità di tali donne per effetto della migliore alimentazione e dell'ambiente prevalentemente cittadino e quindi a bassa altitudine in cui è da presumere che esse vivano [1]. Queste due circostanze potrebbero spiegare, in parte, anche le differenze di andamento che si riscontrano tra Italia e Francia; per quanto esse siano meno accentuate di quelle che si rilevano nei confronti delle famiglie regnanti.

---

(1) Sulla relazione esistente tra altitudine ed età media alla prima mestruazione, cfr. C. GINI e P. DE ORCHI, *Il ciclo sessuale delle madri delle famiglie numerose*, C.I.S.P.P., Serie IV, « Ricerche sulle famiglie numerose », Vol. I, Roma, 1939.

Capitolo I.

Saggio generico di fecondità matrimoniale in Italia.

1. Premessa. — Calcoliamo in primo luogo un saggio generico di fecondità matrimoniale delle coniugate del Regno in età compresa tra 15 e 49 anni [1], nel quinquennio 1931-1935, nell'ipotesi che le nuove spose entrino in osservazione nove mesi dopo il matrimonio, che le coniugate che partoriscono siano eliminate temporaneamente per un anno subito dopo il parto, e che le nuove vedove escano d'osservazione nove mesi dopo la morte del marito.

Tale saggio sarà dato dal quoziente

$$\Phi = \frac{N}{P} \cdot 12$$

dove N è il numero dei parti di nati legittimi, esclusi quelli avvenuti nei primi nove mesi di matrimonio; e P è la durata totale di esposizione (espressa in mesi) al rischio di eliminazione per parto di nati legittimi, calcolata secondo le ipotesi su enunciate.

La determinazione di N viene fatta rapidamente in base alle statistiche ufficiali. Non così quella di P, che risulta un po' più complessa; e per la quale seguiremo il procedimento adottato dal Mukherji nel lavoro citato; salvo alcune varianti, che segnaleremo di volta in volta, dovute a la diversità del materiale statistico o a qualche modificazione introdotta nei criteri di valutazione.

2. Determinazione di P. — Il valore di P si può stabilire in base alla conoscenza dei seguenti contingenti statistici:

(1) M numero delle coniugate tra 15 e 49 anni presenti al 1° gennaio 1931;

---

(1) Non si considerano le coniugate in età inferiore a 15 anni, che sono del resto in numero molto ristretto (323, all'inizio del periodo statistico, su 5 713 577 coniugate tra 15 e 49 anni), onde rendere più omogeneo il confronto tra i nostri risultati con quelli del M..

(2) m_r numero dei matrimoni nell'anno r^{esimo} ($r = 1, 2, \ldots, 5$) del periodo statistico, di spose in età compresa tra 15 e 49 anni;

(3) f_r numero delle coniugate morte nell'anno r^{esimo}, in età compresa tra 15 e 49 anni;

(4) h_r numero delle nuove vedove nell'anno r^{esimo}, in età compresa tra 15 e 49 anni;

(5) A_r numero dei parti di nati legittimi nell'anno r^{esimo}, da madri in età compresa tra 15 e 49 anni;

(6) α_r numero dei parti nei primi 9 mesi di matrimonio, avvenuti nell'anno r^{esimo} e provenienti da madri in età compresa tra 15 e 49 anni;

(7) m' numero dei matrimoni di spose in età compresa tra 15 e 49 anni, celebrati negli ultimi nove mesi del 1930;

(8) h' numero delle nuove vedove in età compresa tra 15 e 49 anni, negli ultimi nove mesi del 1930;

(9) A' numero dei parti di nati legittimi da madri in età compresa tra 15 e 49 anni, avvenuti nel 1930;

(10) f_{rM}, f_{rm_s}, h_{rM}, h_{rm_s}, numeri delle coniugate morte o divenute vedove nell'anno r^{esimo}, provenienti dai contingenti M o m_s ($s = 1, 2, \ldots, r$), in età compresa tra 15 e 49 anni $\left(f_{rM} + \sum_{s=1}^{r} f_{rm_s} = f_r\,;\ h_{rM} + \sum_{s=1}^{r} h_{rm_s} = h_r\right)$;

(11) $M^{(x\,|-\,x+1)}$ ($x = 45, 46, \ldots, 49$) numero delle coniugate presenti al 1° gennaio 1931 in età compresa nell'intervallo $x\,|-\,x+1$;

(12) $m_r^{(x\,|-\,x+1)}$ ($x = 45, 46, \ldots, 49$) numero dei matrimoni nell'anno r^{esimo}, di spose in età compresa nell'intervallo $x\,|-\,x+1$;

(13) a_r coniugate morte entro un anno dopo il parto avvenuto nell'anno r^{esimo} in età compresa tra 15 e 49 anni;

(14) D_r coniugate nate nel quinquennio 1881-85, morte o divenute vedove nell'anno r^{esimo} in età compresa nell'intervallo $45\,|-\,50$.

Nell'ipotesi che tutte le coniugate presenti all'inizio del periodo statistico, entrino subito in osservazione e che in ogni anno i matrimoni che non si sciolgono prima della fine del periodo

statistico, siano distribuiti uniformemente, la durata di esposizione (espressa in mesi) per gli appartenenti ai contingenti (1) e (2), che non escono di osservazione per morte o vedovanza [1], a prescindere dall'eliminazione temporanea per parto, è data da:

$$(15)\quad \left(M - \sum_{r=1}^{5} f_{rM} - \sum_{r=1}^{5} h_{rM}\right) 60 + \sum_{s=1}^{4} \left(m_s - \sum_{r=s}^{5} f_{rm_s} - \sum_{r=s}^{5} h_{rm_s}\right) \cdot [54 - 12\,(s-1) - 9] + \frac{1}{12}\,(m_5 - f_{5m_5} - h_{5m_5})\,(2{,}5 + 1{,}5 + 0{,}5)$$

Il terzo termine della (15) indica la durata di esposizione per le donne che sposano nei primi tre mesi del 5° anno del periodo statistico; durata che in media è di 2,5 mesi, 1,5 e 0,5 rispettivamente per le spose nel primo, secondo e terzo mese di tale anno [2].

Le coniugate morte, supposte distribuite uniformemente nell'anno in cui sposano (se trattasi di coniugate che hanno sposato nel periodo statistico) e in quello in cui decedono, eccettuate quelle che muoiono nell'anno di matrimonio, rimangono in osservazione, sempre a prescindere da eventuali eliminazioni temporanee per parto, per il seguente numero di mesi:

$$(16)\qquad \sum_{r=1}^{5} (12\,r - 6)\, f_{rM} + \sum_{s=1}^{4} \sum_{r=s+1}^{5} [(r-s)\,12 - 9]\, f_{rm_s}$$

Di quelle che muoiono nello stesso anno di matrimonio, entrano in osservazione solo quelle che, sposate nel primo mese dell'anno, muoiono nell'undicesimo o dodicesimo, o che sposate nel 2°, muoiono nel 12° mese. Nel computo della durata totale di esposizione trascuriamo la valutazione di questo esiguo contingente, l'errore che si commette essendo lievissimo (inferiore al 0,015 $^0/_{000}$).

Le coniugate che divengono vedove, supposte anche esse distribuite uniformemente nell'anno in cui sposano (se trattasi di

---

(1) Non consideriamo i matrimoni disciolti per sentenza di tribunale che nel quinquennio 1931-1935, raggiungono l'esigua cifra di 190 matrimoni. Cfr. *Movimento della popolazione secondo gli atti dello stato civile nell'anno* 1935, pag. 13*.

(2) Il M. anzichè a metà mese concentra i matrimoni all'inizio del mese; per cui, per tali durate medie prende rispettivamente 3, 2, 1.

coniugate che hanno sposato nel periodo statistico) e in quello in cui diventano vedove, eccettuate anche qui quelle che divengono vedove nell'anno di matrimonio, tenuto presente che le consideriamo esposte fino a nove mesi dopo la morte del marito, rimangono in osservazione, a prescindere dalle eliminazioni per parto, per il seguente periodo:

$$(17)\quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^{4} [12\,r - 6) + 9]\, h_{rM} + 60\, h_{5M} + \\ + \sum_{s=1}^{3} \sum_{r=s+1}^{4} [(r-s)\,12 + 9 - 9]\, h_{rm_s} + \sum_{s=1}^{4} [(5-s)\,12 + 6 - 9] h_{5m_s} \end{array} \right.$$

Alla (17) va aggiunta la

$$(18)\quad \left(\sum_{\lambda=0}^{11} (\lambda - 9 + 9) \frac{(12-\lambda)}{\sum_{\lambda=0}^{11} (12-\lambda)} \right) \sum_{r=1}^{5} h_{rm_r}$$

che dà la durata di esposizione per le coniugate divenute vedove nello stesso anno di matrimonio; nell'ipotesi che i singoli gruppi in cui si possono distribuire quelle dell'anno r^{esimo} secondo il mese di matrimonio e quello di vedovanza:

$$\begin{array}{ll} h_{r_1 m_{r_1}} & = h_{r_1 m_r} \\ h_{r_2 m_{r_1}} + h_{r_2 m_{r_2}} & = h_{r_2 m_r} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ \underline{h_{r_{12} m_{r_1}} + h_{r_{12} m_{r_2}} + \ldots + h_{r_{12} m_{r_{12}}} = h_{r_{12} m_r} \\ h_{rm_{r_1}} + h_{rm_{r_2}} + \ldots + h_{rm_{r_{12}}} = h_{rm_r} \end{array}$$

(dove $h_{r_j m_{r_i}}$ indica le coniugate che divengono vedove nel mese j e che hanno sposato nel mese i), presentino la stessa frequenza e che i matrimoni che si sciolgono nello stesso mese in cui sono stati celebrati abbiano durata media 0, quelli che si sciolgono nel mese successivo, durata 1, ecc. Infatti, secondo queste ipotesi, la durata di matrimonio λ (espressa in numero intero di mesi)

per le coniugate vedove nello stesso anno di matrimonio, varia tra o e 11 con frequenza $\frac{12-\lambda}{\sum_{\lambda=0}^{11}(12-\lambda)}$; per cui, il valor medio di λ è:

$$(19) \qquad M(\lambda) = \sum_{\lambda=0}^{11} \lambda \frac{12-\lambda}{\sum_{\lambda=0}^{11}(12-\lambda)} = \frac{11}{3}.$$

Dal complesso delle durate espresso dalle (15), (16), (17) e (18), dobbiamo togliere la durata delle eliminazioni temporanee per parto, che approssimativamente è data dalla:

$$(20) \qquad 12 \sum_{r=1}^{4} A_r + 6 A_5 - 3{,}5 \sum_{r=1}^{5} \alpha_r - 6 \left(\sum_{r=1}^{4} a_r + \frac{1}{2} a_5 \right)$$

nell'ipotesi che i parti del 5° anno siano distribuiti uniformemente, che i parti nei primi nove mesi di matrimonio (α_r) siano concentrati a metà del 6° mese di matrimonio [1], e che le coniugate (a_r) che, partorito nell'anno r^{esimo}, muoiono durante il periodo di eliminazione temporanea, rimangano, in media, in tale eliminazione 6 o 3 mesi a seconda che la eliminazione stessa sia iniziata nei primi 4 anni o nel 5° del periodo statistico. La (20) dà della durata delle eliminazioni temporanee per parto un valore in eccesso; in quanto in essa non si tiene conto del fatto che alcuni parti avvengono nei primi nove mesi dopo la morte del marito e che alcune eliminate per parto diventano vedove prima di rientrare in osservazione. E però le durate che intercorrono tra il momento di uscita per vedovanza (nove mesi dopo la morte del marito) e il termine dell'eliminazione temporanea, che si dovrebbero detrarre dalla (20) onde correggere il suddetto errore, sono senz'altro trascurabili.

---

(1) Nel quinquennio in esame i parti nel 9° mese sono il 0,26 dei parti nei primi nove mesi. Nel biennio 1930-1931, i parti in cui l'intervallo protogenesico è inferiore a 7 e 8 mesi, sono rispettivamente il 0,64 e il 0,74 dei parti nei primi nove mesi; per cui, supponendo il primo gruppo di parti distribuito uniformemente nei primi 7 mesi di matrimonio, il baricentro di tutta la distribuzione cadrebbe nel 1° quarto del 6° mese.

Dal complesso delle durate espresso dalle (15), (16), (17), (18) e (20), dobbiamo togliere per tutte le coniugate che compiono i 50 anni di età nel periodo statistico, le durate che vanno dal compimento di tale età massima al termine del periodo statistico [1].

Tali durate sono approssimativamente date dalla

$$(21)\quad \left[\sum_{x=45}^{49} M^{(x|-x+1)}\,(x-44{,}5) + \sum_{r=1}^{4}\sum_{x=45+r}^{49} m_r^{(x|-x+1)}\,(x-r-44)\right] 12 - 20\sum_{r=1}^{5} D_r$$

nell'ipotesi della distribuzione uniforme sia del gruppo $\sum_{r=1}^{5} D_r$ che, nelle singole classi annuali di età, dei contingenti $M^{(x|-x+1)}$ e $m_r^{(x|-x+1)}$. Nella (21) non si tiene conto delle coniugate, del resto pochissime, che compiono il 50° anno di età durante l'eliminazione temporanea per parto; per le quali si dovrebbero togliere le durate che vanno dal compimento del 50° anno al termine dell'eliminazione temporanea [2].

Infine dalle (15), (16) e (17), nelle quali si suppone che tutte le coniugate presenti il 1° gennaio 1931, entrino subito in osservazione, dobbiamo detrarre:

a) in corrispondenza delle coniugate presenti all'inizio del periodo statistico e che hanno partorito nel 1930, le durate che vanno da tale inizio al momento d'ingresso in osservazione, e che supponiamo ammontanti a mesi:

$$(22)\qquad 6\,A' \quad ,$$

nell'ipotesi che tutte le coniugate che partoriscono nel 1930, distribuite uniformemente nell'anno, entrino in osservazione;

---

(1) Viceversa dovremmo aggiungere la durata d'esposizione di quelle coniugate che entrano in osservazione per aver compiuto il 15° anno di età. E però tale durata ci esimiamo dal calcolarla in quanto trascurabile.

(2) Il M. tiene conto soltanto dei primi due termini sia della (20) che della (21); e, inoltre, considera come intervallo medio di uscita di osservazione per gli $M^{(x|-x+1)}$, $x-44$, anzichè $x-44{,}5$, commettendo un errore globale nella valutazione della durata totale di esposizione di circa il 2 % in meno.

b) in corrispondenza delle coniugate presenti al 1° gennaio 1931 e che hanno sposato negli ultimi 9 mesi del 1930, le durate che vanno dall'inizio del periodo statistico al momento dell'ingresso in osservazione, ammontanti in totale a mesi:

$$(23) \qquad 4{,}5.m' \quad , \quad \text{con } m' = \frac{9}{12} m_0 \qquad (23)^*,$$

nell'ipotesi che le spose nel 1930 (m_0) siano distribuite uniformemente e che tutte quelle degli ultimi nove mesi entrino in osservazione. Mentre dobbiamo aggiungere la durata di esposizione delle coniugate che, divenute vedove negli ultimi 9 mesi del 1930, rimangono in osservazione 4,5 mesi, in media, ciascuna e in totale:

$$(24) \qquad 4{,}5.h' \quad , \quad \text{con } h' = \frac{9}{12} h_0 \qquad (24)^*,$$

nell'ipotesi che le nuove vedove nel 1930 (h_0) siano distribuite uniformemente e che tutte quelle degli ultimi 9 mesi escano d'osservazione nove mesi dopo la morte del marito.

La durata totale di esposizione al rischio di eliminazione per parto, è, quindi, secondo le varie ipotesi introdotte:

$$P = (15) + (16) + (17) + (18) - (20) - (21) - (22) - (23) - (24).$$

Al calcolo di P si procede stabilendo anzitutto il valore dei vari contingenti da (1) a (14).

3. Determinazione di A_r. — Il numero dei parti di nati legittimi, distinti secondo l'età della madre, è desumibile dai volumi del « *Movimento della popolazione secondo gli atti dello stato civile* » (in seguito, indicati più brevemente: *M. d. P.*) negli anni del quinquennio in esame.

TAVOLA I.

Parti di nati legittimi distinti secondo l'età della madre nei singoli anni del quinquennio 1931-1935.

età	(1) 1931	(2) 1932	(3) 1933	(4) 1934	(5) 1935	Totale
fino a 14	54	35	39	53	80	261
15–19	(6) 28 237	29 032	27 222	26 136	24 216	134 843
20–24	(6) 228 864	216 216	216 177	215 090	216 583	1 092 930
25–29	278 477	272 841	277 640	280 475	289 370	1 398 803
30–34	228 981	219 729	219 084	218 664	215 972	1 102 430
35–39	154 605	150 200	151 463	149 428	151 482	757 178
40–44	66 935	63 507	65 312	64 604	62 813	323 171
45–49	7 127	6 635	6 822	6 667	6 174	33 425
50–ω	274	195	200	190	160	1 019
non indicata . .	608	237	238	482	819	2 384
TOTALI . . .	**994 162**	**958 627**	**964 197**	**961 789**	**967 669**	**4 846 444**

(1) *M. d. P.* pagg. 58*, 119 e 121 — (2) *M. d. P.* pagg. 45*, 45 — (3) *M. d. P.* pagg. 33*, 45 — (4) *M. d. P.* pagg. 31*, 38 — (5) *M. d. P.* pagg. 31*, 33 — (6) Nel *M. d. P.* in questo anno, sono dati i parti per le classi 15-20, 21-24 e non per le singole classi annuali. I parti per la classe 15-19, li abbiamo calcolati nel seguente modo:

$$p_{31} = \frac{\sum_{i=32}^{35} p_i}{\sum_{i=32}^{35} p_i'} p'_{31} = \frac{106\,606}{970\,672} 257\,101 = 28\,237$$

dove p_i e p_i' sono i parti dell'anno i rispettivamente per le classi di età 15-19 e 15-24.

Nell'ipotesi che i parti corrispondenti a madri la cui età non è indicata, siano distribuiti proporzionalmente tra quelli relativi a madri in età 15 |— 50, si hanno per A_r i seguenti valori:

A_1	993 834
A_2	958 397
A_3	963 958
A_4	961 546
A_5	967 429
	4 845 164

4. Determinazione di α_7. — Il *M. d. P.* dà il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio per i nati da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio. Il totale dei parti nei primi nove mesi, per un certo anno, è stato calcolato moltiplicando il dato fornito dal *M. d. P.* per il rapporto del totale dei primi parti di nati da genitori che celebrarono il matrimonio in quel certo anno e nel precedente, al numero dei primi parti di nati da genitori che celebrarono il matrimonio in quegli stessi anni e che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio.

Tavola II.

Parti di nati nei primi nove mesi di matrimonio da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima di tale matrimonio, distinti secondo l'età della madre nei singoli anni del quinquennio 1931-1935.

età	(1) 1931	(1) 1932	(1) 1933	(1) 1934	(1) 1935	Totale
fino a 20	18 078	16 701	16 494	16 452	15 627	83 352
21–24	27 054	26 423	26 502	28 253	29 036	137 268
25–29	11 691	11 546	12 081	13 364	14 934	63 616
30–34	2 790	2 566	2 744	3 145	3 302	14 547
35–39 . . .	743	673	728	850	861	3 855
40–44	144	121	154	164	148	731
45–ω	8	8	13	9	16	54
non indicata . .	10	10	3	3	27	53
Totali . . .	**60 518**	**58 048**	**58 719**	**62 240**	**63 951**	**303 476**

(1) *M. d. P.* nei singoli anni, rispettivamente, pagg. 148, 68, 67, 51, 50.

Se ora moltiplichiamo i totali della Tavola II per i corrispondenti valori di (C), dati dalla Tavola III, troviamo quale

Tavola III.

Primi parti di nati, in ciascun anno del quinquennio 1931-1935, *da genitori che celebrarono il matrimonio nell'anno del parto o nel precedente: a) parti; b) di cui da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio.*

	(1) 1931	(1) 1932	(1) 1933	(1) 1934	(1) 1935	Totale
a)						
(2)	43 081	41 300	42 762	42 252	41 372	210 767
(3)	141 074	129 201	127 152	138 463	151 971	687 861
(4)	530	481	497	494	481	2 483
(5)	1 329	1 206	1 280	1 297	1 543	6 655
Totali (*A*) . . .	**186 014**	**172 188**	**171 691**	**182 506**	**195 367**	**907 766**
b)						
(2)	41 526	39 794	41 281	40 903	39 316	202 820
(3)	135 538	123 929	124 054	134 959	147 314	665 794
(4)	493	451	469	479	455	2 347
(5)	1 249	1 124	1 226	1 256	1 474	6 329
Totali (*B*) . . .	**178 806**	**165 298**	**167 030**	**177 597**	**188 559**	**877 290**
(*C*) = (*A*) : (*B*) .	1,04031	1,04168	1,02791	1,02764	1,03611	1,03474

(1) *M. d. P.* nei singoli anni, rispettivamente, pagg. 138, 62, 47, 46.

(2) Parti semplici da genitori che celebrarono il matrimonio nell'anno del parto.

(3) Parti semplici da genitori che celebrarono il matrimonio nell'anno precedente quello del parto.

(4) Parti multipli da genitori che celebrarono il matrimonio nell'anno del parto.

(5) Parti multipli da genitori che celebrarono il matrimonio nell'anno precedente quello del parto.

presumibile valore approssimato dei parti nei primi nove mesi di matrimonio, le seguenti cifre:

	parti nei primi nove mesi di matrimonio
1931	62 957
1932	60 467
1933	60 358
1934	63 960
1935	66 260
TOTALE	**314 002**

In base a questo totale si può stimare quello di $\sum_{r=1}^{5} \alpha_r$, per le madri in età compresa nell'intervallo 15 |— 50 anni, moltiplicando il primo totale per il rapporto del numero dei parti di nati legittimi da madri in età 15 |— 50 anni a quello dei parti di nati legittimi da madri di età qualsiasi verificatisi nel quinquennio; rapporto che, secondo i dati della Tavola I, è uguale a 0,999736. Per cui:

$$\sum_{r=1}^{5} \alpha_r = 314\,002 \cdot 0{,}999736 = 313\,919.$$

5. DETERMINAZIONE DI M E $M^{(x|-x+1)}$ ($x = 45, 46, \ldots, 49$). — Come distribuzione delle coniugate presenti nel Regno al 1° gennaio 1931, prendiamo quella stabilita dall'Istituto Centrale di Statistica nel calcolo delle tavole di mortalità 1930-1932 (1).

TAVOLA IV.

Coniugate tra 15 *e* 49 *anni presenti al* 1° *gennaio* 1931, *distinte secondo l'età.*

età	coniugate
15–19	84 633
20–24	629 590
25–29	1 049 402
30–34	1 131 351
35–39	1 039 922
40–44	946 894
45	178 557
46	174 855
47	162 273
48	160 717
49	155 393
TOTALE	**5 713 587**

(1) L. GALVANI, op. cit., pag. 154.

6. Determinazione di m_s e $m_s^{(x|-x+1)}$ ($x = 45, 46, \ldots, 49$). — Per la distribuzione dei matrimoni nel quinquennio, ci siamo valsi, oltre che del *M. d. P.*, delle distribuzioni per classi annuali di età stabilite dall'Istituto Centrale di Statistica nel calcolo delle tavole di nuzialità 1930-1932 [1] : in cifre assolute per gli anni 1931 e 1932 e in cifre relative per i tre anni successivi. I matrimoni di sposi la cui età è ignota sono stati ripartiti proporzionalmente tra i matrimoni delle classi di età note.

Tavola V.

Matrimoni in ciascuno degli anni del quinquennio 1931-1935, *distinti secondo l'età delle spose, limitatamente a quelle con età compresa tra* 15 *e* 49 *anni.*

età	[1] 1931	[1] 1932	[1] 1933	[1] 1934	[1] 1935	Totali
15–19	44 331	41 856	44 596	43 368	35 673	209 824
20–24	136 272	132 944	143 704	153 732	136 172	702 824
25–29	56 420	55 895	62 854	72 724	71 665	319 558
30–34	18 994	18 094	19 250	21 874	22 536	100 748
35–39	8 964	8 295	8 708	9 520	9 645	45 132
40–44	4 421	4 310	4 459	4 676	4 983	22 849
45	[2] 609	[2] 571	[2] 621	[2] 597	[2] 619	3 017
46	[3] 540	[3] 507	[3] 522	[3] 547	[3] 558	2 674
47	[4] 485	[4] 454	[4] 438	[4] 484	[4] 534	2 395
48	[5] 439	[5] 411	[5] 461	[5] 454	[5] 401	2 166
49	[6] 388	[6] 363	[6] 347	[6] 421	[6] 392	1 911
45–49	2 461	2 306	2 389	2 503	2 504	12 163
Totali . . .	**271 863** [7]	**263 700** [8]	**285 960** [9]	**308 397** [10]	**283 178** [11]	**1 413 098**

(1) *M. d. P.* nei singoli anni, rispettivamente, pagg. 92, 24, 26, 20, 20.

(2) $= m_s^{(45|-46)}$; (3) $= m_s^{(46|-47)}$; (4) $= m_s^{(47|-48)}$; (5) $= m_s^{(48|-49)}$; (6) $= m_s^{(49|-50)}$; (7) $= m_1$; (8) $= m_2$; (9) $= m_3$; (10) $= m_4$; (11) $= m_5$.

(1) S. Somogyi, op. cit., pagg. 227 e 280.

7. Determinazione di f_r, f_{rM} e f_{rm_s}. — Dal *M. d. P.* desumiamo i dati della seguente tabella:

Tavola VI.

Coniugate morte tra 15 *e* 49 *anni di età, nei singoli anni del quinquennio* 1931-1935, *distinte secondo l'età.*

età	(1) 1931	(1) 1932	(1) 1933	(1) 1934	(1) 1935	totale
15–19	362	318	268	286	256	1 490
20–24	2 599	2 567	2 375	2 180	2 252	11 973
25–29	4 265	4 378	4 159	3 885	4 213	20 900
30–34	4 911	4 852	4 775	4 447	4 484	23 469
35–39	5 024	5 350	5 141	4 693	5 034	25 242
40–44	5 357	5 291	5 165	4 898	5 137	25 848
45–49	5 523	5 558	5 458	5 170	5 449	27 158
Totali . . .	(2) **28 041**	(3) **28 314**	(4) **27 341**	(5) **25 559**	(6) **26 825**	**136 080**

(1) *M. d. P.* nei singoli anni, rispettivamente, pagg. 204, 97, 97, 75, 73.
(2) $= f_1$; (3) $= f_2$; (4) $= f_3$; (5) $= f_4$; (6) $= f_5$.

La scomposizione dei contingenti f_r, forniti da questa tavola, nei contingenti f_{rM} e f_{rm_s} (vedi § 2) viene fatta determinando anzitutto f_{rm_s} in base al numero dei matrimoni di un certo anno s (m_s) distinti secondo gruppi quinquennali di età delle spose (vedi Tavola V) e in base alla tavola di mortalità della popolazione italiana 1930-1932, riferentesi alle coniugate [1]; che ci permette di calcolare, in via approssimata, quante di quelle sposate in un certo anno, muoiono in quello stesso anno, e quante in un anno successivo. Indicato con $m_s^{(x|-x+5)}$ il numero delle spose nell'anno s in età $x|-x+5$, e con ${}_i|q_{x|-x+5}$ ($i = 0,1,\ldots,4$) il quoziente:

(1) L. Galvani, op. cit. pag. 81: tale tavola comincia dall'età 25: per le età inferiori si è fatto uso della tavola relativa alle femmine senza distinzione di stato civile (pag. 63).

$$(26)\quad \begin{cases} {}_i|\,q_{x|-x+5} = \dfrac{\sum\limits_{z=x+i}^{x+i+4} l_z^k - \sum\limits_{z=x+i+1}^{x+i+5} l_z^k}{\sum\limits_{z=x}^{x+4} l_z^k}, \quad \text{per } x<45; \\ {}_i|\,q_{x|-x+5} = \dfrac{\sum\limits_{z=x+i}^{x+4} l_z^k - \sum\limits_{z=x+i+1}^{x+5} l_z^k}{\sum\limits_{z=x}^{x+4} l_z^k}, \quad \text{per } x=45 \ ^{(1)} \end{cases}$$

(analogo, il primo, a ${}_i|\,q_x$, probabilità che un individuo di età x muoia tra le età $x+i$ e $x+i+1$), dove l_x^k è il numero medio delle coniugate che raggiungono l'età z, possiamo scrivere[2]:

$$(27)\quad \begin{cases} f_{rm_s} = \dfrac{1}{2} \sum\limits_{x=15}^{45} m_s{}^{(x|-x+5)} \cdot {}_{r-s}|\,q_{x|-x+5}, \quad \text{per} \quad r=s; \\ f_{rm_s} = \sum\limits_{x=15}^{45} m_s{}^{(x|-x+5)} \cdot {}_{r-s}|\,q_{x|-x+5}, \quad \text{per } r>s, \end{cases}$$

tenendo presente che l'indice del sommatorio, x, assume solo i valori interi che vanno di 5 in 5 da 15 a 45.

Nella Tavola VII è esposto il calcolo per la determinazione dei ${}_i|\,q_{x|-x+5}$, che vengono poi riassunti nella Tavola VII *bis*.

La Tavola VIII fornisce i valori di f_{rm_s}; mentre quelli di f_{rM} sono stabiliti nella Tavola IX in base alla relazione:

$$(28)\qquad f_{rM} = f_r - \sum_{s=1}^{r} f_{rm_s}$$

8. Determinazione di h_r, h_{rM} e h_{rm_s}. — La distribuzione delle nuove vedove secondo l'età raggiunta alla morte del marito, è stata determinata dall'Istituto Centrale di Statistica [3], per i singoli anni del periodo 1930-1932, nel calcolo delle tavole di

---

(1) Per il gruppo $m_s{}^{(45|-50)}$, bisogna calcolare quante ne muoiono nell'anno di matrimonio e in un anno successivo, però con età inferiore a 50 anni.

(2) Il M. non distingue in due casi la limitazione $r \geq s$, e prende per f_{rm_s} la 2ª delle (27).

(3) L. Galvani, op. cit., pag. 152; S. Somogyi, op. cit., pag. 282.

Calcolo di ${}_{i}|q_{x|-x+5}$ *: coniugate* (I).

x	l_x (1)	$\sum_{t=0}^{4} l_{x+t}$ (2)	$l_x - l_{x+5}$ (II) (3)	$\frac{(3)}{(2)} \cdot 100$ (4)	z (5)
15	103 792	515 892	1 665	0,3227	15
16	103 518	»	1 787	0,3464	15
17	103 207	»	1 892	0,3667	15
18	102 868	»	1 984	0,3846	15
19	102 507	»	2 064	0,4001	15
20	102 127	506 500	2 127	0,4199	20
21	101 731	»	2 143	0,4231	20
22	101 315	»	2 136	0,4217	20
23	100 884	»	2 112	0,4170	20
24	100 443	»	2 076	0,4099	20
25	100 000	495 906	2 037	0,4108	25
26	99 588	»	2 032	0,4097	25
27	99 179	»	2 032	0,4097	25
28	98 772	»	2 041	0,4116	25
29	98 367	»	2 061	0,4156	25
30	97 963	485 703	2 090	0,4303	30
31	97 556	»	2 126	0,4377	30
32	97 147	»	2 171	0,4470	30
33	96 731	»	2 218	0,4567	30
34	96 306	»	2 266	0,4665	30
35	95 873	474 832	2 315	0,4875	35
36	95 430	»	2 364	0,4978	35
37	94 976	»	2 411	0,5077	35
38	94 513	»	2 460	0,5181	35
39	94 040	»	2 510	0,5286	35
40	93 558	462 772	2 567	0,5547	40
41	93 066	»	2 630	0,5683	40
42	92 565	»	2 705	0,5845	40
43	92 053	»	2 792	0,6034	40
44	91 530	»	2 897	0,6260	40
45	90 991	449 181	3 018	0,6719	45
46	90 436	»	2 463	0,5483	45
47	89 860	»	1 887	0,4201	45
48	89 261	»	1 288	0,2867	45
49	88 633	»	660	0,1469	45
50	87 973	»			

(I) Vedi nota n. 1 a pag. 23.
(II) Per $x > 45$: $l_x - l_{50}$.

TAVOLA VII *bis*.

Percentuale delle spose tra 15 *e* 49, *che muoiono nei successivi anni di matrimonio.*

età	nel 1° anno	nel 2° anno	nel 3° anno	nel 4° anno	nel 5° anno
15–19	0,3227	0,3464	0,3667	0,3846	0,4001
20–24	0,4199	0,4231	0,4217	0,4170	0,4099
24–29	0,4108	0,4097	0,4097	0,4116	0,4156
30–34	0,4303	0,4377	0,4470	0,4567	0,4665
35–39	0,4875	0,4978	0,5077	0,5181	0,5286
40–44	0,5547	0,5683	0,5845	0,6034	0,6260
45–49	0,6719	(1) 0,5483	(1) 0,4201	(1) 0,2867	(1) 0,1469

(1) Con età inferiore a 50 anni.

mortalità nuzialità e vedovanza della popolazione italiana 1930-1932. Con procedimento analogo a quello seguito dall'Istituto, basandoci sulla distribuzione dei mariti morti negli anni 1933, 1934 e 1935, secondo classi poliennali di età, e valendoci della « *Distribuzione di* 100 *mariti di ciascun gruppo di età, secondo l'età della moglie* » [1], calcolata in base alla distribuzione delle coppie coniugali conviventi, secondo l'età dei due coniugi, rilevata nel censimento del 1931 [2], abbiamo stabilito (Tavole X, XI e XII) la distribuzione delle nuove vedove negli anni suindicati (1933-1935), secondo classi quinquennali di età. Nella tavola XIII abbiamo riassunto la distribuzione per età delle nuove vedove tra 15 e 49 anni di età, in ciascuno degli anni del periodo 1931-1935.

(1) S. SOMOGYI, op. cit., pag. 281.

(2) Sono considerate solo le coppie in cui la moglie non abbia contratto in precedenza altri matrimoni.

TAVOLA VIII.

Sposate nei singoli anni del quinquennio 1931-1935 *e morte nell'anno di matrimonio o nei successivi, con età inferiore a* 50 *anni.*

ETÀ	SPOSATE NEGLI ANNI														
	1931					1932				1933			1934		1935
	morte negli anni					morte negli anni				morte negli anni			morte n. anni		morte
	1931	1932	1933	1934	1935	1932	1933	1934	1935	1933	1934	1935	1934	1935	1935
15–19	72	154	163	170	177	68	145	154	161	72	155	164	70	150	58
20–24	286	577	575	568	559	279	562	561	554	302	608	606	323	650	286
25–29	116	231	231	232	234	115	229	229	230	129	258	258	149	298	147
30–34	41	83	85	87	89	39	79	81	83	41	84	86	47	96	48
35–39	22	45	46	46	47	20	41	42	43	21	43	44	23	47	24
40–44	12	25	26	27	28	12	24	25	26	12	25	26	13	27	14
45–49	8	13	10	7	4	7	13	10	7	8	13	10	8	14	8
TOTALI . . .	**557**	**1 128**	**1 136**	**1 137**	**1 138**	**540**	**1 093**	**1 102**	**1 104**	**585**	**1 186**	**1 194**	**633**	**1 282**	**585**

TAVOLA IX.

Coniugate morte tra 15 *e* 49 *anni, nei singoli anni del quinquennio* 1931-1935, *distinte a seconda che abbiano sposato prima del* 1° *gennaio* 1931 *o dopo, e, queste ultime, classificate secondo l'anno di matrimonio.*

ANNO DI MATRIMONIO	ANNO DI MORTE					
	1931	1932	1933	1934	1935	1931–1935
1931	557	1 128	1 136	1 137	1 138	(1) 5 096
1932		540	1 093	1 102	1 104	(2) 3 839
1933			585	1 186	1 194	(3) 2 965
1934				633	1 282	(4) 1 915
1935					585	(5) 585
1931–1935 . . .	557	1 668	2 814	4 058	5 303	14 400
anteriore al 1931 .	27 484	26 646	24 527	21 501	21 522	(6) 121 680
TOTALI . . .	**28 041**	**28 314**	**27 341**	**25 559**	**26 825**	**136 080**

(1) $= \sum_{r=1}^{5} f_{rm_1}$; (2) $= \sum_{r=2}^{5} f_{rm_2}$; (3) $= \sum_{r=3}^{5} f_{rm_3}$; (4) $= \sum_{r=4}^{5} f_{rm_4}$. (5) $= f_{5m_5}$; (6) $= \sum_{r=1}^{5} f_{rM}$

Per la scissione dei contingenti h_r nei contingenti h_{rm_s} e h_{rM}, analogamente a ciò che abbiamo fatto per f_r, calcoliamo quanti degli sposi di un certo anno muoiono in quello stesso anno, nel successivo, ecc.

E però, gli sposi di un anno li distinguiamo in tre gruppi (1)

(1) Il M. procede in modo diverso alla determinazione di h_r e h_{rm_s}: non disponendo di una distribuzione delle nuove vedove, suppone, in base alla distribuzione relativa degli sposi a seconda che si uniscano a spose appartenenti ad un gruppo di età inferiore, uguale o superiore al proprio, che tutti i mariti da 15 a 49 anni e metà di quelli da 50 a 54, abbiano moglie con età inferiore a 50 anni; quindi stabilisce, con un metodo analogo a quello adottato nel numero precedente, quanti degli

TAVOLA X.

Distribuzione dei coniugati morti nel 1933, *secondo la propria età e quella della vedova.*

ETÀ DEL MARITO MORTO	ETÀ DELLA VEDOVA												
	fino a 14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–ω	Totale (1)
fino a 17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18–19	—	10	8	2	—	—	—	—	—	—	—	—	20
20–24	—	95	348	89	13	3	1	—	—	—	—	—	549
25–29	—	85	967	1 079	210	34	7	1	1	—	—	—	2 384
30–34	—	21	460	1 698	1 611	341	55	10	2	—	—	—	4 198
35–39	—	5	120	774	2 023	1 666	304	48	9	2	1	—	4 952
40–44	—	2	39	264	1 035	2 322	1 879	359	57	12	3	1	5 973
45–49	—	1	13	81	380	1 267	2 750	2 091	366	62	13	5	7 029
50–54	—	1	7	35	154	520	1 605	3 209	2 285	470	80	25	8 391
55–95	—	1	5	21	91	271	779	2 157	3 967	2 791	529	130	10 742
60–64	—	1	5	17	59	156	396	982	2 686	4 657	3 193	860	13 012
65–ω	—	—	23	69	155	321	660	1 337	3 266	7 915	14 671	28 980	57 397
TOTALI	—	**222**	**1 995**	**4 129**	**5 731**	**6 901**	**8 436**	**10 194**	**12 639**	**15 909**	**18 490**	**30 001**	**114 647**

(1) *M. d. P.*, pag. 97.

Distribuzione dei coniugati morti nel 1934, *secondo la propria età e quella della vedova.*

ETÀ DEL MARITO MORTO	ETÀ DELLA VEDOVA												
	fino a 14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–ω	Totale (1)
fino a 17	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
18–19	—	9	8	2	—	—	—	—	—	—	—	—	19
20–24	—	83	306	79	11	2	1	—	—	—	—	—	482
25–29	—	83	943	1 052	205	33	7	1	—	—	—	—	2 324
30–34	—	21	443	1 635	1 552	328	53	10	1	—	—	—	4 043
35–39	—	5	117	749	1 959	1 614	294	46	9	2	—	—	4 795
40–44	—	2	36	247	969	2 175	1 760	336	53	11	3	2	5 594
45–49	—	1	12	76	354	1 184	2 568	1 953	341	58	12	5	6 564
50–54	—	1	6	34	149	503	1 553	3 104	2 211	455	78	24	8 118
55–59	—	1	5	21	91	269	774	2 144	3 943	2 774	525	130	10 677
60–64	—	1	5	17	58	154	390	967	2 645	4 586	3 144	846	12 813
65–ω	—	—	23	69	155	321	660	1 337	3 264	7 911	14 664	28 965	57 369
TOTALI	—	**209**	**1 906**	**3 981**	**5 503**	**6 583**	**8 060**	**9 898**	**12 467**	**15 797**	**18 426**	**29 972**	**112 802**

(1) *M. d. P.*, pag. 75.

TAVOLA XII.

Distribuzioni dei coniugati morti nel 1935, *secondo la propria età e quella della vedova.*

ETÀ DEL MARITO MORTO	ETÀ DELLA VEDOVA												
	fino a 14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–ω	Totale (1)
fino a 17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18–19	—	6	5	1	—	—	—	—	—	—	—	—	12
20–24	—	83	307	79	12	2	1	—	—	—	—	—	484
25–29	—	85	966	1 078	210	34	7	1	—	—	—	—	2 381
30–34	—	21	447	1 652	1 568	331	53	10	2	—	—	—	4 084
35–39	—	5	126	811	2 119	1 746	319	50	9	2	1	—	5 188
40–44	—	2	38	261	1 023	2 294	1 856	355	56	12	3	—	5 900
45–49	—	1	14	84	391	1 307	2 836	2 156	377	64	14	4	7 248
50–54	—	1	7	37	159	539	1 664	3 325	2 368	487	84	25	8 696
55–59	—	1	6	23	96	284	816	2 259	4 154	2 922	553	135	11 249
60–64	—	1	5	17	60	161	407	1 010	2 762	4 790	3 284	885	13 382
65–ω	—	—	25	74	166	344	707	1 432	3 497	8 476	15 711	31 035	61 467
TOTALI . . .	—	**206**	**1 946**	**4 117**	**5 804**	**7 042**	**8 666**	**10 598**	**13 225**	**16 753**	**19 650**	**32 084**	**120 091**

(1) *M. d. P.*, pag. 73.

TAVOLA XIII.

Nuove vedove tra 15 *e* 49 *anni di età nei singoli anni del quinquennio* 1931-1935, *distinte secondo l'età.*

ETÀ	(1) 1931	(1) 1932	1933	1934	1935	Totale
15–19	241	246	222	209	206	1 124
20–24	2 104	2 167	1 995	1 906	1 946	10 118
25–29	4 220	4 345	4 129	3 981	4 117	20 792
30–34	5 725	5 851	5 731	5 503	5 804	28 614
35–39	6 854	6 996	6 901	6 583	7 042	34 376
40–44	8 472	8 650	8 436	8 060	8 666	42 284
45–49	(2) 10 379	10 638	10 194	9 898	10 598	51 707
TOTALI . . .	(3) **37 995**	(4) **38 893**	(5) **37 608**	(6) **36 140**	(7) **38 379**	**189 015**

(1) L. GALVANI, op. cit., pag. 152.

(2) S. SOMOGYI, op. cit., a pag. 282 sono indicate erroneamente 1999 anzichè 1990 vedove in età 46.

(3) $= h_1$; (4) $= h_2$; (5) $= h_3$; (6) $= h_4$; (7) $= h_5$.

a seconda che la moglie abbia età inferiore a 45 anni o compresa tra 45 e 49 o superiore a 49 anni; e di questi tre gruppi prendiamo in esame soltanto i primi due poichè solo da essi possono provenire, nel quinquennio, vedove con età inferiore a 50 anni: più precisamente dal 1° gruppo si avranno sempre vedove con età inferiore a 50, mentre dal 2° gruppo, alcune vedove potranno anche superare tale età.

Per stabilire quante approssimativamente sono quelle provenienti dal 2° gruppo di sposi, con età inferiore a 50 anni, supponiamo che la differenza d'età tra marito e moglie sia costan-

---

sposi di un certo anno del periodo statistico muoiono nel periodo statistico senza aver superato l'età 55, avendo cura di prendere per gli sposi della classe $50 \vdash 55$ solo metà contingente. È da notare però come nonostante l'ipotesi fatta, nel calcolo di h_{rM}, il M. prenda per h_r il numero di *tutti* i mariti morti con età inferiore a 55.

TAVOLA XIV.

Matrimoni in ciascuno degli anni del quinquennio 1931-1935 *di spose con età inferiore a* 45 *anni, distribuiti secondo l'età dello sposo* (1).

ETÀ	(2) 1931	(2) 1932	(2) 1933	(2) 1934	(2) 1935	Totale
15–19	6 052	5 657	5 920	5 428	4 613	27 670
20–24	90 206	86 136	92 200	93 487	80 594	442 623
25–29	106 182	104 631	116 301	128 388	119 387	574 889
30–34	37 770	37 340	40 283	47 175	45 458	208 026
35–39	14 133	13 232	14 122	16 408	16 228	74 123
40–44	7 342	6 809	7 060	7 473	7 186	35 870
45–49	3 814	3 642	3 829	3 920	3 828	19 033
50–54	2 061	1 911	2 037	1 991	2 002	10 002
55–59	1 125	1 103	1 045	1 161	1 099	5 533
60–64	607	650	582	584	544	2 967
65–69	323	344	349	314	301	1 631
70–ω (3)	244	246	242	258	222	1 212
TOTALI . . .	**269 859**	**261 701**	**283 970**	**306 587**	**281 462**	**1 403 579**

(1) Per la costruzione di questa Tavola, come della Tavola XV, ci siamo valsi oltre che del *M. d. P.*, delle distribuzioni per classi annuali di età riportate in S. SOMOGYI, op. cit., pagg. 226 e 279.

(2) *M. d. P.* nei vari anni, rispettivamente, pagg. 92, 24, 26, 20, 20.

(3) Nel calcolo della successiva Tavola XVII-XVIII, si suppone $\omega = 74$.

temente $x - 45$ per tutte le spose in età compresa nell'intervallo $45 \mid\!- 50$, i cui mariti abbiano età compresa nell'intervallo $x \mid\!- x + 5$ (1). Possiamo fare, quindi, uso, per il 1° gruppo di sposi, di quozienti ${}_{i}\mid q_{x \mid\!- x+5}$ costruiti come il primo quoziente dei (26) e per il 2° gruppo, di quozienti ${}_{i}\mid q_{x \mid\!- x+5}$ definiti come il secondo dei (26); gli uni e gli altri da calcolarsi però con le tavole di mor-

(1) L'errore che si commette in questa valutazione è in valore assoluto trascurabile poichè i contingenti di cui trattasi sono molto esigui.

TAVOLA XV.

Matrimoni in ciascuno degli anni del quinquennio 1931-1935 *di spose con età tra* 45 *e* 49 *anni, distribuiti secondo l'età dello sposo* (1).

ETÀ	(2) 1931	(2) 1932	(2) 1933	(2) 1934	(2) 1935	Totale
20–24	19	17	20	18	21	95
25–29	63	59	47	59	66	294
30–34	74	64	98	101	120	457
35–39	154	154	160	155	215	838
40–44	305	271	298	306	289	1 469
45–49	447	406	434	464	456	2 207
50–54	471	456	442	469	488	2 326
55–59	382	408	378	441	370	1 979
60–64	264	243	255	246	246	1 254
65–69	167	135	157	148	140	747
70–ω(3)	113	93	99	96	93	494
TOTALI . . .	2 459	2 306	2 388	2 503	2 504	12 160

(1) Vedi nota pari N. alla Tavola precedente.
(2) Vedi nota pari N. alla Tavola precedente.
(3) Vedi nota pari N. alla Tavola precedente.

talità relative a maschi coniugati. Le Tavole XVI *bis* e XVI *ter* riassumono appunto, rispettivamente, la I e II serie di tali quozienti calcolati nella Tavola XVI; mentre le Tavole XIV e XV, danno rispettivamente, il 1° e 2° gruppo su distinti di sposi. La Tavola XVII-XVIII fornisce invece i valori di h_{rm_s} che vengono poi opportunamente riassunti nella Tavola XIX onde stabilire, tenendo presenti i valori di h_r desumibili dalla precedente Tavola XIII, i valori di h_{rM}.

Tavola XVI.

Calcolo di ${}_5|\,q_{x|-x+5}$: *coniugati* [1].

n (1)	z (2)	$x=n+z$ (3)	l_x (4)	$\sum_{t=0}^{5} l_{n+t}$ (5)	$l_x - l_{x+5}$ (6)	$\frac{(6)}{(5)} \cdot 100$ (7)	$l_x - l_{n+5}$ (8)	$\frac{(8)}{(5)} \cdot 100$ (9)
15	0	15	103 746	515 868	1 625	0,3150	1 625	0,3150
15	1	16	103 499	»	1 801	0,3491	1 378	0,2671
15	2	17	103 215	»	1 947	0,3774	1 094	0,2121
15	3	18	102 887	»	2 046	0,3966	766	0,1485
15	4	19	102 521	»	2 099	0,4069	400	0,0755
20	0	20	102 121	506 350	2 121	0,4189	2 121	0,4189
20	1	21	101 698	»	2 000	0,3950	1 698	0,3353
20	2	22	101 268	»	1 883	0,3719	1 268	0,2504
20	3	23	100 841	»	1 782	0,3519	841	0,1661
20	4	24	100 422	»	1 703	0,3363	422	0,0833
25	0	25	100 000	496 861	1 635	0,3291	1 635	0,3291
25	1	26	99 698	»	1 703	0,3428	1 333	0,2683
25	2	27	99 385	»	1 774	0,3570	1 020	0,2053
25	3	28	99 059	»	1 848	0,3719	694	0,1397
25	4	29	98 719	»	1 924	0,3872	354	0,0712
30	0	30	98 365	487 977	2 002	0,4103	2 002	0,4103
30	1	31	97 995	»	2 079	0,4260	1 632	0,3344
30	2	32	97 611	»	2 160	0,4426	1 248	0,2557
30	3	33	97 211	»	2 241	0,4592	848	0,1738
30	4	34	96 795	»	2 324	0,4762	432	0,0885
35	0	35	96 363	477 171	2 411	0,5053	2 411	0,5053
35	1	36	95 916	»	2 501	0,5241	1 964	0,4116
35	2	37	95 451	»	2 594	0,5436	1 499	0,3141
35	3	38	94 970	»	2 694	0,5646	1 018	0,2235
35	4	39	94 471	»	2 803	0,5874	519	0,1088
40	0	40	93 952	464 168	2 921	0,6293	2 921	0,6293
40	1	41	93 415	»	3 054	0,6580	2 384	0,5136
40	2	42	92 857	»	3 203	0,6901	1 826	0,3934
40	3	43	92 276	»	3 365	0,7250	1 245	0,2682
40	4	44	91 668	»	3 538	0,7622	637	0,1372

(1) Gli l_x, per $x \geq 25$, sono stati desunti dalla tavola di sopravvivenza dei coniugati ; per $x < 25$, da quella dei maschi senza distinzione di stato civile : L. Galvani, op. cit., pagg. 80 e 62.

Segue: TAVOLA XVI.

Calcolo di ${}_5|q_{x|-x+5}$ *: coniugati* (1).

n (1)	z (2)	$x=n+z$ (3)	l_x (4)	$\sum_{t=0}^{5} l_{n+t}$ (5)	$l_x - l_{x+5}$ (6)	$\frac{(6)}{(5)} \cdot 100$ (7)	$l_x - l_{n+5}$ (8)	$\frac{(8)}{(5)} \cdot 100$ (9)
45	0	45	91 031	448 087	3 722	0,8306	3 722	0,8306
45	1	46	90 361	»	3 919	0,8746	3 052	0,6811
45	2	47	89 654	»	4 126	0,9208	2 345	0,5233
45	3	48	88 911	»	4 348	0,9703	1 602	0,3575
45	4	49	88 130	»	4 592	1,0247	821	0,1832
50	0	50	87 309	427 380	4 859	1,1369	4 859	1,1369
50	1	51	86 442	»	5 145	1,2159	3 992	0,9341
50	2	52	85 528	»	5 459	1,2900	3 078	0,7202
50	3	53	84 563	»	5 802	1,3711	2 113	0,4944
50	4	54	83 538	»	6 157	1,4550	1 088	0,2546
55	0	55	82 450	399 958	6 516	1,6292	6 516	1,6292
55	1	56	81 297	»	6 923	1,7309	5 363	1,3409
55	2	57	80 069	»	7 358	1,8397	4 135	1,0338
55	3	58	78 761	»	7 805	1,9514	2 827	0,7068
55	4	59	77 381	»	8 272	2,0682	1 447	0,3618
60	0	60	75 934	363 084	8 791	2,4212	8 791	2,4212
60	1	61	74 374	»	9 330	2,5696	7 231	1,9915
60	2	62	72 711	»	9 889	2,7236	5 568	1,5335
60	3	63	70 956	»	10 485	2,8877	3 813	1,0502
60	4	64	69 109	»	11 137	3,0673	1 966	0,5415
65	0	65	67 143	313 452	11 815	3,7693	11 815	3,7693
65	1	66	65 044	»	12 476	3,9802	9 716	3,0997
65	2	67	62 822	»	13 126	4,1876	7 494	2,3908
65	3	68	60 471	»	13 801	4,4029	5 143	1,6408
65	4	69	57 972	»	14 467	4,6154	2 644	0,8435
70	0	70	55 328	247 767	15 080	6,0864	15 080	6,0864
70	1	71	52 568	»	15 621	6,3047	12 320	4,9724
70	2	72	49 696	»	16 079	6,4896	9 448	3,8133
70	3	73	46 670	»	16 374	6,6086	6 422	2,5919
70	4	74	43 505	»	16 481	6,6518	3 257	1,3145
		75	40 248					

(1) Gli l_x, per $x \geq 25$, sono stati desunti dalla tavola di sopravvivenza dei coniugati; per $x < 25$, da quella dei maschi senza distinzione di stato civile: L. GALVANI, op. cit., pag. 80 e 62.

TAVOLA XVI *bis*.

Percentuale degli sposi tra 15 *e* 74 *anni di età che muoiono nei successivi anni di matrimonio.*

ETÀ	nel 1° anno	nel 2° anno	nel 3° anno	nel 4° anno	nel 5° anno
15–19	0,3150	0,3491	0,3774	0,3966	0,4069
20–24	0,4189	0,3950	0,3719	0,3519	0,3363
25–29	0,3291	0,3428	0,3570	0,3719	0,3872
30–34	0,4103	0,4260	0,4426	0,4592	0,4762
35–39	0,5053	0,5241	0,5436	0,5646	0,5874
40–44	0,6293	0,6580	0,6901	0,7250	0,7622
45–49	0,8306	0,8746	0,9208	0,9703	1,0247
50–54	1,1369	1,2159	1,2900	1,3711	1,4550
55–59	1,6292	1,7309	1,8397	1,9514	2,0682
60–64	2,4212	2,5696	2,7236	2,8877	3,0673
65–69	3,7693	3,9802	4,1876	4,4029	4,6154
70–74	6,0864	6,3047	6,4896	6,6086	6,6518

TAVOLA XVI *ter*.

Percentuale degli sposi tra 20 *e* 74 *anni di età, che muoiono nei successivi anni di matrimonio in età non superiore a quella estrema della classe a cui appartengono.*

ETÀ	nel 1° anno	nel 2° anno	nel 3° anno	nel 4° anno	nel 5° anno
20–24	0,4189	0,3353	0,2504	0,1661	0,0833
25–29	0,3291	0,2683	0,2053	0,1397	0,0712
30–34	0,4103	0,3344	0,2557	0,1738	0,0885
35–39	0,5053	0,4116	0,3141	0,2235	0,1088
40–44	0,6293	0,5136	0,3934	0,2682	0,1372
45–49	0,8306	0,6811	0,5233	0,3575	0,1832
50–54	1,1369	0,9341	0,7202	0,4944	0,2546
55–59	1,6292	1,3409	1,0338	0,7068	0,3618
60–64	2,4212	1,9915	1,5335	1,0502	0,5415
65–69	3,7693	3,0997	2,3908	1,6408	0,8435
70–74	6,0864	4,9724	3,8133	2,5919	1,3145

Sposati nei singoli anni del quinquennio e morti nell'anno di matrimonio o nei successivi lasciando vedove in età inferiore a 50 anni.

ETÀ	SPOSATI NEGLI ANNI														
	1931					1932				1933			1934		1935
	morti negli anni					morti negli anni				morti negli anni			morti n. anni		morti
	1931	1932	1933	1934	1935	1932	1933	1934	1935	1933	1934	1935	1934	1935	1935
15–19	10	21	23	24	25	9	20	21	22	9	21	22	9	19	7
20–24	189	356	335	317	303	180	340	320	303	193	364	343	196	369	169
25–29	175	364	379	395	411	172	359	374	389	191	399	415	211	440	196
30–34	77	161	167	173	180	77	159	165	171	83	172	178	97	201	93
35–39	36	74	77	80	83	33	69	72	75	36	74	77	41	86	41
	1	2	1	1		1	1	1	1	1	2	1	1	2	1
40–44	23	48	51	53	56	21	45	47	49	22	46	49	24	49	23
	2	3	2	1		2	3	2	1	2	3	2	2	3	2
45–49	16	33	35	37	39	15	32	34	35	16	33	35	16	34	16
	3	4	3	2	1	3	4	3	2	3	4	3	3	4	3
50–54	12	25	27	28	30	11	23	25	26	12	25	26	11	24	11
	3	5	4	3	1	3	5	4	3	3	5	4	4	6	3
55–59	9	19	21	22	23	9	19	20	22	17	18	19	9	20	9
	3	5	4	3	1	3	5	4	2	3	5	4	3	5	4
60–64	7	16	17	18	19	8	17	18	19	7	15	16	7	15	7
	3	5	4	2	1	2	4	3	2	3	5	4	3	4	3
65–69	6	13	14	14	15	7	14	14	15	7	14	15	6	12	6
	3	5	4	3	1	3	5	4	3	3	5	4	3	5	3
70–74	7	15	16	16	16	7	15	16	16	7	15	16	8	16	7
TOTALI	**585**	**1 174**	**1 184**	**1 192**	**1 205**	**566**	**1 139**	**1 147**	**1 156**	**618**	**1 225**	**1 233**	**654**	**1 314**	**604**

N. B. — Le cifre non sul rigo sono relative a quelli che lasciano vedove in età compresa nell'intervallo 45 |– 50 anni.

TAVOLA XIX.

Nuove vedove tra 15 *e* 49 *anni, nei singoli anni del quinquennio, distinte a seconda che abbiano sposato prima del* 1° *gennaio* 1931 *o dopo, e, queste ultime, classificate secondo l'anno di matrimonio.*

ANNO DI MATRIMONIO	ANNO DI MORTE					
	1931	1932	1933	1934	1935	Totale
1931 . . .	585	1 174	1 184	1 192	1 205	(1) 5 340
1932 . . .		566	1 139	1 147	1 156	(2) 4 008
1933 . . .			618	1 225	1 233	(3) 3 076
1934 . . .				654	1 314	(4) 1 968
1935 . . .					604	(5) 604
1931–1935 . . .	585	1 740	2 941	4 218	5 512	14 996
anteriore al 1931 .	37 410	37 153	34 667	31 922	32 867	(6) 174 019
TOTALI . . .	**37 995**	**38 893**	**37 608**	**36 140**	**38 379**	**189 015**

(1) $= \sum_{r=1}^{5} h_{rm_1}$; (2) $= \sum_{r=2}^{5} h_{rm_2}$; (3) $= \sum_{r=3}^{5} h_{rm_3}$; (4) $= \sum_{r=4}^{5} h_{rm_4}$; (5) $= h_{5m_5}$; (6) $= \sum_{r=1}^{5} h_{rM}$.

9. DETERMINAZIONE DI m', A', h'. — Dal *M. d. P.* nel 1930 (1), desumiamo il numero dei matrimoni in cui la sposa ha età compresa tra 15 e 49 anni:

$$m_0 = 298\,137\,;$$

per cui, secondo la (23)*,

$$m' = \frac{9}{12} \cdot 298\,137 = 223\,603.$$

Da tale movimento (2) desumiamo pure il numero dei parti di nati legittimi nel 1930 da madri in età compresa tra 15 e 49 anni:

$$A' = 1\,060\,036.$$

(1) *M. d. P.*, pag. 292.
(2) *M. d. P.*, pagg. 124* a 131*.

Il numero delle nuove vedove nel 1930, in età compresa tra 15 e 49 anni, lo ricaviamo invece dalla distribuzione stabilita dall'Istituto Centrale di Statistica nel calcolo delle tavole di mortalità, nuzialità e vedovanza già citate [1] (vedi § 8):

$$h_0 = 36\,068\,;$$

per cui, secondo la (24)*,

$$h' = \frac{9}{12}\,36\,068 = 27\,051.$$

10. Determinazione di a_r. — Una stima sufficientemente approssimata delle coniugate che partorito nell'anno r^{esimo} muoiono entro il periodo di eliminazione temporanea, si può eseguire partendo dai dati della Tavola I e utilizzando quelli della Tavola VII *bis*, che danno (cifre della I^a colonna), per ogni gruppo quinquennale di età, le percentuali delle coniugate che muoiono entro il 1^o anno dal momento in cui si considerano.

Ai fini del calcolo della (20), non occorre conoscere i valori distinti di a_r, bensì

$$\sum_{r=1}^{4} a_r + \frac{1}{2}\,a_5; \tag{29}$$

e poichè

$$a_r = \sum_{x=15}^{45} A_r^{(x|-x+5)} \cdot q_{x|-x+5} \qquad (r = 1, 2, 3, 4) \tag{30.1}$$

(l'indice del sommatorio, x, assume soltanto i valori che vanno di 5 in 5 da 15 a 45) e

$$a_5 = \sum_{x=15}^{45} A_5^{(x|-x+5)} \cdot \frac{1}{2}\,q_{x|-x+5}\,; \tag{30.2}$$

la (29) diviene

$$\sum_{r=1}^{4} a_r + \frac{1}{2}\,a_5 = \sum_{x=15}^{45} q_{x|-x+5}\left[\sum_{r=1}^{4} A_r^{(x|-x+5)} + \frac{1}{4}\,A_5^{(x|-x+5)}\right]. \tag{31}$$

Nella tabella seguente è riassunto il calcolo della (31):

---

(1) L. Galvani, op. cit., pag. 152; S. Somogyi, op. cit., pag. 282.

TAVOLA XX.

Coniugate che partoriscono durante il periodo statistico e muoiono durante il periodo di eliminazione temporanea [1], *distinte secondo l'età al parto.*

ETÀ x	$\sum_{r=1}^{4} A_r^{(x\|-x+5)} + \frac{1}{4} A_5^{(x\|-x+5)}$ (1)	$q_{x\|-x+5}$ % (2)	(1) . $\frac{(2)}{100}$ (3)
15–19	116 731	0,3227	377
20–24	930 892	0,4199	3 909
25–29	1 182 285	0,4108	4 857
30–34	940 855	0,4303	4 048
35–39	643 843	0,4875	3 139
40–44	276 179	0,5547	1 532
45–49	28 807	0,6719	194
TOTALI . . .	**4 119 592**		**18 056**

(1) Quelle relative al 5° anno figurano solo per metà (vedi (31)).

11. DETERMINAZIONE DI D_r. — Il numero delle coniugate nate nel quinquennio 1881-1885 (che quindi al 1° gennaio 1931 avevano età compresa nell'intervallo 45 |— 50 anni) morte o divenute vedove nell'anno r^{esimo} in età compresa nell'intervallo 45 |— 50, lo possiamo desumere per il 1931 e 1932 dalle distribuzioni stabilite dall'Istituto Centrale di Statistica per il calcolo delle ultime tavole di mortalità [1]; mentre per gli anni successivi, il numero dei morti lo ricaviamo dal *M. d. P.*, e quello delle vedove lo stimiamo distribuendo in ogni anno, le vedove della classe 45 |— 50 (Tavola XIII) nelle classi annuali di età proporzionalmente alla distribuzione stabilita per il 1932.

12. CALCOLO DI P. — Le tavole da XXII a XXVII mostrano il calcolo delle espressioni che entrano nella relazione

$$(25) \quad P = (15) + (16) + (17) + (18) - (20) - (21) - (22) - (23) + (24)$$

(1) L. GALVANI, op. cit., pagg. 143, 144, 153.

Coniugate nate nel quinquennio 1881-1885 *morte o divenute vedove in ciascuno degli anni del quinquennio* 1931-1935 *in età compresa nell'intervallo* 45 |— 50.

ETÀ x	MORTE NELL'ANNO					DIVENUTE VEDOVE NELL'ANNO					Totale
	1931	1932	1933	1934	1935	1931	1932	1933	1934	1935	
45	(1) 483					(2) 960					1 443
46	1 145	(1) 503				1 990	(2) 1 022				4 660
47	1 101	1 153	(2) 526			2 075	2 125	(2) 1 018			7 998
48	1 078	1 153	1 192	(2) 512		2 155	2 210	2 118	(2) 1 028		11 446
49	1 183	1 108	1 090	1 073	(2) 558	2 239	2 290	2 194	2 131	(2) 1 140	15 006
TOTALI	**4 990**	**3 917**	**2 808**	**1 585**	**558**	**9 419**	**7 647**	**5 330**	**3 159**	**1 140**	**40 553**

(1) Nate nell'anno 1885.
(2) Metà di tutte quelle con età x |— $x + 1$ nate negli anni 1885 e 1886.

Tavola XXII.

Calcolo della espressione (15), *in base ai dati delle Tavole IV, V, IX e XIX.*

$$\left(M - \sum_{r=1}^{5} f_{rM} - \sum_{r=1}^{5} h_{rM}\right) . 60 = (5\ 713\ 587 - 121\ 680 - 174\ 019) . 60 \ . \ . = 325\ 073\ 280$$

$$\left(m_1 - \sum_{r=1}^{5} f_{rm_1} - \sum_{r=1}^{5} h_{rm_1}\right) . 45 = (\ 271\ 863 - 5\ 096 - 5\ 340) . 45 . \ . \ . = 11\ 764\ 215$$

$$\left(m_2 - \sum_{r=2}^{5} f_{rm_2} - \sum_{r=2}^{5} h_{rm_2}\right) . 33 = (\ 263\ 700 - 3\ 839 - 4\ 008) . 33 . \ . \ . = 8\ 443\ 149$$

$$\left(m_3 - \sum_{r=3}^{5} f_{rm_3} - \sum_{r=3}^{5} h_{rm_3}\right) . 21 - (\ 285\ 960 - 2\ 965 - 3\ 076) . 21 . \ . \ . = 5\ 878\ 299$$

$$\left(m_4 - \sum_{r=4}^{5} f_{rm_4} - \sum_{r=4}^{5} h_{rm_4}\right) . 9 = (\ 308\ 397 - 1\ 915 - 1\ 968) . 9 \ . \ . \ . = 2\ 740\ 626$$

$$(m_5 - f_{5m_5} - h_{5m_5}) . \frac{3}{8} = (283\ 178 - 585 - 604) . \frac{3}{8} \ . \ . \ . = 105\ 746$$

$$(15) \ . \ . \ . = 354\ 005\ 315$$

Tavola XXIII.

Calcolo della espressione (16), *in base ai dati della Tavola IX.*

$$\sum_{r=1}^{5} (12\,r - 6)\, f_{rM} = 6.27\ 484 + 18.26\ 646 + 30.24\ 527 + 42.21\ 501 + 54.21\ 522 \ . \ . \ . = 3\ 445\ 572$$

$$\sum_{r=2}^{5} (12\,r - 21)\, f_{rm_1} = 3.1\ 128 + 15.1\ 136 + 27.1\ 137 + 39.1\ 138 \ . \ . \ . = 95\ 505$$

$$\sum_{r=3}^{5} (12\,r - 33)\, f_{rm_2} = 3.1\ 093 + 15.1\ 102 + 27.1\ 104 \ . \ . = 49\ 617$$

$$\sum_{r=4}^{5} (12\,r - 45)\, f_{rm_3} = 3.1\ 186 + 15.1\ 194 \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . = 21\ 468$$

$$3\, f_{5m_4} = 3.1\ 282 \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . = 3\ 846$$

$$(16) \ . \ . \ . = 3\ 616\ 008$$

Tavola XXIV.

Calcolo delle espressioni (17) *e* (18) *in base ai dati della Tavola XIX.*

$$\sum_{r=1}^{4} [(12\,r - 6) + 9] h_{rM} + 60\, h_{5M} = 15.37\,410 + 27.37\,153 + 39.34\,667 + 51.31\,922 + 60.32\,867 = 6\,516\,336$$

$$\sum_{r=2}^{4} (12\,r - 12)\, h_{rm_1} = 12.1\,174 + 24.1\,184 + 36.1\,192 \ldots = 85\,416$$

$$\sum_{r=3}^{4} (12\,r - 24)\, h_{rm_2} = 12.1\,139 + 24.1\,147 \ldots = 41\,196$$

$$12\, h_{4m_3} = 12.1\,225 \ldots = 14\,700$$

$$\sum_{s=1}^{4} [(5 - s)\,12 + 6 - 9]\, h_{5m_s} = 45.1\,205 + 33.1\,156 + 21.1\,233 + 9.1\,314 = 130\,092$$

$$\frac{11}{3} \sum_{r=1}^{5} h_{rm_3} = \frac{11}{3} (585 + 566 + 618 + 654 + 604) \ldots = 11\,099$$

$$(17) + (18) \ldots = 6\,798\,839$$

Tavola XXV.

Calcolo della espressione (20), *in base ai dati delle Tavole I, II, III e XX.*

$$12 \sum_{r=1}^{4} A_r + 6\, A_5 = 12.3\,877\,735 + 6.967\,429 \ldots = 52\,337\,394$$

$$-3{,}5 \sum_{r=1}^{5} \alpha_r = -3{,}5.313\,919 \ldots = -1\,098\,716$$

$$-6 \left(\sum_{r=1}^{4} a_r + \frac{1}{2} a_5 \right) = -6.18\,056 \ldots = -108\,336$$

$$(20) \ldots = 51\,130\,342$$

Tavola XXVI.

Calcolo della espressione (21), *in base ai dati delle Tavole IV, V e XXI.*

$$\sum_{x=45}^{49} (x - 44{,}5)\, M^{(x|-x+1)} = 0{,}5 \cdot 178\ 557 + 1{,}5 \cdot 174\ 855 + \\ + 2{,}5 \cdot 162\ 273 + 3{,}5 \cdot 160\ 717 + 4{,}5 \cdot 155\ 393 = \quad 2\ 019\ 022$$

$$\sum_{x=46}^{49} (x - 45)\, m_1^{(x|-x+1)} = 4 \cdot 388 + 3 \cdot 439 + 2 \cdot 485 + 1 \cdot 540 = \quad 4\ 379$$

$$\sum_{x=47}^{49} (x - 46)\, m_2^{(x|-x+1)} = 3 \cdot 363 + 2 \cdot 411 + 1 \cdot 454 \ . \ . \ . = \quad 2\ 365$$

$$\sum_{x=48}^{49} (x - 47)\, m_3^{(x|-x+1)} = 2 \cdot 347 + 1 \cdot 461 \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . = \quad 1\ 155$$

$$m_4^{(49|-50)} = 1 \cdot 421 \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . = \quad 421$$

$$2\ 027\ 342$$

$$\cdot\ 12$$

$$24\ 328\ 104$$

$$-20 \sum_{r=1}^{5} D_r = -20 \cdot 40\ 553 \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . = \quad -\ 811\ 060$$

$$(21) \ . \ . \ . = \quad 23\ 517\ 044$$

Tavola XXVII.

Calcolo delle espressioni (22), (23) *e* (24), *in base ai dati del* § 9.

$$6 \cdot A' = 6 \cdot 1\ 060\ 036 = \quad 6\ 360\ 216 \ . \ . \ . \quad (22)$$

$$4{,}5 \cdot m' = 4{,}5 \cdot 223\ 603 = \quad 1\ 006\ 214 \ . \ . \ . \quad (23)$$

$$4{,}5 \cdot h' = 4{,}5 \cdot 27\ 051 = \quad 121\ 730 \ . \ . \ . \quad (24)$$

Quindi il valore di P secondo i risultati di queste ultime sei tavole sarà dato da:

Formule	+	—
(15)	354 005 315	
(16)	3 616 008	
(17) + (18)	6 798 839	
(20)		51 130 342
(21)		23 517 044
(22)		6 360 216
(23)		1 006 214
(24)	121 730	
	364 541 892	82 013 816
	— 82 013 816	
	P = 282 528 076 mesi	

13. Calcolo di Φ. — Valutata la durata totale di esposizione al rischio di eliminazione per parto di nati legittimi, ci rimane da stabilire, ai fini del calcolo di Φ, il valore di N; cioè il numero dei parti di nati legittimi, esclusi quelli avvenuti nei primi 9 mesi di matrimonio. Dai dati del § 3 e 4, si ricava:

$$(32) \qquad N = \sum_{r=1}^{5} (A_r - \alpha_r) = 4\ 845\ 164 - 313\ 919 = 4\ 531\ 245$$

Se ora dividiamo N per $\frac{P}{12}$, troviamo che il *saggio generico di fecondità matrimoniale* delle coniugate del Regno in età compresa tra 15 e 49 anni, nel quinquennio 1931-1935, nell'ipotesi che le nuove spose entrino in osservazione 9 mesi dopo il matrimonio, che le coniugate che partoriscono siano eliminate temporaneamente per un anno [1] subito dopo il parto, e che le nuove

(1) Per le coniugate della popolazione generale sarebbe stato bene prendere, come durata della eliminazione temporanea dopo il parto, un periodo più lungo di quello preso per le famiglie regnanti e dell'alta nobiltà; in considerazione che l'allattamento materno è indubbiamente più frequente nella popolazione generale che tra queste famiglie; e che lo allattamento al seno determina un ritardo nel ritorno delle mestruazioni. Ove si ponga detto periodo di eliminazione uguale a 14 anzichè a 12 mesi (Cfr. C. Gini, *Nuove ricerche* ecc., op. cit., pag. 278), il saggio generico di fecondità matrimoniale delle coniugate del Regno diviene del 19,86 % anzichè del 19,25 %.

vedove escano d'osservazione nove mesi dopo la morte del marito, è:

$$(33) \qquad \Phi = \frac{N}{P} \cdot 12 = \frac{4\ 531\ 245}{282\ 528\ 076} \cdot 12 = 0{,}1925 .$$

Questo coefficiente generico di fecondità comparato con quello analogo calcolato dal Mukherji per la popolazione della Francia nel quinquennio 1926-1930:

$$\Phi = \frac{3\ 293\ 185}{338\ 172\ 065} \cdot 12 = 0{,}1169 \ (1)$$

mostra come l'Italia, nel periodo 1931-1935, presenti rispetto alla Francia, nel periodo 1926-1930, un saggio generico di fecondità matrimoniale più elevato del 65 % (2).

Come è noto, però, il confronto tra questi saggi generici è poco significativo; in quanto diversa può essere la composizione per età delle coniugate in età feconda nei paesi che si considerano; e, d'altra parte, questa diversa composizione può dipendere da circostanze che non riguardano affatto la fecondità delle coniugate di una determinata età. Occorre, perciò, se si vuole precisare il confronto, procedere al calcolo di coefficienti specifici per classi quinquennali o, meglio, annuali di età; dai quali coefficienti, eventualmente, si può risalire ad un indice sintetico della fecondità matrimoniale, prendendo la somma o la media, preferibilmente ponderata, dei saggi specifici stessi (3).

---

(1) Il M. dà come saggio 9,74 ‰ in quanto prende la durata di esposizione espressa in mesi anzichè in anni. Se la durata totale di esposizione si calcola tenendo presente le osservazioni di cui alla nostra nota 2 a pag. 16, questo saggio scende al 9,54 ‰ circa, e quello riferito alla durata espressa in anni, a 0,1145.

(2) 68 %, nel caso che il confronto si faccia in base al saggio per la Francia corretto come dalla nota precedente.

(3) Sulla costruzione di un indice sintetico della fecondità matrimoniale cfr. C. Gini, *Sur la mesure de la fécondité*, op. cit., pag. 38 e seguenti.

Capitolo II.

Saggi specifici di fecondità matrimoniale per gruppi quinquennali di età.

1. Premessa. — Dal calcolo del saggio generico, si passa a quello dei saggi specifici di fecondità per gruppi quinquennali di età, sempre secondo il metodo del Mukherji, determinando, anzitutto in base quasi esclusivamente ai dati raccolti nel capitolo precedente, i seguenti contingenti statistici:

(34) $M^{(x,x+1)}$ coniugate presenti al 1° gennaio 1931 in età $x \mid\!- x+1$;

(35) $M^{(x,x+5)}$ coniugate presenti al 1° gennaio 1931 in età $x \mid\!- x+5$;

(36) $m^{(x,x+1)}$ donne che in media sposano ogni anno del periodo statistico in età $x \mid\!- x+1$;

(37) $m^{(x,x+5)}$ donne che in media sposano ogni anno del periodo statistico in età $x \mid\!- x+5$;

(38) $f^{(x,x+5)}$ coniugate che in media muoiono ogni anno del periodo statistico in età $x \mid\!- x+5$;

(39) $h^{(x,x+5)}$ coniugate che in media divengono vedove ogni anno del periodo statistico in età $x \mid\!- x+5$;

(40) $A^{(x \mid -x+4)}$ parti di nati legittimi che si hanno in media ogni anno del periodo statistico da madri in età $x \mid\!- x+4$;

(41) $A^{(x+4 \mid -x+5)}$ parti di nati legittimi che si hanno in media ogni anno del periodo statistico da madri in età $x+4 \mid\!- x+5$;

(42) $\alpha^{(x \mid -x+5)}$ parti nei primi 9 mesi di matrimonio, in media, in ogni anno del periodo statistico da madri in età $x \mid\!- x+5$

(dove, se trattasi di classi poliennali di età, x assume solo i valori interi che vanno di 5 in 5 da 15 a 45 e, se trattasi di classi annuali, i valori interi dell'intervallo $15 \mid\!- 50$);

e le seguenti durate medie:

(43) $e_f = \dfrac{(16)}{\sum_{r=1}^{5} f_r}$, durata media di esposiz. delle coniugate decedute;

(44) $e_h = \dfrac{(17)+(18)}{\sum_{r=1}^{5} h_r}$, durata media di esposiz. delle nuove vedove;

a prescindere, sia per questa durata che per la precedente, dalle eliminazioni temporanee per parto, dalle uscite per il raggiungimento dell'età massima 50, e supposte in osservazione all'inizio del periodo statistico, tutte e solo le coniugate presenti al 1° gennaio 1931.

2. Determinazione di $P^{(x|-x+5)}$. — Tali contingenti statistici e dette durate medie vengono utilizzati nel seguente modo per il calcolo della durata $P^{(x|-x+5)}$ di esposizione al rischio di eliminazione per parto delle coniugate nella classe di età $x\,|-\,x+5$.

La durata di esposizione in età $x\,|-\,x+5$ delle coniugate presenti al 1° gennaio 1931, a prescindere dalle eliminazioni temporanee per parto, è data (in mesi) dalla:

$$(45)\quad \begin{cases} 60\, M^{(x|-x+5)} - [0{,}5\, M^{(x|-x+1)} + 1{,}5\, M^{(x+1|-x+2)} + \\ + 2{,}5\, M^{(x+2|-x+3)} + 3{,}5\, M^{(x+3|-x+4)} + 4{,}5\, M^{(x+4|-x+5)}] \,.\, 12 + \\ + [0{,}5\, M^{(x-5|-x-4)} + 1{,}5\, M^{(x-4|-x-3)} + 2{,}5\, M^{(x-3|-x-2)} + \\ + 3{,}5\, M^{(x-2|-x-1)} + 4{,}5\, M^{(x-1|-x)}] \,.\, 12\,, \end{cases}$$

qualora tutte le coniugate presenti a tale epoca si suppongano entrate subito in osservazione, e nessuna di esse uscita durante tutto il periodo statistico, per morte o vedovanza. Nella (45) si suppone pure l'uniforme distribuzione nelle varie classi annuali di età; si chè, per esempio, gli individui della classe $x\,|-\,x+1$, che in media hanno età $x + \dfrac{1}{2}$, uscirebbero dalla classe $x\,|-\,x+5$ per entrare nella successiva dopo quattro anni e mezzo[1].

---

(1) Il M. li suppone uscenti dalla classe $x\,|-\,x+5$ dopo 4 anni; ossia anzichè ritenerli distribuiti uniformemente nella classe di età $x\,|-\,x+1$ (come invece suppone successivamente le spose), li pensa come aventi tutti l'età esatta $x+1$. L'errore che si può ritenere egli commetta per le prime classi di età è notevole: nella classe $15\,|-\,20$, rispetto alla differenza dei due ultimi termini della (45), sarebbe del 9 % in più; ri-

La durata di esposizione in età $x \mid\!- x+5$ delle nuove spose, invece, sempre a prescindere dalle eliminazioni temporanee per parto, dalle uscite per morte e vedovanza, è data dalla [1] :

$$
\begin{aligned}
(46)\quad & m^{(x\mid -x+5)}\left[\sum_{s=1}^{4}(54-(s-1)\,12-9)+\frac{1}{12}(2{,}5+1{,}5+0{,}5)\right]- \\
& -\Big[\underbrace{m^{(x+1\mid -x+2)}+2\,m^{(x+2\mid -x+3)}+3\,m^{(x+3\mid -x+4)}+\frac{15}{4}\,m^{(x+4\mid -x+5)}}_{\text{(spose nel 1° anno)}}+ \\
& \quad +\underbrace{m^{(x+2\mid -x+3)}+2\,m^{(x+3\mid -x+4)}+\frac{11}{4}\,m^{(x+4\mid -x+5)}}_{\text{(spose nel 2° anno)}}+ \\
& \quad +\underbrace{m^{(x+3\mid -x+4)}+\frac{7}{4}\,m^{(x+4\mid -x+5)}}_{\text{(spose nel 3° anno)}}+ \\
& \quad +\underbrace{\frac{3}{4}\,m^{(x+4\mid -x+5)}}_{\text{(spose nel 4° anno)}}\Big].\,12+ \\
& +\left[m^{(x-4\mid -x-3)}+3\,m^{(x-3\mid -x-2)}+6\,m^{(x-2\mid -x-1)}+9\,m^{(x-1\mid -x)}\right].12\,,
\end{aligned}
$$

dove si suppone che in ogni anno del periodo statistico si verifichino le distribuzioni medie (36) e (37), che i matrimoni di ogni anno siano distribuiti, per ogni classe annuale di età, uniformemente nella classe stessa e nell'anno di matrimonio; e che, infine, le nuove spose entrino in osservazione nove mesi dopo il matrimonio.

Dalle (45) e (46) bisogna togliere anzitutto le durate calcolate in più per le coniugate morte o divenute vedove. Una valuta-

---

spetto a tutta la durata di esposizione, sarebbe del 131 % in meno ; nella classe $20 \mid\!- 25$, sarebbe rispettivamente del 15 % in più e del 16 % in meno. Nelle classi successive, l'errore, rispetto a tutta la durata di esposizione si ridurrebbe via via al 2 % (classe $25 \mid\!- 30$), al 3 ‰ (classe $30 \mid\!- 35$) e 1 ‰ (classe $35 \mid\!- 40$, alla quale si arrestano i calcoli del M.) in meno.

(1) Il M., nella espressione corrispondente alla (46), come coefficiente totale di $m^{(x+4\mid -x+5)}$, anzichè 9, prende 10 (ossia $4+3+2+1$, anzichè $\frac{15}{4}+\frac{11}{4}+\frac{7}{4}+\frac{3}{4}$); non tenendo presente che, in quanto le spose entrano nove mesi dopo il matrimonio, per quelle della classe $x+4 \mid\!- x+5$, debbono essere calcolate le durate che vanno da tre mesi dopo il compimento dell'età $x+5$ (e non subito dopo tale compimento) al termine del periodo statistico. L'errore che commette il M. è, rispetto alla durata totale di esposizione, del 45 % in meno, nella classe $15 \mid\!- 20$ e dell'1 %, sempre in meno, in quella successiva.

zione, sia pure un po' grossolana, di tali durate viene data dalla:

$$(47) \qquad 5\,[f^{(x|-x+5)}\,(60 - e_f) + h^{(x|-x+5)}\,(60 - e_h)]\,,$$

nell'ipotesi che le durate medie espresse dalle e_f ed e_h (vedi (43) e (44)) per tutte le coniugate tra 15 e 49 anni, siano le stesse per ogni classe di età $x\,|-\,x+5$.

Le durate di eliminazione temporanea per parto, da detrarre pure dalle (45) e (46), sono invece rappresentate dalla:

$$(48) \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot 12 \left(\frac{1}{2} A^{(x-1|-x)} + A^{(x|-x+4)} + \frac{1}{2} A^{(x+4|-x+5)} \right) + \\ \qquad + \frac{1}{2}\, 12\, A^{(x|-x+5)} - 5 \cdot 3{,}5\, \alpha^{(x|-x+5)}\,, \end{array} \right.$$

nell'ipotesi che in ogni anno del periodo statistico i parti di coniugate in età $x + 4\,|-\,x + 5$, siano distribuiti uniformemente; come pure uniformemente siano distribuite dette coniugate nella propria classe di età[1]; e supposto che i parti nei primi nove mesi di matrimonio siano concentrati a metà del 6° mese di matrimonio [2] e che, durante l'eliminazione temporanea, nessuna coniugata muoia o divenga vedova.

La rettifica, infine, da apportare alle (45) e (46) per il fatto che alcune coniugate presenti il 1° gennaio 1931 non entrano subito in osservazione, in quanto hanno partorito nel 1930 o sposato negli ultimi nove mesi di tale anno, è data dalla:

$$(49) \qquad 6\,(A^{(x-1|-x)} + A^{(x|-x+4)}) + \frac{9}{2}\,\frac{9}{12}\,m^{(x|-x+5)}$$

---

(1) Il M. invece della (48) prende:

$$\left(4 + \frac{1}{2}\right) 12\,(A^{(x-1|-x)} + A^{(x|-x+4)})$$

in quanto, anche qui, analogamente a ciò che suppone per i contingenti $M^{(x|-x+1)}$, ma non per quelli $m^{(x|-x+1)}$, ammette che le coniugate che hanno partorito in età $x - 1\,|-\,x$, abbiano tutte età esatta x. La diversa ipotesi del M. porta una differenza nel calcolo della durata totale di esposizione del 72 % in più per la classe $15\,|-\,20$ e del 3 % in più in quella $20\,|-\,25$. Il M. trascura, inoltre, l'ultimo termine della (48) (vedi nota 2 a pag. 16), commettendo un errore del 26% in meno, nella 1ª classe e dell'1 % in meno nella 2ª.

(2) Vedi nota 1 a pag. 15.

mentre la durata da aggiungere per le coniugate divenute vedove negli ultimi nove mesi del 1930 sarà data dalla

$$(50) \qquad \frac{9}{2}\,\frac{9}{12}\,h^{(x|-x+5)},$$

nell'ipotesi che anche nel 1930 si abbiano i contingenti medi (37), (39), (40) e (41), verificatisi nel quinquennio successivo, e che essi siano distribuiti uniformemente nell'anno e che, in particolare, le coniugate che partoriscono in età $x-1\,|-\,x$ siano distribuite uniformemente nella propria classe di età[1].

In conclusione, la durata di esposizione al rischio di eliminazione per parto nella classe di età $x\,|-\,x+5$, secondo le varie ipotesi introdotte, è espressa dalla:

$$(51) \qquad P^{(x|-x+5)} = (45) + (46) - (47) - (48) - (49) + (50)\,.$$

3. Determinazione di $A^{(x|-x+4)}$ e $A^{(x+4|-x+5)}$. — Nella seguente Tavola XXX è riassunto il calcolo di questi contingenti: in base al *M. d. P.* negli anni 1932-1935, che fornisce le distribuzioni dei parti legittimi secondo classi annuali di età delle madri, si sono stabilite le cifre della colonna (1); dalle quali si passa a quelle della (2) ripartendo proporzionalmente i parti provenienti da madri la cui età non è indicata, tra i parti provenienti da madri di età nota. I dati della colonna (3) si sono desunti dal *M. d. P.* nel 1931, che fornisce la distribuzione dei parti solo per classi poliennali[2]. Quelli, infine, della colonna (4), sono stati ottenuti ripartendo i parti provenienti da madri di età ignota, come si è fatto per la col. (2), e poi suddividendo ogni gruppo $x\,|-\,x+5$ nei sottogruppi $x\,|-\,x+4$ e $x+4\,|-\,x+5$, proporzionalmente ai corrispondenti dati della colonna (2).

4. Determinazione di $\alpha^{(x|-x+5)}$. — Dalla Tavola II (pagina 19) desumiamo il numero dei parti di nati nei primi nove

---

(1) Nel 2° termine della (49) e nella (50), non si tiene conto, rispettivamente, delle spose e delle vedove della classe $x-1\,|-\,x$ e $x+4\,|-\,x+5$ che compiono l'età x ovvero $x+5$ entro i primi 9 mesi subito dopo il matrimonio o la morte del marito.

(2) Per la classe $15\,|-\,20$ vedi nota n. 6 a pag. 18.

Tavola XXX.

Media annua dei parti legittimi distinti secondo l'età della madre.

Età	(I) 1932–1935 (1)	1932–1935 (2)	(II) 1931 (3)	1931 (4)	1931–1935 (2) + (4) (5)	$\frac{(5)}{5}$ (6)
12–13	4	4		1	5	1
14	203	203		53	256	51
12–14	207	207	54	54	261	52
15–18	48 110	48 132		12 751	60 883	12 177
19	58 496	58 523		15 503	74 026	14 805
15–19	106 606	106 655	28 237	28 254	134 909	26 982
20–23	631 389	631 680		167 338	799 018	159 804
24	232 677	232 784		61 666	294 450	58 890
20–24	864 066	864 464	228 864	229 004	1 093 468	218 694
25–28	922 403	922 829		229 421	1 152 250	230 450
29	197 923	198 014		49 227	247 241	49 448
25–29	1 120 326	1 120 843	278 477	278 648	1 399 491	279 898
30–33	716 106	716 436		187 847	904 283	180 857
34	157 343	157 416		41 274	198 690	39 738
30–34	873 449	873 852	228 981	229 121	1 102 973	220 595
35–38	510 739	510 975		131 123	642 098	128 420
39	91 834	91 876		23 577	115 453	23 090
35–39	602 573	602 851	154 605	154 700	757 551	151 510
40–43	233 655	233 763		61 073	294 836	58 967
44	22 581	22 592		5 903	28 495	5 699
40–44	256 236	256 355	66 935	66 976	323 331	64 666
45–48	25 500	25 512		6 915	32 427	6 485
49	798	798		216	1 014	203
45–49	26 298	26 310	7 127	7 131	33 441	6 688
50–53	658	658		242	900	180
54	87	87		32	119	24
50–54	745	745	274	274	1 019	204
età ignota	1 776		608			
Totale	**3 852 282**	**3 852 282**	**994 162**	**994 162**	**4 846 444**	**969 289**

(I) *M. d. P.* nei singoli anni, rispettivamente, pagg. 45*, 33*, 31*, 31*.
(II) *M. d. P.*, pag. 58*.

mesi di matrimonio da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio, distinti secondo l'età della madre per tutto il quinquennio 1931-1935 (col. (1) della Tavola successiva).

Una stima di tutti i parti nei primi mesi di matrimonio, analogamente a quanto si è fatto al § 4 del Capitolo 1°, si esegue moltiplicando le cifre di detta col. (1) per il coefficiente 1,03474 fornito dalla Tavola III (pag. 20 : coefficiente per tutto il quinquennio).

TAVOLA XXXI.

Parti nei primi nove mesi di matrimonio secondo l'età della madre : b) *parti :* a) *di cui da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio.*

ETÀ	a) (1)	b) (2)	$\frac{(2)}{5}$ (3)
15–19(I)	42 716	44 200	8 840
20–24	177 904	184 084	36 817
25–29	63 616	65 826	13 165
30–34	14 547	15 052	3 012
35–39	3 855	3 989	797
40–44	731	756	151
45–49(II)	54	56	11
TOTALE(III) . . .	**303 423**	**313 963**	**62 793**

(I) La classe di età «fino a 20» della Tavola II (pag. 19) è stata ripartita in due sottoclassi : 15-19 e 20, proporzionali a quelle corrispondenti nella distribuzione dei parti nel 1932-1935 secondo l'età delle madri (confronta nota 6 a pag. 18).

(II) L'età ω della Tavola II è qui supposta uguale a 49.

(III) Si sono esclusi i parti provenienti da madri la cui età non è indicata.

5. DETERMINAZIONE DI $M^{(x|-x+1)}$ E $m^{(x|-x+1)}$. — Nella Tavola XXXII, abbiamo riportato la distribuzione delle coniu-

Tavola XXXII.

Numero medio delle nuove spose nel quinquennio 1931-1935 *e coniugate presenti al* 1°-1-1931, *distinte secondo l'età.*

ETÀ	coniugate	NUOVE SPOSE						
		1931	1932	1933	1934	1935	Totale	media
12		5	3	4	7	10	29	6
13	7	32	22	38	48	45	185	37
14	316	419	287	358	638	733	2 435	487
12–14	**323**							**530**
15	1 821	1 473	1 391	1 088	1 150	1 867	6 969	1 394
16	5 169	3 044	2 874	2 904	2 733	2 831	14 386	2 877
17	13 124	6 550	6 185	7 263	5 969	5 063	31 030	6 206
18	24 238	12 625	11 920	13 437	12 588	9 158	59 728	11 946
19	40 281	20 639	19 486	19 904	20 929	16 754	97 712	19 542
15–19	**84 633**							**41 965**
20	68 310	29 157	27 524	28 049	28 575	24 586	137 891	27 578
21	97 108	27 509	27 074	29 678	32 998	27 853	145 112	29 022
22	133 490	29 029	28 570	32 128	33 139	30 342	153 208	30 642
23	153 022	26 757	26 334	28 818	31 419	27 796	141 124	28 225
24	177 660	23 820	23 442	25 031	27 600	25 595	125 488	25 098
20–24	**629 590**							**140 565**
25	195 429	17 334	17 182	19 945	22 531	21 425	98 417	19 683
26	209 306	13 699	13 576	15 137	17 711	17 495	77 618	15 524
27	207 780	10 687	10 587	11 776	13 664	13 842	60 556	12 111
28	220 715	8 227	8 145	8 952	10 626	10 546	46 496	9 299
29	216 172	6 473	6 405	7 044	8 192	8 357	36 471	7 294
25–29	**1 049 402**							**63 911**
30	228 729	5 527	5 276	5 526	6 460	6 622	29 411	5 882
31	226 828	4 299	4 099	4 348	4 911	5 190	22 847	4 569
32	224 078	3 662	3 489	3 760	4 147	4 351	19 409	3 882
33	228 092	2 966	2 819	3 113	3 398	3 398	15 694	3 139
34	223 624	2 540	2 411	2 504	2 958	2 975	13 388	2 677
30–34	**1 131 351**							**20 149**
35	215 350	2 315	2 149	2 296	2 438	2 522	11 720	2 344
36	211 117	1 997	1 851	1 892	2 179	2 159	10 078	2 016
37	209 502	1 765	1 632	1 702	1 907	1 869	8 875	1 775
38	204 340	1 513	1 398	1 428	1 577	1 686	7 602	1 520
39	199 613	1 374	1 265	1 389	1 419	1 409	6 856	1 371
35–39	**1 039 922**							**9 026**
40	192 920	1 133	1 111	1 169	1 192	1 286	5 891	1 178
41	198 552	953	931	933	1 025	1 095	4 937	988
42	190 000	878	857	901	944	961	4 541	908
43	190 063	780	756	771	824	878	4 009	802
44	175 359	677	655	685	691	763	3 471	694
40–44	**946 894**							**4 570**
45	178 557	609	571	623	597	619	3 019	604
46	174 855	540	507	522	547	558	2 674	535
47	162 273	485	454	438	483	534	2 394	479
48	160 717	439	411	460	454	401	2 165	433
49	155 393	388	363	346	422	392	1 911	382
45–49	**831 795**							**2 433**
	5 713 910	**272319**	**264012**	**286360**	**309090**	**283966**	**1 415 747**	**283 149**

gate presenti al 1° gennaio 1931[1], e le distribuzioni delle spose nei singoli anni del quinquennio 1931-1935[2] secondo classi annuali di età. Nella penultima colonna, abbiamo segnato il totale delle spose in detto periodo e nell'ultima, la media annua.

6. Determinazione di $f^{(x|-x+5)}$ e $h^{(x|-x+5)}$. — La seguente Tavola è facilmente ricavata dalle Tavole VI e XIII del Cap. I:

Tavola XXXIII.

Numero medio annuo delle coniugate morte e delle nuove vedove nel quinquennio 1931-1935, *distribuite secondo l'età.*

età	coniugate morte	nuove vedove
15–19	298	225
20–24	2 395	2 024
25–29	4 180	4 158
30–34	4 694	5 723
35–39	5 048	6 875
40–44	5 170	8 457
45–49	5 431	10 343
Totali . .	**27 216**	**37 805**

7. Calcolo di e_f ed e_h. — La durata media di esposizione per le coniugate decedute, secondo i dati delle tavole VI e XXIII, risulta:

$$(43) \qquad e_f = \frac{(16)}{\sum_{r=1}^{5} f_r} = \frac{3\ 616\ 008}{136\ 080} = 26{,}57 \text{ mesi};$$

mentre quella per le nuove vedove, secondo i dati delle tavole XIII e XXIV, sarebbe:

$$(44) \qquad e_h = \frac{(17)+(18)}{\sum_{r=1}^{5} h_r} = \frac{6\ 798\ 839}{189\ 015} = 35{,}97 \text{ mesi}.$$

---

(1) L. Galvani, op. cit., pag. 154 (vedi § 5 del cap. I).
(2) S. Somogyi, op. cit., pagg. 227 e 280 (vedi § 6 del cap. I).

8. Calcolo di $P^{(x|-x+5)}$. — Anzichè calcolare una per una le espressioni che entrano nella relazione:

$$(51) \qquad P^{(x|-x+5)} = (45) + (46) - (47) - (48) - (49) + (50),$$

analogamente a quanto si è fatto nel cap. I per il calcolo di P (vedi § 12); è preferibile procedere al calcolo dei vari termini delle suindicate espressioni, raggruppandoli in modo opportuno, indipendentemente dal fatto di appartenere ad una espressione o a l'altra.

Così, in una prima tavola, procediamo al calcolo del primo termine della (45) e del primo termine della (46) più l'ultimo termine della (49):

$$60\, M^{(x|-x+5)} + m^{(x|-x+5)} \left[\sum_{s=1}^{4} (54 - (s-1)\,12 - 9) + \frac{4,5}{12} \right] -$$

$$- \frac{9}{2}\,\frac{9}{12}\, m^{(x|-x+5)} = 60\, M^{(x|-x+5)} + 105\, m^{(x|-x+5)}$$

Tavola XXXIV.

(*in base ai dati della Tavola XXXII*)

ETÀ x	$M^{(x|-x+5)}$ (1)	$60\, M^{(x|-x+5)}$ (2)	$m^{(x|-x+5)}$ (3)	$105 . m^{(x|-x+5)}$ (4)	(2) + (4) (5)
15	84 633	5 077 980	41 965	4 406 325	9 484 305
20	629 590	37 775 400	140 565	14 759 325	52 534 725
25	1 049 402	62 964 120	63 911	6 710 655	69 674 775
30	1 131 351	67 881 060	20 149	2 115 645	69 996 705
35	1 039 922	62 395 320	9 026	947 730	63 343 050
40	946 894	56 813 640	4 570	479 850	57 293 490
45	831 795	49 907 700	2 433	255 465	50 163 165
Totale . . .	**5 713 587**	**342 815 220**	**282 619**	**29 674 995**	**372 490 215**

Il calcolo della (47) e (50),

$$5\,[f^{(x|-x+5)}\,(60 - 26{,}5) + h^{(x|-x+5)}\,(60 - 36)] - \\ - \frac{9}{2}\,\frac{9}{12}\,h^{(x|-x+5)} = 167{,}5\,f^{(x|-x+5)} + 116{,}625\,h^{(x|-x+5)}\,,$$

lo riassumiamo nella:

TAVOLA XXXV.

(in base ai dati della Tavola XXXIII)

ETÀ x	$f^{(x\|-x+5)}$ (1)	167,5. (1) (2)	$h^{(x\|-x+5)}$ (3)	116,625. (3) (4)	(2) + (4) (5)
15	298	49 915	225	26 240	76 155
20	2 395	401 162	2 024	236 049	637 211
25	4 180	700 150	4 158	484 927	1 185 077
30	4 694	786 245	5 723	667 445	1 453 690
35	5 048	845 540	6 875	801 797	1 647 337
40	5 170	865 975	8 457	986 298	1 852 273
45	5 431	909 693	10 343	1 206 252	2 115 945
TOTALI .	**27 216**	**4 558 680**	**37 805**	**4 409 008**	**8 967 688**

Il calcolo del 2° termine della (45),

$$[0{,}5\,M^{(x|-x+1)} + 1{,}5\,M^{(x+1|-x+2)} + 2{,}5\,M^{x+2|-x+3} + \\ + 3{,}5\,M^{(x+3|-x+4)} + 4{,}5\,M^{(x+4|-x+5)}]\,.\,12\,,$$

e quello del 2° termine della (46),

$$[m^{(x+1|-x+2)} + 3\,m^{(x+2|-x+3)} + 6\,m^{(x+3|-x+4)} + 9\,m^{(x+4|-x+5)}]\,.\,12\,,$$

li riportiamo nelle due tavole successive:

TAVOLA XXXVI.

(in base ai dati della Tavola XXXII)

ETÀ x	$M^{(x+4\|-x+5)}$ (1)	$4{,}5\ M^{(x+4\|-x+5)}$ (2)	$M^{(x+3\|-x+4)}$ (3)	$3{,}5\ M^{(x+3\|-x+4)}$ (4)	$M^{(x+2\|-x+3)}$ (5)	$2{,}5\ M^{(x+2\|-x+3)}$ (6)	$M^{(x+1\|-x+2)}$ (7)	$1{,}5\ M^{(x+1\|-x+2)}$ (8)	$0{,}5\ M^{(x\|-x+1)}$ (9)	$12\ [(2)+(4)+(6)+(8)+(9)]$ (10)
10	316	1 422	7	25	—	—	—	—	—	17 364
15	40 281	181 264	24 238	84 833	13 124	32 810	5 169	7 754	910	3 690 852
20	177 660	799 470	153 022	535 577	133 490	333 725	97 108	145 662	34 155	22 183 068
25	216 172	972 774	220 715	772 503	207 780	519 450	209 306	313 959	97 715	32 116 812
30	223 624	1 006 308	228 092	798 322	224 078	560 195	226 828	340 242	114 365	33 833 184
35	199 613	898 259	204 340	715 190	209 502	523 755	211 117	316 675	107 675	30 738 648
40	175 359	789 115	190 063	665 220	190 000	475 000	198 552	297 828	96 460	27 883 476
45	155 393	699 269	160 717	562 509	162 273	405 682	174 855	262 283	89 278	24 228 252
TOTALI . . .	**1 188 418**	**5 347 881**	**1 181 194**	**4 134 179**	**1 140 247**	**2 850 617**	**1 122 935**	**1 684 403**	**540 558**	**174 691 656**

(in base ai dati della Tavola XXXII)

ETÀ x	$m^{(x+4\mid-x+5)}$ (1)	$9m^{(x+4\mid-x+5)}$ (2)	$m^{(x+3\mid-x+4)}$ (3)	$6m^{(x+3\mid-x+4)}$ (4)	$m^{(x+2\mid-x+3)}$ (5)	$3m^{(x+2\mid-x+3)}$ (6)	$m^{(x+1\mid-x+2)}$ (7)	$12[(2)+(4)+(6)+(7)]$ (8)
10	487	4 383	37	222	6	18	—	55 476
15	19 542	175 878	11 946	71 676	6 206	18 618	2 877	3 228 588
20	25 098	225 882	28 225	169 350	30 642	91 926	29 022	6 194 160
25	7 294	65 646	9 299	55 794	12 111	36 333	15 524	2 079 564
30	2 678	24 102	3 139	18 834	3 882	11 646	4 569	709 812
35	1 371	12 339	1 520	9 120	1 775	5 325	2 016	345 600
40	694	6 246	802	4 812	908	2 724	987	177 228
45	382	3 438	433	2 598	479	1 437	535	96 096
TOTALI . . .	**57 546**	**517 914**	**55 401**	**332 406**	**56 009**	**168 027**	**55 530**	**12 886 524**

Mentre il calcolo della (48) e del 1° termine della (49),

$$4.12\left(\frac{1}{2}A^{(x-1|-x)}+A^{(x|-x+4)}+\frac{1}{2}A^{(x+4|-x+5)}\right)+\frac{1}{2}12\,A^{(x|-x+5)}-$$

$$-5.3,5\,\alpha^{(x|-x+5)}+6\left(A^{(x-1|-x)}+A^{(x|-x+4)}\right)=60\left(\frac{1}{2}A^{(x-1|-x)}+\right.$$

$$\left.+A^{(x|-x+4)}+\frac{1}{2}A^{(x+4|-x+5)}\right)-5.3,5\,\alpha^{(x|-x+5)},$$

lo disponiamo nella Tavola XXXVIII a pagina seguente.

I risultati di queste ultime cinque tavole, permettono di costruire la Tavola XXXIX, che, oltre al calcolo (in mesi) delle durate totali, $P^{(x|-x+5)}$, di esposizione al rischio di eliminazione per parto in ogni classe quinquennale di età, contiene la determinazione del numero $N^{(x|-x+5)}$, dei parti verificatisi tra le coniugate in età $x\,|-\,x+5$, esclusi quelli avvenuti nei primi nove mesi di matrimonio; come pure il quoziente ottenuto dividendo $N^{(x|-x+5)}$ per $\frac{1}{12}P^{(x|-x+5)}$, ossia $\Phi\,(x|-x+5)$, *saggio specifico di fecondità delle coniugate in età* $x\,|-\,x+5$.

9. Risultati ottenuti[1]. — Prima di procedere al confronto dei nostri saggi con quelli ottenuti dal Mukherji per la popolazione della Francia, riteniamo opportuno rivalutare per

---

(1) Se il periodo di eliminazione temporanea dopo il parto si facesse uguale a 14 anzichè a 12 mesi (Cfr. nota 1, pag. 46), le cifre dell'ultima linea della Tavola XXXIX andrebbero sostituite da quelle della col. (2) del seguente prospetto:

età	*Saggi di fecondità ottenuti considerando come periodo di eliminazione dopo il parto* 12 mesi (1)	14 mesi (2)
15-19	0,7068	0,7678
20-24	0,5659	0,6222
25-29	0,3492	0,3728
30-34	0,2386	0,2490
35-39	0,1627	0,1677
40-44	0,0716	0,0727
45-49	0,0078	0,0078
15-49	0,1927	0,1994

(in base ai dati delle Tavole XXX e XXXI)

CLASSI DI ETÀ	media annua dei parti (1)	coefficienti (2)	(1).(2) (3)	$\frac{1}{2}A_{(x-1|-x)} + A_{(x|-x+4)} + \frac{1}{2}A_{(x+4|-x+5)}$ (4)	60.(4) (5)	$\alpha_{(x|-x+5)}$ (6)	17,5.(6) (7)	(5) — (7) (8)	ETÀ x
14	51	½	26						
15–18	12 177	1	12 177						
19	14 805	½	7 402						
15–19	26 982	0	—	19 605	1 176 300	8 840	154 700	1 021 600	15
20–23	159 804	1	159 804						
24	58 890	½	29 445						
20–24	218 694	0	—	196 651	11 799 060	36 817	644 298	11 154 762	20
25–28	230 450	1	230 450						
29	49 448	½	24 724						
25–29	279 898	0	—	284 619	17 077 140	13 165	230 387	16 846 753	25
30–33	180 857	1	180 857						
34	39 738	½	19 869						
30–34	220 595	0	—	225 450	13 527 000	3 012	52 710	13 474 290	30
35–38	128 420	1	128 420						
39	23 090	½	11 545						
35–39	151 510	0	—	159 834	9 590 040	797	13 948	9 576 092	35
40–43	58 967	1	58 967						
44	5 699	½	2 849						
40–44	64 666	0	—	73 361	4 401 660	151	2 642	4 399 018	40
45–48	6 485	1	6 485						
49	203	½	102						
45–49	6 688	0	—	9 436	566 160	11	193	565 967	45
TOTALI	**969 084**			**968 956**	**58 137 360**	**62 793**	**1 098 878**	**57 038 482**	

Calcolo dei saggi specifici di fecondità matrimoniale
(dai dati delle Tavole XXX, XXXI e da XXXIV a XXXVIII).

DESCRIZIONE (Tavole)	CLASSI DI ETÀ							
	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	15–49
XXXIV	9 484 305	52 534 725	69 674 775	69 996 705	63 343 050	57 293 490	50 163 165	372 490 215
XXXV	—76 155	—637 211	—1 185 077	—1 453 690	—1 647 337	—1 852 273	—2 115 945	—8 967 688
XXVI	—3 690 852	—22 183 068	—32 116 812	—33 833 184	—30 738 648	—27 883 476	—24 228 252	—174 674 292
XXXVII	—3 228 588	—6 194 160	—2 079 564	—709 812	—345 600	—177 228	—96 096	—12 831 048
XXXVI	17 364	3 690 852	22 183 068	32 116 812	33 833 184	30 738 648	27 883 476	150 463 404
XXXVII	55 476	3 228 588	6 194 160	2 079 564	709 812	345 600	177 228	12 790 428
XXXVIII	—1 021 600	—11 154 762	—16 846 753	—13 474 290	—9 576 092	—4 399 018	—565 967	—57 038 482
$P(x\|-x+5)$	**1 539 950**	**19 284 964**	**45 823 797**	**54 722 105**	**55 578 369**	**54 065 743**	**51 217 609**	**282 232 537**
5 . $A(x\|-x+5)$ . . .	134 909	1 093 468	1 399 491	1 102 973	757 551	323 331	33 441	4 845 164
5 . $\alpha(x\|-x+5)$	—44 200	—184 084	—65 826	—15 052	—3 989	—756	—56	—313 963
$N(x\|-x+5)$	**90 709**	**909 384**	**1 333 665**	**1 087 921**	**753 562**	**322 575**	**33 385**	**4 531 201**
$\frac{N(x\|-x+5)}{P(x\|-x+5)} \cdot 1000$ . .	58,904	47,155	29,104	19,880	13,559	5,966	0,652	16,055
$\Phi(x\|-x+5) = \frac{N(x\|-x+5)}{P(x\|-x+5)} \cdot 12$ . .	0,7068	0,5659	0,3492	0,2386	0,1627	0,0716	0,0078	0,1927

Rivalutazione delle durate di esposizione al rischio per la popolazione della Francia (1926-1930).

x	$M(x\|-x+5)$ (1)	$6[(x\|x+5)-M(x\|-x)]$ (2)	$m(x+4\|x+5)$ (3)	$1[m(x+4\|-x+5)-m(x-1\|-x)]$ (4)	$A(x+4\|-x+5)$ (5)	$30[A(x+4\|-x+5)-A(x-1\|-x)]$ (6)	$5\alpha(x\|-\|-x+5)$ (7)	$175\cdot\alpha(x\|-x+5)$ (8)	$P(x\|-x+5)$ (9)	(2)+(4)−(6)+(8)+(9) (10)
15 . .	106 967	641 802	28 038	336 456	18 364	550 920	56 958	199 353	744 001	1 370 692
20 . .	877 000	4 620 198	23 9_0	—49 056	47 798	883 020	91 898	321 643	27 997 204	32 006 969
25 . .	1 108 869	1 391 214	8 016	—191 208	37 988	—294 300	24 818	86 863	(1) 55 819 781	57 400 950
30 . .	1 145 000	216 786	3 669	—52 164	22 782	—456 180	6 897	24 139	60 960 952	61 605 893
35 . .	1 155 839	65 034	2 084	—19 020	11 127	—349 650	2 369	8 292	62 167 822	62 571 777
TOTALI	**4 393 675**	**6 935 034**	**65 757**	**25 008**	**138 059**	**333 810**	**182 940**	**640 290**	**207 689 760**	**214 956 281**

(1) La cifra 55 837 781 indicata dal M., nella « Table X », va diminuita di 18.000, per correggere un errore nel calcolo di B_{29} a pag. 70 : B_{29}, anzichè a 220 552, è uguale a 220 852.

tale popolazione le durate di esposizione al rischio di parto nelle varie classi quinquennali, secondo quanto abbiamo osservato nella nota 1 a pagg. 49, 50, 51, del presente capitolo. Per far ciò, aggiungiamo al totale della colonna relativa alla classe di età $x\,|\!-\,x+5$ della « TABLE X : *Calcul en mois de la periode totale P d'exposition au risque d'accouchement* »[1], il valore della seguente espressione :

$$0{,}5.12\,[M^{(x\,|-\,x+5)} - M^{(x-5\,|-\,x)}] + 12\,[m^{(x+4\,|-\,x+5)} - m^{(x-1\,|-\,x)}] - \\ - 30\,[A^{(x+4\,|-\,x+5)} - A^{(x-1\,|-\,x)}] + 5.3{,}5\,\alpha^{(x\,|-\,x+5)}$$

che rappresenta, appunto, la differenza tra le nostre (45), (46) e (47), prese col segno che loro compete nella (51), e le corrispondenti espressioni adottate dal Mukherji.

In base ai dati della « TABLE III : *Repartition des groupes quinquennaux d'âge des femmes mariées et des groupes moyens des nouvelles mariées pendant les cinq années* 1926-1927, 1927-1928, . . ., 1930-1931, *pour chaque année d'âge* » a pag. 64 e a quelli relativi al numero dei parti, a pag. 70, possiamo procedere alla suddetta rivalutazione nel modo esposto nella Tav. XL.

I dati della col. (10) di detta Tavola e quelli relativi a $N^{(x\,|-\,x+5)}$ desumibili dalla « TABLE XI » (a pag. 76), permettono di stabilire i saggi specifici di fecondità matrimoniale per la popolazione della Francia nel periodo 1926-1930, corretti secondo il nostro procedimento e confrontabili con quelli calcolati per l'Italia nel periodo 1931-1935 (Cfr. Tav. XLI).

I saggi per l'Italia, eccettuato quello delle coniugate della prima classe di età, 15 |— 20 anni, sono tutti notevolmente superiori ai saggi stabiliti per la Francia : le differenze relative, salvo una leggera flessione in corrispondenza della classe 25 |— 30, sono sempre crescenti. Eccettuata sempre la prima classe di età, il saggio in ogni classe della popolazione francese è molto prossimo a quello che si rileva nella classe di età successiva della popolazione italiana. L'eccezione che presenta la prima classe, può essere dovuta anzichè ad una effettiva maggiore fecondità della Francia rispetto all'Italia, per quella classe di età, ad un diverso effetto che, per i due paesi avrebbero, sull'altezza del saggio di fecondità delle coniugate di età 15 |— 20, le ipotesi

(1) A. C. MUKHERJI, op. cit., pag. 75.

Confronto tra i saggi specifici di fecondità matrimoniale rilevati in Francia nel periodo 1926-1930 *e quelli riscontrati in Italia nel periodo* 1931-1935.

ETÀ x	FRANCIA: 1926–1930			ITALIA: 1931–1935			(6)/(3)	(3).(5)
	$N^{(x\|-x+5)}$ (1)	$P^{(x\|-x+5)}$ (2)	$\Phi^{(x\|-x+5)} = \frac{(1)}{(2)} \cdot 12$ (3)	$N^{(x\|-x+5)}$ (4)	$P^{(x\|-x+5)}$ (5)	$\Phi^{(x\|-x+5)} = \frac{(4)}{(5)} \cdot 12$ (6)	(7)	(8)
15	109 989	1 370 692	0,9629	90 709	1 539 950	0,7068	0,73	1 482 818
20	903 900	32 006 969	0,3389	909 384	19 284 964	0,5659	1,67	6 535 674
25	1 030 393	57 400 950	0,2154	1 333 665	45 823 797	0,3492	1,62	9 870 446
30	705 052	61 605 893	0,1373	1 087 921	54 722 105	0,2386	1,74	7 513 345
35	395 035	62 571 777	0,0757	753 562	55 578 369	0,1627	2,15	4 207 282
40	—	—	—	322 575	54 065 743	0,0716	—	—
45	—	—	—	33 385	51 217 609	0,0078	—	—
15–39	**3 144 369**	**214 956 281**	**0,1755**	**4 175 241**	**176 949 185**	**0,2831**	**1,61**	**29 609 565**
15–49				**4 531 201**	**282 232 537**	**0,1927**		

introdotte più o meno implicitamente nel calcolo; e che, pertanto, limitatamente a tali età, dovrebbero ritenersi poco soddisfacenti. Del resto, che nella prima classe di età, modificazioni sia pure lievi nelle ipotesi concernenti la distribuzione di alcuni contingenti statistici, come quelle introdotte nella rivalutazione delle durate di esposizione al rischio delle coniugate francesi (Tav. XL), abbiano una notevole portata sull'altezza del saggio di fecondità, lo si può rilevare dalla tavola seguente:

TAVOLA XLII.

Rapporto tra saggi di fecondità matrimoniale per la popolazione della Francia (1926-1930) *calcolati dal Mukherji e quelli calcolati in base alla rivalutazione delle durate di esposizione* (*Tavola XL*).

ETÀ	Saggi calcolati dal Mukherji (1)	Saggi corretti (2)	$\frac{(1)}{(2)}$ (3)
15–19	1,7740	0,9629	1,84
20–24	0,3874	0,3389	1,14
25–29	0,2214	0,2154	1,03
30–34	0,1387	0,1373	1,01
35–39	0,0762	0,0757	1,007

dove è messa in evidenza la forte riduzione (84 %) che nella classe di età 15 |— 20, presenta, rispetto a quello corretto, il saggio calcolato dal Mukherji.

Volendo stabilire un indice sintetico della fecondità matrimoniale in Italia confrontabile con l'analogo indice per la Francia, limitatamente a le coniugate in età compresa tra 15 e 39 anni, si può prendere la media ponderata dei saggi specifici sia dell'uno che dell'altro paese (Tavola XLI), dando ai singoli saggi come peso la corrispondente durata totale di esposizione al rischio di parto ($P^{(x|-x+5)}$) verificatasi in uno solo dei due paesi. Così, se per pesi si scelgono le durate relative alle coniugate italiane, si trova per la Francia una media ponderata di 0,1673

(29 609 565, totale della colonna (8) della Tavola XLI, diviso 176 949 185, primo totale della colonna (5)) e per l'Italia, di 0,2831. Il rapporto tra il 2° e il 1° di questi due saggi, uguale a 1,69, è lievemente superiore a quello ottenuto nel capitolo precedente in base ai tassi generici di fecondità riferiti, però, a coniugate in età compresa tra 15 e 49 anni.

Può essere interessante, sotto molti riguardi, confrontare i saggi di fecondità matrimoniale ottenuti per la popolazione del Regno e per quella della Francia, con i saggi calcolati dal Gini per il gruppo complessivo delle case sovrane d'Europa, case mediatizzate tedesche e case principesche dei vari stati [1].

TAVOLA XLIII.

Confronto tra i saggi di fecondità matrimoniale della popolazione generale in Francia e in Italia e quelli delle case sovrane di Europa, delle case mediatizzate tedesche e delle case principesche di vari stati.

ETÀ	Francia 1926–1930 (1)	Italia 1931–1935 (2)	Case ovrane ecc. (3)
15–19(I)	0,9629	0,7068	1,0711
20–24	0,3389	0,5659	0,6275
25–29	0,2154	0,3492	0,3413
30–34	0,1373	0,2386	0,1715
35–39	0,0757	0,1627	0,0829
40–44	—	0,0716	0,0195
45–49(II)	—	0,0078	0,0048
15–49(III)	—	**0,1927**	**0,1894**

(I) 16-19 per la colonna (3).
(II) 45-46 per la colonna (3).
(III) 16-46 per la colonna (3).

È bene tener presente, nei confronti, che, mentre i saggi indicati nelle colonne (1) e (2) si riferiscono all'età della madre al parto, i saggi indicati nella colonna (3), si riferiscono alla sua

(1) C. GINI, *Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit., pag. 23.

età al concepimento, che, normalmente, precede di nove mesi la prima. Inoltre, mentre il periodo statistico relativo alle due popolazioni generali è abbastanza recente; quello relativo alle case sovrane e dell'alta nobiltà è piuttosto lontano, essendosi osservate le famiglie che hanno contratto matrimonio negli anni 1890-1909, dall'inizio del loro matrimonio fino al 31 dicembre 1926[1]. A prescindere, in ogni modo, da tali diversità, i saggi concernenti le case sovrane, mediatizzate, ecc., appaiono, in ogni classe di età, più elevati di quelli della popolazione francese; mentre rispetto a quelli riscontrati in Italia, essi sono più elevati soltanto nelle prime due classi di età.

La minore altezza dei saggi di fecondità delle due popolazioni generali in esame, rispetto ai tassi relativi alle famiglie regnanti e dell'alta nobiltà, per le classi più giovanili, è da attribuire molto probabilmente, al fatto che mentre in quelle popolazioni il numero dei concepimenti prenuziali, nelle prime classi di età, è relativamente molto elevato, in tali famiglie, detto numero è nullo o quanto meno trascurabile. Per cui, quando non si includano tra le eliminate per parto le coniugate che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, come necessariamente si deve fare allorchè non si considerano in osservazione le spose nei primi nove mesi di matrimonio, si viene a trascurare nel calcolo del quoziente di eliminazione per le classi giovanili delle due popolazioni generali un gran numero di spose feconde: quelle spose appunto che hanno concepito prima del matrimonio.

D'altra parte, anche al fine di stabilire un limite massimo della fecondità matrimoniale della popolazione generale che si considera, si può supporre che tali spose entrino in osservazione un istante prima del parto; come, quindi, se le loro nozze si fossero celebrate all'epoca del concepimento. Evidentemente, in questo modo si tende ad esagerare la fecondità delle coniugate: «i parti nei primi mesi di matrimonio, come osserva il Gini[2], provenienti da concepimenti prenuziali, rappresentano casi reali (nel rapporto del numero dei parti delle coniugate di una certa età a tutte le coniugate della stessa età) che non trovano la loro corrispondenza in un numero proporzionale di casi possibili. Tra le coppie che hanno rapporti intimi prima del matrimonio,

(1) C. Gini, *Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit., pag. 14.
(2) C. Gini, *Sur la mesure de la fécondité* ecc., op. cit., pag. 37.

quelle la cui unione è feconda si sposano effettivamente con maggiore frequenza delle altre. Questa circostanza tende ad esagerare la fecondità delle coniugate dedotta dal rapporto suddetto, e tanto più quanto più è elevata la percentuale di quelle che hanno avuto rapporti prenuziali e quanto più decisivo per il matrimonio è stato il concepimento che ne è seguito. Se, nel caso estremo, tutte le coppie avessero rapporti prenuziali e soltanto quelle la cui unione fosse feconda si sposassero, il coefficiente suddetto sarebbe del 100 %, e ciò non perchè sia elevata la fecondità delle coniugate ma perchè di fatto si sposerebbero solo le donne fecondate ».

I saggi che si ottengono sia per la Francia che per l'Italia, considerando i parti nei primi nove mesi di matrimonio come avvenuti alla fine del nono mese, sono riassunti nella Tavola LXIV.

L'innalzamento che presentano i saggi delle due popolazioni generali nella prima classe di età è rilevante : il saggio per la Francia aumenta del 77 % circa, venendo così a superare notevolmente quello delle famiglie regnanti e dell'alta nobiltà ; mentre il saggio per l'Italia aumenta del 65 % e però di poco riesce a superare il saggio di fecondità di tali famiglie.

La determinazione dei saggi specifici di fecondità per classi quinquennali di età, per quanto rappresenti un notevole passo avanti rispetto alla determinazione dei saggi generici, non è del tutto soddisfacente per la conoscenza dell'andamento della curva della fecondità matrimoniale della donna secondo l'età ; specie in quelle classi giovanili che più interessano gli studiosi.

È necessario, quindi, procedere al calcolo dei saggi specifici per classi annuali di età ; i quali, oltre un certo controllo dei risultati conseguiti in questo capitolo, permetteranno, tra l'altro, di stabilire a quale età, nella popolazione italiana, si presenta il massimo di fecondità matrimoniale, misurata secondo i criteri del Gini (con l'esclusione o meno dei parti nei primi nove mesi di matrimonio), e quindi se la curva della fecodità matrimoniale di tale popolazione sia sempre decrescente, come è risultata quella relativa alle famiglie regnanti e dell'alta nobiltà, oppur no.

TAVOLA XLIV.

Confronto tra i saggi di fecondità matrimoniale della popolazione generale in Francia e in Italia, calcolati considerando i parti nei primi nove mesi di matrimonio come avvenuti alla fine del nono mese, e i saggi di fecondità matrimoniale delle case sovrane d'Europa, mediatizzate, e principesche di vari stati.

ETÀ	FRANCIA: 1926-1930			ITALIA: 1931-1935			Case sovrane ecc.
	$N^{(x\|-x+5)}+5\alpha^{(x\|-x+5)}$ (1)	$P^{(x\|-x+5)}-17{,}5\,\alpha^{(x\|-x+5)}$ (2)	$\frac{(1)}{(2)}\cdot 12$ (3)	$N^{(x\|-x+5)}+5\alpha^{(x\|-x+5)}$ (4)	$P^{(x\|-x+5)}-17{,}5\,\alpha^{(x\|-x+5)}$ (5)	$\frac{(4)}{(5)}\cdot 12$ (6)	(7)
15–19(I)	166 947	1 171 339	1,7103	134 909	1 385 250	1,1687	1,0711
20–24	995 798	31 685 326	0,3771	1 093 468	18 640 666	0,7039	0,6275
25–29	1 055 211	57 314 087	0,2209	1 399 491	45 593 410	0,3683	0,3413
30–34	711 949	61 581 754	0,1387	1 102 973	54 669 395	0,2421	0,1715
35–39	397 404	62 563 485	0,0762	757 551	55 564 421	0,1636	0,0829
40–44	—	—		323 331	54 063 101	0,0718	0,0195
45–49(II)	—	—		33 441	51 217 416	0,0078	0,0048
15–49(III)	—	—		**4 845 164**	**281 133 659**	**0,2068**	**0,1894**

(I) 16-19 per la colonna (7).
(II) 45-46 per la colonna (7).
(III) 16-46 per la colonna (7).

Capitolo III.

Tavola di fecondità matrimoniale della donna: popolazione italiana 1930-32.

1. Premessa. — Il calcolo dei saggi di fecondità per classi annuali di età, è stato limitato al periodo statistico 1930-1932 onde utilizzare le distribuzioni stabilite dall'Istituto Centrale di Statistica nel computo delle tavole di mortalità, nuzialità e vedovanza della popolazione italiana 1930-1932, più volte citate[1]. Il procedimento seguito, a parte ciò che concerne l'entrata in osservazione delle spose 9 mesi dopo le nozze, l'eliminazione temporanea per un anno dopo il parto e l'uscita delle vedove nove mesi dopo la morte del marito (che richiedono anche la conoscenza del movimento della popolazione nel 1929), è analogo a quello adottato dall'Istituto predetto per la costruzione delle tavole di mortalità, per sesso e stato civile[2]; e, quindi, pur riferendoci al periodo di osservazione 1930-1932, abbiamo calcolato la tavola di fecondità matrimoniale in base non a tutti gli elementi demografici che si riferiscono all'intero spazio di tempo dall'inizio del 1930 alla fine del 1932, ma soltanto a quelli che riguardano i nati negli anni di calendario $1930-x$ e $1931-x$.

2. Metodo di calcolo impiegato. — Nelle Tavole A, B e C in appendice al presente capitolo sono, riportati per esteso i computi eseguiti per il calcolo del numero medio degli esposti al rischio di parto in ogni classe annuale di età. Qui definiamo in base al noto schema di Lexis, i vari contingenti statistici presi in considerazione e illustriamo brevemente il procedimento seguito.

Indicato su due assi ortogonali x e t, rispettivamente, le età esatte x raggiunte e gli istanti t in cui nascono gli individui che raggiungono quelle età; introduciamo le seguenti notazioni:

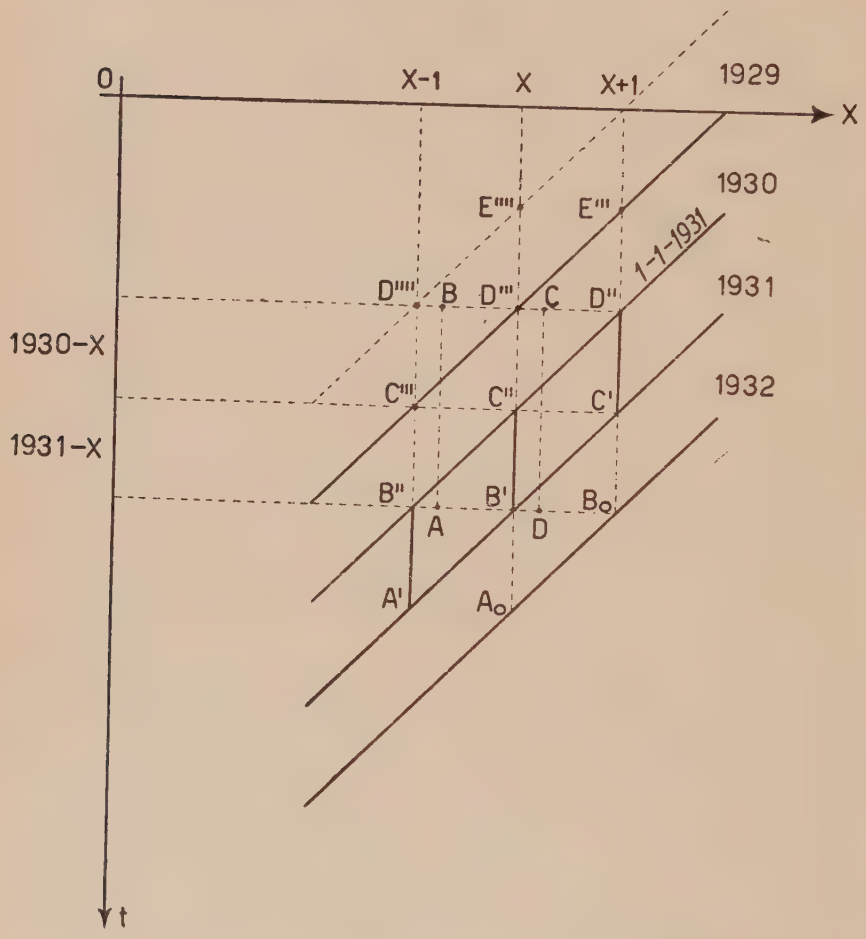
---

(1) L. Galvani, op. cit. e Somogyi, op. cit.

(2) L. Galvani, op. cit., pag. 32.

k $(C'' D'')$ = numero delle coniugate presenti alla data indicata dalla isocrona sulla quale giace $C'' D''$ (1° gennaio 1931), in età compresa tra le età esatte, indicate dalle ascisse di C'' e D'' (cioè all'età di x anni compiuti) ;

k' $(C'' B')$ = numero delle coniugate sopravviventi all'età precisa di x anni (coniugate che raggiungono l'età x) durante l'anno di calendario 1931 ;



p $(B' C' D'' C'')$ = numero dei parti di nati legittimi nel 1931 da madri in età di x anni compiuti ;

p $(B' C' C'')$ = numero dei parti di nati legittimi nel 1931 da madri in età di x anni compiuti, nate nell'anno 1931 $-x$;

$p\ (C''\ C'\ D'')$ = numero dei parti di nati legittimi nel 1931, da madri in età di x anni compiuti, nati nell'anno $1930 - x$;

$s\ (B'\ C'\ D''\ C'')$, $s\ (B'\ C'\ C'')$, $s\ (C''\ C'\ D'')$ denotano i numeri delle spose in età di x anni compiuti ed hanno significati analoghi a quelli chiariti sopra per i vari gruppi di parti;

$d_k\ (B'\ C'\ D''\ C'')$, $d_k\ (B'\ C'\ C'')$, $d_k\ (C''\ C'\ D'')$; $v\ (B'\ C'\ D''\ C'')$, $v\ (B'\ C'\ C'')$, $v\ (C''\ C'\ D'')$; $e_k\ (B'\ C'\ D''\ C'')$, $e_k\ (B'\ C'\ C'')$, $e_k\ (C''\ C'\ D'')$, corrispondono invece rispettivamente alle coniugate morte, divenute vedove od emigrate (al netto di quelle immigrate), in età di x anni compiuti, sempre con significati analoghi a quelli su descritti per i vari gruppi di parti;

$d_k, v, e_k\ (\ldots) = d_k\ (\ldots) + v\ (\ldots) + e_k\ (\ldots)$.

Secondo tali notazioni, il saggio di fecondità matrimoniale, come si calcola comunemente, cioè considerando le spose in osservazione dal momento delle nozze senza tener conto della eliminazione temporanea di quelle che partoriscono e ammettendo le nuove vedove uscite subito d'osservazione alla morte del marito, sarebbe dato dalla seguente frazione:

$$(52)\quad S_1\ (x) = \frac{p\ (B'\ B_0\ D''\ D''')}{k'\ (B'\ D''') + \frac{1}{2}\left[s\ (B'\ B_0\ D''\ D''') - d_k, v, e_k\ (B'\ B_0\ D''\ D''')\right] - \frac{1}{2}\ p\ (B'\ B_0\ D''\ D''')}$$

avente:

al numeratore: il numero dei parti di nati legittimi da madri in età $x \mid\!-\ x + 1$, nate negli anni $1930 - x$ e $1931 - x$;

al denominatore: il numero medio degli individui nati negli anni $1930 - x$ e $1931 - x$, esposti al rischio del parto nell'intervallo di età $x \mid\!-\ x + 1$, nell'ipotesi che la distribuzione degli entrati e degli usciti, o quanto meno la distribuzione delle differenze tra questi e quelli, sia uniforme in detto intervallo.

La (52) può essere scritta più brevemente così:

$$(52)\qquad S_1\ (x) = \frac{p}{k' + \frac{1}{2}\left[s - d_k - v - e_k\right] - \frac{1}{2}\ p}$$

allorchè si convenga di sopprimere nelle precedenti notazioni le parentesi e le lettere ivi comprese, tenendo presente che qui come nelle formule successive, una lettera munita di apice in alto denota un contingente di individui nati negli anni $1930-x$ e $1931-x$, ed aventi età esatta x, mentre tutte le altre lettere non munite di tale apice denotano contingenti di individui (o contingenti riferentisi ad individui) nati in quegli stessi anni ma aventi età compresa tra x e $x+1$.

Se ora incominciamo ad ammettere che le coniugate divenute vedove escano d'osservazione nove mesi dopo la morte del marito, dobbiamo sostituire la (52) con la:

$$(53)\quad S_2(x) = \frac{p}{k' + v' + \frac{1}{2}[s - d_k - e_k - v'' - d_v - e_v] - \frac{1}{2}p},$$

dove v' è il numero delle vedove che compiono l'età esatta x nei primi nove mesi di vedovanza; v'' è il numero delle vedove che escono d'osservazione per aver compiuto i primi nove mesi di vedovanza nell'intervallo di età $x \mid\!- x+1$; d_v, e_v, i numeri delle vedove rispettivamente decedute o emigrate nei primi nove mesi di vedovanza, sempre nell'intervallo di età $x \mid\!- x+1$.

Se ammettiamo, inoltre, che le spose entrino in osservazione nove mesi dopo il matrimonio, dobbiamo fare uso, anzichè della (53), della:

$$(54)\quad \left\{ S_3(x) = \frac{p-n}{k' + v' - k'_s - v'_s + \frac{1}{2}[s'' + v_{s''} - (d_k - d_s) - (e_k - e_s) - v'' - (d_v - d_{v_s}) - (e_v - e_{v_s})] - \frac{1}{2}(p-n)} \right.,$$

dove n è il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio; k'_s, v'_s, i numeri di quelle delle k' e v' che non hanno ancora compiuto nove mesi dalle nozze; s'', il numero delle spose che entrano coniugate in osservazione, in età $x \mid\!- x+1{,}9$ mesi dopo il matrimonio; $v_{s''}$, il numero, delle spose che entrano vedove in osservazione, in età $x \mid\!- x+1$, nove mesi dopo il matrimonio; d_s, e_s, d_{v_s}, e_{v_s}, i numeri delle decedute o emigrate, coniugate o vedove (nei primi nove mesi di vedovanza), che non hanno compiuto nove mesi dalle nozze.

Infine, se ammettiamo anche l'eliminazione temporanea per un anno dopo il parto, la (54) si trasforma nella:

$$(55)\quad S_4(x) = \frac{p - n}{k' + v' - (k'_s - k'_n) - k'_p - (v'_s - v'_n) - v'_p + \frac{1}{2}\Big\{p'' + v_{p''} + (s'' - s''_n) + (v_{s''} - v_{s''_n}) - [d_k - (d_s - d_{s_n}) - d_p] - [e_k - (e_s - e_{s_n}) - e_p] - (v'' - v''_p) - [d_v - (d_{v_s} - d_{v_{s_n}}) - d_{v_p}] - [e_v - (e_{v_s} - e_{v_{s_n}}) - e_{v_p}]\Big\} - \frac{1}{2}(p - n)},$$

dove k'_p, v'_p, sono i numeri di quelle delle k' e v' che hanno partorito da meno di un anno; k'_n, v'_n, sono i numeri di quelle delle k'_s e v'_s che hanno già partorito dopo il matrimonio; p'', il numero delle coniugate che rientrano un anno dopo il parto; $v_{p''}$, il numero delle vedove che rientrano un anno dopo il parto, in quanto sono ancora nei primi nove mesi di vedovanza; s''_n, $v_{s''_n}$ i numeri di quelle delle s'' e $v_{s''}$ che non hanno compiuto ancora un anno dal parto, avvenuto nei primi nove mesi di matrimonio; d_p, e_p, d_{v_p}, e_{v_p}, i numeri rispettivamente delle coniugate o vedove, decedute o emigrate, che, al momento del decesso o dell'emigrazione, non hanno compiuto un anno dal parto; d_{s_n}, e_{s_n}, $d_{v_{s_n}}$, $e_{v_{s_n}}$, i numeri di quelle delle d_s, e_s, d_{v_s}, e_{v_s} che non hanno compiuto un anno dal parto avvenuto nei primi nove mesi di matrimonio; v'_p, il numero di quelle delle v'' che non hanno compiuto un anno dal parto.

Se d'altra parte ammettiamo la coesistenza della 1ª circostanza con la 3ª (1ª: vedove, in osservazione nove mesi dopo la morte del marito; 3ª: coniugate che hanno partorito, eliminate per un anno dopo il parto), anzichè quella della 1ª con la 2ª (2ª circostanza: spose, entranti in osservazione nove mesi dopo le nozze), come si è fatto nella (54), otteniamo la:

$$(56)\quad S_5(x) = \frac{p}{k' + v' - k'_p - v'_p + \frac{1}{2}\Big[s + p'' + v_{p''} - (d_k - d_p) - (e_k - e_p) - (v'' - v''_p) - (d_v - d_{v_p}) - (e_v - e_{v_p})\Big] - \frac{1}{2}p}$$

Il saggio che noi prendiamo come misura esatta della fecondità matrimoniale è quello, $S_4(x)$, espresso dalla (55) : e però, onde mettere in evidenza la portata delle differenze tra i risultati ottenuti applicando i criteri del Gini e quelli che si otterrebbero col metodo usuale, abbiamo calcolato oltre al saggio $S_4(x)$ suddetto, quello $S_1(x)$ dato dalla (52). Inoltre, per renderci conto separatamente dell'influenza delle tre circostanze per le quali il metodo usuale differisce da quello del Gini, abbiamo calcolato i saggi $S_2(x)$, $S_3(x)$ e $S_5(x)$, dati dalla (53), (54) e (56)[1]. Infine, allo scopo di stabilire un limite superiore della fecondità matrimoniale, abbiamo ritenuto utile calcolare un ulteriore saggio, $S_6(x)$, in base alla (55) modificata includendo tra le eliminate quelle che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, nell'ipotesi che esse siano entrate in osservazione un istante prima del parto, come cioè se avessero celebrato le nozze al concepimento.

3. Determinazione degli elementi costitutivi delle formule da (52) a (56). — Prima di descrivere i risultati ottenuti, è necessario dire come siano stati determinati, in base ai dati del censimento, del movimento della popolazione, e, principalmente, in base alle distribuzioni stabilite dall'Istituto Centrale di Statistica nel calcolo delle tavole di mortalità, nuzialità e vedovanza, gli elementi costitutivi delle formule da (52) a (56).

Presenti in osservazione in età esatta x (Tavola A).

Determinazione di k'. — Il numero delle coniugate sopravviventi in età x negli anni 1930 e 1931, è dato dalla seguente espressione (vedi figura precedente) :

$$(57)\quad \begin{cases} k'\,(B'\,D''') = k'\,(B'\,C'') + k\,(C''\,D'') + d_k\,ve_k\,(C''\,D''\,D''') - \\ \qquad\qquad - s\,(C''\,D''\,D'''). \end{cases}$$

I vari termini del secondo membro della (57) sono tutti desumibili, in modo esatto o approssimato, dalle seguenti tavole pubblicate dall'Istituto Centrale di Statistica :

---

(1) C. Gini, *Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit., pag. 20.

a) « *Sopravviventi a ciascuna età distinti per sesso e stato civile, nel* 1931 (*Regno*) »[1];

b) « *Presenti nel Regno al* 1° *gennaio* 1931, *distribuiti per sesso, stato civile ed età* »[1];

c) « *Morti nel Regno in ciascuno degli anni* 1930, 1931 *e* 1932 *distribuiti per sesso, stato civile, età ed anno di nascita* »[1];

d) « *Nuovi vedovi in ciascuno degli anni* 1930, 1931 *e* 1932, *distribuiti in classi annuali di età* (*Regno*) »[1];

e) « *Deficit migratorio per sesso, età e stato civile in ciascuno degli anni* 1930, 1931 *e* 1932 »[2];

f) « *Matrimoni in ciascuno degli anni* 1930, 1931 *e* 1932 *distribuiti secondo lo stato civile e l'età degli sposi di ciascun sesso*»[2].

Nell'ipotesi che i contingenti forniti dalle ultime tre tavole siano, in ciascuna classe di età, ripartibili, secondo l'anno di nascita, in due sotto gruppi ugualmente numerosi e tenendo presente che la tavola *a*) è stata costruita in base alla tavola *b*) senza tener conto del movimento migratorio[3] che noi invece consideriamo; possiamo esprimere nel seguente modo la (57) facendo ricorso solo ad elementi forniti dalle precedenti tavole[4]:

$$(57^*)\quad \begin{cases} k'(B'\,D''') = \overline{k}'(B'\,C') - \frac{1}{2}\,e_k\,(A'\,B'\,C''\,B'') + \\ + k(C''\,D'') + d_k\,(C''\,D''\,D''') + \frac{1}{2}\,v\;e_k\,(C''\,D''\,E'''\,D''') - \\ - \frac{1}{2}\,s\,(C''\,D''\,E'''\,D'''), \end{cases}$$

dove con $\overline{k}'(D'\,C'')$ abbiamo indicato il dato desumibile dalla tavola *a*).

---

(1) L. Galvani, op. cit., rispettivamente a pagg. 155, 154, 142, 153.
(2) S. Somogyi, op. cit., rispettivamente, pagg. 290, 280.
(3) L. Galvani, op. cit., pagg. 34 e 35.
(4) Il valore di $k'(B'\,D''')$, fornito dalla (57*), risulta, molto probabilmente, in difetto nelle età più giovani poichè per esse presumibilmente sarà $s(B''\,B'\,C'') > \frac{1}{2}\,s\,(A'\,B'\,C''\,B'')$ e $s\,(C''\,D''\,D''') < \frac{1}{2}\,s\,(C''\,D''\,E'''\,D''')$.

Determinazione di v'. — Il numero delle donne che, divenute vedove in età $x - \frac{9}{12} \,|\!-\, x$, raggiungono l'età esatta x, è dato approssimativamente da:

$$v'\,(B'\,D''') = v\,(A\,B'\,D'''\,B)\,.\,(1 - \frac{3}{8}\,q^{w}_{x-\frac{3}{8}})\,, \tag{58}$$

dove

$$\left.\begin{aligned} v\,(A\,B'\,D'''\,B) &= \frac{3}{4}\,v\,(B''\,B'\,D'''\,D'''') = \\ &= \frac{3}{4}\Big[\frac{1}{2}\,v\,(C'''\,D'''\,E''''\,D'''') + v\,(B''\,C''\,D'''\,C''') + \\ &\quad + \frac{1}{2}\,v\,(A'\,B'\,C''\,B'')\Big] \end{aligned}\right\} \tag{59}$$

è il numero delle vedove in età $x - \frac{9}{12} \,|\!-\, x$; e

$$\frac{3}{8}\,q^{w}_{x-\frac{3}{8}} = \frac{3}{8}\Big[q^{w}_{x} - \frac{3}{8}\,(q^{w}_{x} - q^{w}_{x-1})\Big] \tag{60}$$

è la probabilità di morte delle vedove tra l'età $x - \frac{3}{8}$ e x.

Nel calcolo di v', si suppone, quindi, l'uniforme distribuzione delle vedove nell'intervallo di età $x - 1 \,|\!-\, x$ e la validità della (60); mentre le vedove nell'intervallo di età $x - \frac{9}{12} \,|\!-\, x$ vengono pensate concentrate nell'istante $x - \frac{3}{8}$.

Gli ultimi due contingenti di vedovi del 3° membro della (59), si sono desunti dalla tavola *d*) «*Nuovi vedovi* ecc. . . . », citata; mentre il primo, $v\,(C'''\,D'''\,E''''\,D'''')$, vedove dell'anno 1929 in età $x - 1 \,|\!-\, x$, è stato calcolato in base al *M. d. P.* in tale anno, determinando prima la distribuzione delle vedove per classi quinquennali di età (vedi Tavola G in appendice), secondo il procedimento descritto al § 8 del cap. 1, poi, ripartendo ogni classe quinquennale in classi annuali, in proporzione alla corrispondente distribuzione del 1930.

I valori di q_x^w sono forniti dalle tavole di mortalità della popolazione del Regno 1930-1932 (1), distinta secondo lo stato civile.

Determinazione di k_s' e v_s'. Il numero delle donne che, sposate in età $x - \frac{9}{12} \mid - x$, raggiungono, coniugate o vedove, l'età esatta x, è dato approssimativamente da:

$$(61) \quad k_s' (B' D''') + v_s' (B' D''') = s (A B' D''' B) \cdot (1 - \frac{3}{8} q^s_{x-\frac{3}{8}}),$$

dove (2)

$$(62) \quad \begin{cases} s (A B' D''' B) = \alpha \cdot s (B'' B' D''' D'''') = \\ = \alpha \left[\frac{1}{2} s (C''' D''' E'''' D'''') + s (B'' C'' D''' C''') + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} s (A' B' C'' B'') \right] \end{cases}$$

è il numero delle spose in età $x - \frac{9}{12} \mid - x$: α essendo, anzichè una costante come nella (59) (uguale a $\frac{3}{4}$), una variabile in funzione di x, determinata per via grafica in base ai valori di $s (B'' B' D''' D'''')$ (vedi Tavola H) (3); e

$$(63) \quad \frac{3}{8} q^s_{x-\frac{3}{8}} = \frac{3}{8} \left[q^s_x - \frac{3}{8} (q^s_x - q^s_{x-1}) \right]$$

è la probabilità di morte delle coniugate tra l'età $x - \frac{3}{8}$ e x.

---

(1) L. Galvani, op. cit., pag. 83; S. Somogyi, op. cit., pag. 238.

(2) Nel terzo membro della (62), l'errore che si commette sostituendo $s (C''' D''' D'''')$ con $\frac{1}{2} s (C''' D''' E'''' D'''')$, in generale, è di segno contrario a quello dell'errore che si commette sostituendo $s (B'' B' C'')$ con $\frac{1}{2} s (A' B' C'' B'')$.

(3) L'ipotesi, implicita nella (61), di uniforme distribuzione delle spose nell'intervallo di età $x - \frac{9}{12} \mid - x$, per cui esse possono venir pensate concentrate nell'istante $x - \frac{3}{8}$, non è in perfetto accordo con quanto si pre-

I due ultimi contingenti di spose del 3° membro della (62), sono forniti dalla citata tavola *f*) « *Matrimoni* ecc. . . . » ; mentre il primo, spose nell'anno 1929, in età $x - 1 \mid - x$, viene calcolato ripartendo in classi annuali di età, le distribuzioni per classi poliennali date dal *M. d. P.* in detto anno, proporzionalmente alla media delle corrispondenti distribuzioni rilevate nel triennio 1933-1935 (1).

I valori di q_x^s sono forniti dalle tavole di mortalità citate.

Determinazione di k'_p *e* v'_p. — Il numero delle coniugate che, partorito nell'intervallo di età $x - 1 \mid - x$, raggiungono, coniugate o vedove, l'età esatta x è dato approssimativamente da :

$$(64)\quad k'_p\,(B'\,D''') + v'_p\,(B'\,D'''') = p\,(B''\,B'\,D'''\,D'''').\,(1 - \frac{1}{2}\,q^s_{x-\frac{1}{2}}),$$

dove si suppone

---

suppone nel calcolo di α. Più in accordo sarebbe la ipotesi che il numero di quelle che sposano nell'istante ξ, che possiamo indicare con $s(\xi)$, sia, in ogni intervallo di età $x - 1 \mid - x$, una funzione lineare di ξ, i cui parametri siano da stabilire in base al grafico tracciato per il calcolo di α.

Se oltre a questa ipotesi, si ammette che la probabilità per una sposa in età ξ, $x - \frac{9}{12} < \xi < x$, di morire prima di raggiungere l'età x, sia $q^s\,(\xi, x) = (x - \xi) q^s_\theta$, in cui θ è l'età media di quelle che sposano nel suddetto intervallo, si ottiene :

$$(61^*)\qquad k'_s\,(B'D''') + v'_s\,(B'D''') = s_{x-\frac{3}{4},\,x}\left[1 - q^s_\theta\,(x - \theta)\right];$$

dove

$$s_{x-\frac{3}{4},\,x} = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x} s\,(\xi)\,d\,\xi\,;\quad \theta = \frac{1}{s_{x-\frac{3}{4},\,x}} \int_{x-\frac{3}{4}}^{x} \xi\, s(\xi)\, d\xi = x - \frac{3}{8}\left(1 - \frac{3}{32}\,\frac{b_{x-1}}{s_{x-\frac{3}{4},\,x}}\right)$$

essendo $s(\xi) = a_{x-1} + b_{x-1}\,\xi$, nell'intervallo $x - 1 \leq \xi < x$.

Il secondo membro della (61*), in pratica, non differisce gran che dal corrispondente membro della (61) ; la quale, pertanto, si può ritenere abbastanza soddisfacente.

(1) S. Somogyi, op. cit., pag. 227.

$$(65) \qquad \not{p}\ (B''\ B'\ D'''\ D'''') = \frac{1}{2}\not{p}\ (C'''\ D'''\ E''''\ D'''') + \\ + \not{p}\ (B''\ C''\ D'''\ C''') + \frac{1}{2}\not{p}\ (A'\ B'\ C''\ B'')$$

e

$$(66) \qquad q^s_{x-\frac{1}{2}} = q^s_x - \frac{1}{2}\ (q^s_x - q^s_{x-1})\ .$$

Gli elementi che appaiono nel secondo membro della (65) sono stati calcolati ripartendo in classi annuali di età, le distribuzioni per classi poliennali date dal *M. d. P.*, proporzionalmente alla media delle corrispondenti distribuzioni rilevate nel quadriennio 1932-1935 (vedi Tavola I).

Determinazione di k'_n *e* v'_n. — Il numero delle coniugate che, sposate in età $x - \frac{9}{12} \mid\!\!- x$ e partorito in detto intervallo, raggiungono, coniugate o vedove, l'età esatta x, è dato da:

$$(67) \quad k'_n\ (B'\ D''') + v'_n\ (B'\ D''') = s_n\ (AB'\ D'''\ B).\ (1 - \frac{1}{4}\ q^s_{x-\frac{1}{4}})\ ,$$

dove si suppone

$$(68) \qquad s_n\ (A\ B'\ D'''\ B) = \frac{3}{8}\ n\ (B''\ B'\ D'''\ D'''')\ ,$$

essendo

$$(69) \qquad n\ (B''\ B'\ D'''\ D'''') \simeq n\ (B''\ C''\ D'''\ C''') + \\ + n\ (A'\ B'\ C''\ B'')$$

il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio provenienti da madre in età $x - 1 \mid\!\!- x$; e

$$\frac{3}{8}\ ,$$

il rapporto tra il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio, provenienti da madri in età $x - \frac{9}{12} \mid\!\!- x$ e che hanno sposato in tale intervallo, e il numero di tutti i parti nei primi nove mesi di matrimonio, provenienti da madri in età $x - 1 \mid\!\!- x$.

Questo rapporto è quello che si verificherebbe se i parti nei primi nove mesi di matrimonio provenienti da madri in età $x - 1 \mid - x$ fossero uniformemente distribuiti secondo l'età della madre e secondo la durata del matrimonio (1).

I due termini del secondo membro della (69) sono stati calcolati ripartendo in classi annuali di età, i dati per classi polien-

---

(1) Nel continuo, il numero delle coniugate che, sposate in età $x - \frac{9}{12} \mid - x$, e partorito in detto intervallo, raggiungono, coniugate o vedove, l'età esatta x, può essere così espresso:

$$(67^*.1)\quad k'_n (B' D''') + v'_n (B' D''') = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x} \int_{x-\frac{3}{4}}^{\xi} s^{(n)} (u, \xi) [1 - q^s (\xi, x)] \, du \, d\xi$$

dove $s^{(n)} (u, \xi)$ è il numero di quelle che, sposate nell'istante di età u, partoriscono nell'istante di età ξ.

Nell'ipotesi che, in ogni campo definito dalle limitazioni:

$$x - 1 \leq \xi < x, \quad \xi - \frac{3}{4} \leq u < \xi,$$ sia $s^{(n)} (u, \xi) = s =$ costante, e che $q^s (\xi, x) = (x - \xi) q^s_\theta$, in cui θ è l'età media al parto delle coniugate che, sposate in età $x - \frac{3}{4} \mid - x$, partoriscono in detto intervallo, abbiamo:

$$(67^*.2)\quad k'_n (B' D''') + v'_n (B' D''') = s^{(n)}_{x-\frac{3}{4}, x} \left[1 - q^s_\theta (x - \theta)\right];$$

dove

$$(68)\quad s^{(n)}_{x-\frac{3}{4}, x} = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x} \int_{x-\frac{3}{4}}^{\xi} s^{(n)} (u, \xi) \, du \, d\xi = \frac{3}{8} n (B'' B' D''' D''''),$$

in cui

$$n (B'' B' D''' D'''') = \int_{x-1}^{x} \int_{\xi-\frac{3}{4}}^{\xi} s^{(n)} (u, \xi) \, du \, d\xi;$$

e dove

$$\theta = \frac{1}{s^{(n)}_{x-\frac{3}{4}, x}} \int_{x-\frac{3}{4}}^{x} \int_{x-\frac{3}{4}}^{\xi} \xi \, s^{(n)} (u, \xi) \, du \, d\xi = x - \frac{1}{4}$$

nali desumibili dal *M. d. P.* (vedi § 4 del cap. I e Tavola L), proporzionalmente alla distribuzione dei parti nei primi nove mesi di matrimonio, secondo l'età (espressa in anni compiuti) della madre al parto, verificatasi nell'anno 1932; distribuzione non pubblicata ma fornitaci direttamente dall'Istituto Centrale di Statistica (Tavola M).

INGRESSI IN OSSERVAZIONE TRA L'ETÀ x E $x+1$ (Tavola B).

Determinazione di s. — Il numero delle spose in età $x\,|\!-\,x+1$ nate negli anni $1930-x$ e $1931-x$, è dato approssimativamente dalla seguente espressione:

$$(70)\qquad s(B'B_0D''D''') = \frac{1}{2}\,s(C''D''E'''D''') + \\ + s(B'C'D''C'') + \frac{1}{2}\,s(A_0B_0C'B')\,.$$

Tutti gli elementi del secondo membro della (70) sono ricavabili dalla citata tavola *f)* « *Matrimoni* ecc. . . . ».

Determinazione di s'' e $v_{s''}$. — Il numero delle donne che, nove mesi dopo il matrimonio entrano in osservazione in età $x\,|\!-\,x+1$, ancora coniugate o già vedove, è dato da:

$$(71)\qquad s''(B'B_0D''D''') + v_{s''}\,(B'B_0D''D''') = \\ = s(ADCB).\left(1 - \frac{3}{4}\,q^s_{x-\frac{1}{4}}\right)$$

dove

$$(72)\qquad s(A\,D\,C\,B) = \alpha.s(B''B'D'''D'''') + \beta.s(B'B_0D''D''')$$

è il numero delle spose in età $x - \frac{9}{12}\,|\!-\,x$ fornito dalla (62), più il numero delle spose in età $x\,|\!-\,x + \frac{3}{12}$: β essendo, analogamente ad α, una variabile in funzione di x, determinata per via grafica in base ai valori di $s(B'B_0D''D''')$ forniti dalla (70) (vedi Tavola H); e

$$(73)\qquad \frac{3}{4}\,q^s_{x-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4}\left[q^s_x - \frac{1}{4}\,(q^s_x - q^s_{x-1})\right]$$

è la probabilità di morte delle coniugate tra l'età $x - \frac{1}{4}$ e $x + \frac{1}{2}$.

Nella (71), quindi, le spose in età $x - \frac{9}{12} | - x + \frac{3}{12}$ si pensano concentrate a metà intervallo (nell'istante $x - \frac{3}{12}$), ed esposte a morire nei primi nove mesi di matrimonio; cioè fino all'istante $x + \frac{1}{2}$, in cui quelle che sopravvivono entrano in osservazione [1].

---

(1) L'ipotesi, implicita nella (71), di uniforme distribuzione delle spose nell'intervallo di età $x - \frac{9}{12} | - x + \frac{3}{12}$, per cui esse possono venir pensate concentrate nell'istante $x - \frac{3}{12}$, non è in perfetto accordo con quanto si presuppone nel calcolo sia di α che di β (cfr. nota 3 a pag. 80). Più in accordo sarebbe la ipotesi che il numero di quelle che sposano nell'istante ξ, che indichiamo con $s(\xi)$, sia, in ogni intervallo di età $x - \frac{3}{4} | - x + \frac{1}{4}$, una funzione lineare di ξ, i cui parametri siano da stabilire in base al grafico tracciato per il calcolo di α e β. Se, oltre questa ipotesi, si ammette che la probabilità per una sposa in età ξ, $x - \frac{3}{4} \leq \xi < x + \frac{1}{4}$, di morire prima di raggiungere l'età $\xi + \frac{3}{4}$, sia $q^s(\xi, \xi + \frac{3}{4}) = \frac{3}{4} q^s_\theta$, in cui θ è l'età media di quelle che sposano nel suddetto intervallo; si ottiene

$$(71^*) \quad s''(B'Bo\,D''D''') + v_s''(B'B_o D''D''') = s_{x-\frac{3}{4}, x+\frac{1}{4}}\left(1 - \frac{3}{4} q^s_\theta\right)$$

dove

$$s_{x-\frac{3}{4}, x+\frac{1}{4}} = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x+\frac{1}{4}} s(\xi)\, d\xi\,,$$

$$\theta = \frac{1}{s_{x-\frac{3}{4}, x+\frac{1}{4}}} \int_{x-\frac{3}{4}}^{x+\frac{1}{4}} \xi\, s(\xi)\, d\xi = x - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{b_{x-1}}{3\, s_{x-\frac{3}{4}, x+\frac{1}{4}}}\right),$$

essendo $s(\xi) = a_{x-1} + b_{x-1}\,\xi$, nell'intervallo $x - \frac{3}{4} \leq \xi < x + \frac{1}{4}$.

Determinazione di p'' e $v_{p''}$. — Il numero delle coniugate che entrano in osservazione, in età $x \mid\!- x+1$, un anno dopo il parto, è dato approssimativamente dall'espressione seguente:

$$(74) \qquad p''\,(B'B_oD''D''') = p\,(B''B'D'''D'''')\,(1 - q^s_{x-\frac{1}{2}} - w_{x-\frac{1}{2}})$$

in cui $p\,(B''B'D'''D'''')$ è il contingente fornito dalla (65); $q^s_{x-\frac{1}{2}}$, calcolata in base alla (66), è la probabilità di morte delle coniugate tra l'età $x - \frac{1}{2}$ e $x + \frac{1}{2}$; e $w_{x-\frac{1}{2}}$ è la probabilità parziale di rimanere vedova tra l'età $x - \frac{1}{2}$ e $x + \frac{1}{2}$, ricavata dalla:

$$(75) \qquad w_{x-\frac{1}{2}} = w_x - \frac{1}{2}\,(w_x - w_{x-1}),$$

in cui i valori di w_x sono desunti dalla tavola di vedovanza della popolazione italiana 1930-1932[1].

L'età media all'ingresso in osservazione di tali spose sarebbe allora:

$$\theta + \frac{3}{4} = x + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{b_{x-1}}{6s_{x-\frac{3}{4},\,x+\frac{1}{4}}}\right),$$

e la durata media di esposizione:

$$x + 1 - \left(\theta + \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{b_{x-1}}{6\,s_{x-\frac{3}{4},x+\frac{1}{4}}}\right);$$

e non $1/2$ come nella ipotesi più semplice dell'uniforme distribuzione degli entrati nell'intervallo di età $x \mid\!- x+1$. L'errore che si commette nel calcolo dei nostri saggi di fecondità, adottando quest'ultima ipotesi e quella di uniforme distribuzione degli usciti, o quanto meno la uniforme distribuzione delle differenze tra questi e quelli (cfr. pag. 74), è, però, praticamente trascurabile.

(1) S. Somogyi, op. cit., pag. 238.

Anche per le coniugate entrate in osservazione un anno dopo il parto (cfr. nota 1, pag. 85), all'ipotesi di uniforme distribuzione nell'intervallo di età $x \mid\!- x+1$, si può sostituire quella più generale di una distribuzione lineare in funzione di ξ, $x \leq \xi < x+1$, da ricavare per interpolazione grafica dell'istogramma dei valori forniti dalla (74). E allora si trova che la durata media di esposizione, anzichè $\frac{1}{2}$ è, per le coniugate entrate nell'intervallo suddetto, $\frac{1}{2}\,(1 - \frac{b}{6p})$, in cui b e p sono rispettivamente il coefficiente angolare della funzione lineare degli ingressi e il totale degli ingressi stessi nell'intervallo in questione.

Il numero delle coniugate che entrano vedove in osservazione, in età $x \mid\!\!- x+1$, un anno dopo il parto, è dato invece dalla seguente espressione :

$$(76)\quad v_{p''}(B'B_0D''D''') = \frac{3}{4}\, p\,(B''B'D'''D'''')\, w_{x-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{3}{8}\, q^{w}_{x+\frac{1}{8}}\right)$$

Anche qui, come nella (74), i parti vengono considerati concentrati a metà anno ; d'altra parte le nuove vedove provenienti dal contingente $p(B''B'D'''D'''')$, sono supposte distribuite uniformemente nell'intervallo $x-\frac{1}{2} \mid\!\!- x+\frac{1}{2}$; e quelle che divengono vedove in età $x-\frac{1}{4} \mid\!\!- x+\frac{1}{2}$ si pensano concentrate nell'istante $x+\frac{1}{8}$ (1).

---

(1) Nel continuo, il numero delle coniugate che entrano vedove in osservazione, in età $x \mid\!\!- x+1$, un anno dopo il parto, può essere così espresso:

$$(76^{*}.1)\quad v_{p''}(B'B_0D''D''') = \int_{x-1}^{x}\ \int_{\xi+\frac{1}{4}}^{\xi+1} v_p(\xi, u)\,[1-q^{w}(u, \xi+1)]\,du\,d\xi\,,$$

dove $v_p(\xi, u)$ è il numero delle coniugate che, partorito in età ξ, divengono vedove in età u, e $q^{w}(u, \xi+1)$ è la probabilità per una vedova di morire tra l'età u e $\xi+1$.

Nell'ipotesi che, in ogni campo definito dalle limitazioni

$$\xi \le u < \xi+1,\ x-1 \le \xi < x,\ \text{sia :}$$
$$v_p(\xi, u)\,du = \pi(\xi)\, w_{x-\frac{1}{2}}\,du$$

in cui $\pi(\xi)$ è il numero di quelle che partoriscono nell'istante di età ξ e $w_{x-\frac{1}{2}}$ è la probabilità di divenire vedova tra l'età $x-\frac{1}{2}$ e $x+\frac{1}{2}$, e supposto

$$q^{w}(u, \xi+1) = (\xi+1-u)\, q^{w}_{\theta}\,,$$

in cui θ è l'età media alla vedovanza di quelle che, partorito in età ξ, $x-1 \le \xi < x$, diventano vedove in età u, $\xi+\frac{1}{4} \le u < \xi+1$;

abbiamo che :

$$(76^{*}.2)\qquad v_{p''}(B'B_0D''D''') = \frac{3}{4}\,\pi_{x-1}\ w_{x-\frac{1}{2}}\,(1-\frac{3}{8}\, q^{w}_{\theta})$$

Determinazione di s''_n *e* $v_{s''_n}$. Il numero di quelle delle s'' o $v_{s''}$ che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, è dato dalla (1):

$$(77) \qquad s''_n\,(B'\,B_0\,D''\,D''') + v_{s''_n}\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = \\ = s_n\,(A\,D\,C\,B)\left(1 - \frac{3}{8}\,q^s_{x+\frac{1}{8}}\right),$$

dove

$$(78) \quad s_n\,(A\,D\,C\,B) = \frac{3}{8}\,n\,(B''\,B'\,D'''\,D'''') + \frac{5}{8}\,n\,(B'\,B_0\,D''\,D''')$$

è il numero delle spose in età $x - \frac{9}{12}\,|\!-\,x + \frac{3}{12}$, che partoriscono

---

dove

$$\pi_{x-1} = \int_{x-1}^{x} \pi\,(\xi)\,d\xi\,.$$

Se alle ipotesi precedenti aggiungiamo quella di uniforme distribuzione sia dei parti nell'intervallo di età $x - 1\,|\!-\,x$ che delle vedovanze nell'intervallo $\xi + \frac{1}{4}\,|\!-\,\xi + 1$, abbiamo:

$$\theta = \frac{1}{\frac{3}{4}\,\pi_{x-1}\,w_{x-\frac{1}{2}}} \int_{x-1}^{x} \int_{\xi+\frac{1}{4}}^{\xi+1} \left(\xi + \frac{5}{8}\right) \pi\,(\xi)\,w_{x-\frac{1}{2}}\,du\,d\,\xi = x + \frac{1}{8}\,.$$

Per la durata media di esposizione del contingente $v_{p''}\,(B'B_0D''D''')$ nell'intervallo $x\,|\!-\,x+1$, vedi nota precedente.

(1) Nel continuo, il numero di quelle delle s'' o $v_{s''}$ che hanno partorito nei primi nove mesi di matrimonio, può essere così espresso:

$$(77^*.1) \qquad s''_n(B'B_0D''D''') + v_{s''_n}\,(B'B_0D''D''') = \\ = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x+\frac{1}{4}} \int_{u}^{u+\frac{3}{4}} s^{(n)}\,(u\,,\xi)\,\left[1 - q^s\,\left(\xi,\,u+\frac{3}{4}\right)\right] d\,\xi\,du$$

dove $s^{(n)}\,(u,\,\xi)$ è il numero di quelle che, sposate nell'istante di età u, partoriscono nell'istante di età ξ.

Nell'ipotesi che, in ogni campo definito dalle limitazioni:

$$x - \frac{3}{4} \leq u < x + \frac{1}{4}, \quad u \leq \xi < u + \frac{3}{4},$$

nei primi nove mesi di matrimonio: il primo termine del secondo membro è dato dalla (68), mentre nel secondo termine:

$$(79) \qquad n\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = \frac{1}{2}\,n\,(C''\,D''\,E'''\,D''') + \\ + n\,(B'\,C'\,D''\,C'') + \frac{1}{2}\,n\,(A_0\,B_0\,C'\,B')\,;$$

e $\frac{5}{8}$ è il rapporto tra il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio, provenienti da madri in età $x\,|\!-\,x+1$ e che hanno sposato nell'intervallo $x-\frac{9}{12}\,|\!-\,x+\frac{3}{12}$, e il numero di tutti i parti nei primi nove mesi di matrimonio provenienti da madri in età $x\,|\!-\,x+1$. Questo rapporto è quello che si verificherebbe se i parti nei primi nove mesi di matrimonio provenienti da madri in età $x\,|\!-\,x+1$, fossero uniformemente distribuiti secondo l'età delle madri e secondo la durata del matrimonio [1].

Gli elementi del secondo membro della (79) sono stati calcolati come gli analoghi della (69).

---

sia $s^{(n)}(u,\xi) = s =$ costante, e che $q^s\,(\xi,\ u+\frac{3}{4}) = (u+\frac{3}{4}-\xi)\,q^s_\theta$, in cui θ è l'età media al parto delle coniugate che, sposate in età $x-\frac{3}{4}\,|\!-\,x+\frac{1}{4}$, partoriscono nei primi nove mesi di matrimonio, abbiamo:

$$(77^*.2) \qquad s''_n\,(B'B_0D''D''') + v_s{}''_n\,(B'B_0D''D''') = \bar{s}^{(n)}_{x-\frac{3}{4},\,x+\frac{1}{4}}\,(1-\tfrac{3}{8}\,q^s_\theta)\,;$$

dove

$$\bar{s}^{(n)}_{x-\frac{3}{4},\,x+\frac{1}{4}} = \int_{x-\frac{3}{4}}^{x+\frac{1}{4}} \int_{u}^{u+\frac{3}{4}} s^{(n)}\,(u,\xi)\,d\xi\,du = s_n\,(ADCB)$$

$$\theta = \frac{1}{\bar{s}} \int_{x-\frac{3}{4}}^{x+\frac{1}{4}} \int_{u}^{u+\frac{3}{4}} \xi\,s^{(n)}\,(u,\xi)\,d\xi\,du = x+\frac{1}{8}$$

Per la durata media di esposizione del contingente espresso dal 1° membro della (77), nell'intervallo $x\,|\!-\,x+1$, vedi nota 1, pag. 86.

(1) Cfr. nota 1 a pag. 83.

USCITE D'OSSERVAZIONE TRA L'ETÀ x E $x+1$, PER CAUSA DIVERSA DAL PARTO (Tavola C).

Determinazione di d_k. — Il numero delle coniugate morte in età $x \,|\!-\, x+1$, nate negli anni $1930-x$ e $1931-x$, è dato da:

$$(80)\quad d_k(B'B_0D''D''') = d_k(C''D''D''') + d_k(B'C'D''C'') + d_k(B'B_0C').$$

Tutti gli elementi del secondo membro della (80) sono desumibili dalla citata tavola *c*) « *Morti* ecc. . . . ».

Determinazione di e_k. — Il numero delle coniugate emigrate in età $x \,|\!-\, x+1$, nate negli anni $1930-x$ e $1931-x$, è supposto uguale a:

$$(81)\quad e_k(B'B_0D''D''') = \frac{1}{2}\, e_k(C''D''E'''D''') + \\ + e_k(B'C'D''C'') + \frac{1}{2}\, e_k(A_0B_0C'B').$$

I tre contingenti del secondo membro sono forniti dalla citata tavola *e*) « *Deficit migratorio* ecc. . . . ».

Determinazione di v. — Il numero delle nuove vedove in età $x \,|\!-\, x+1$, nate negli anni $1930-x$ e $1931-x$, è posto uguale a:

$$(82)\quad v(B'B_0D''D''') = \frac{1}{2}\, v(C''D''E'''D''') + \\ + v(B'C'D''C'') + \frac{1}{2}\, v(A_0B_0C'B').$$

Gli elementi costitutivi di tale formula sono desunti dalla citata tavola *d*) « *Nuovi vedovi* ecc. . . . ».

Determinazione di v''. — Il numero delle vedove che escono di osservazione in età $x \,|\!-\, x+1$ nove mesi dopo la morte del marito, è dato approssimativamente da:

$$(83)\quad v''(B'B_0D''D''') = v(ADCB)\left(1 - \frac{3}{4}\, q^{(w)}_{x-\frac{1}{4}}\right),$$

dove

$$(84)\quad v(ADCB) = \frac{3}{4}\, v(B''B'D'''D'''') + \frac{1}{4}\, v(B'B_0D''D''')$$

(in cui il primo termine del secondo membro è fornito dalla (59), e il secondo termine, dalla (82)) è il numero delle nuove vedove tra l'età $x - \frac{9}{12}$ e $x + \frac{3}{12}$; che nella (83) sono supposte concentrate nell'istante $x - \frac{1}{4}$.

Determinazione di d_v. — Il numero delle vedove che muoiono nei primi nove mesi di vedovanza in età $x \,|\!-\, x+1$, è dato dalla espressione:

$$(85) \qquad d_v\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = v'\,(B'\,D''') + v\,(B'\,D\,C\,D''') - \\ - v''\,(B'\,B_0\,D''\,D''') + v\,(D\,B_0\,D''\,C)\,\frac{3}{8}\,q^{w}_{x+\frac{5}{8}}$$

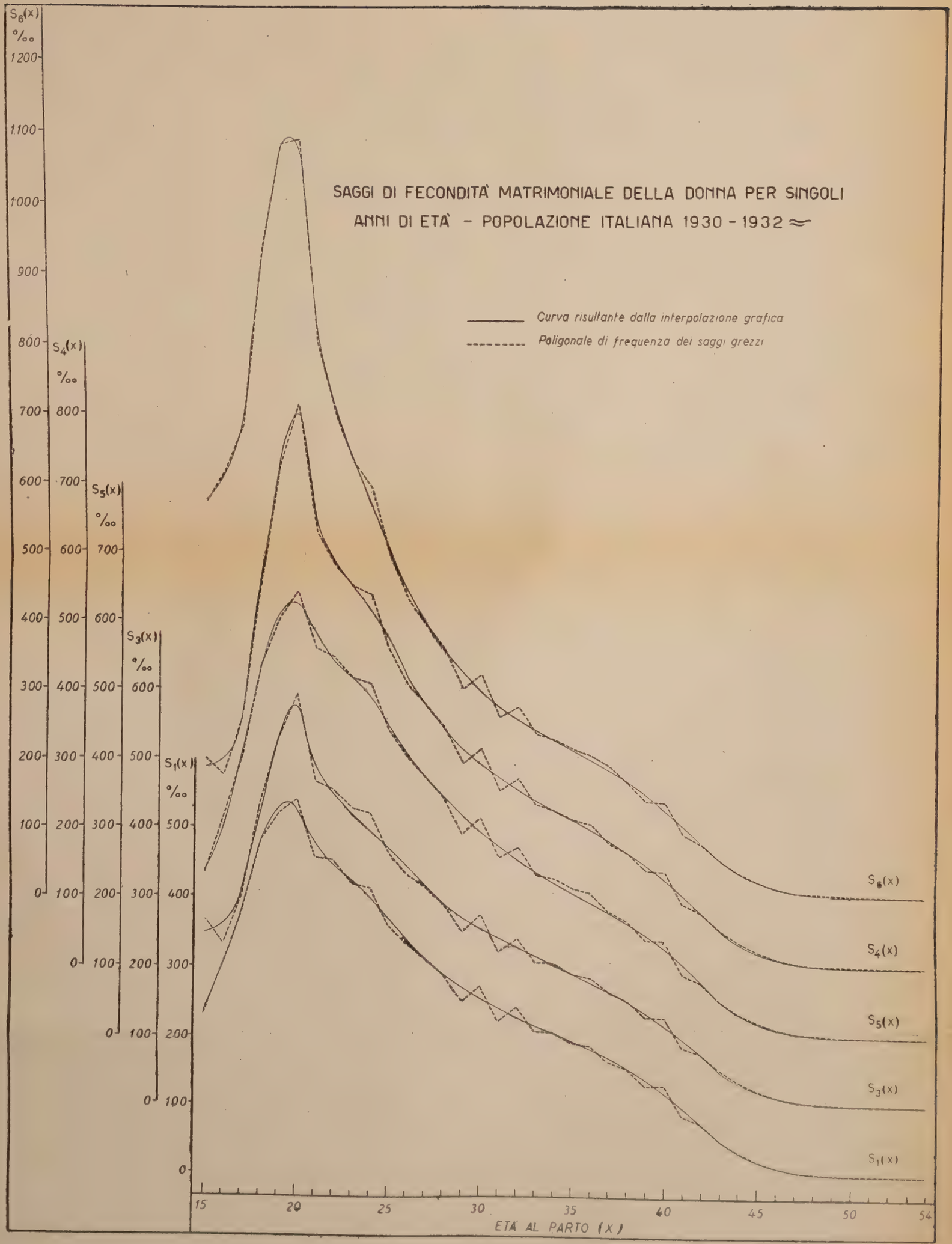
dove il primo termine del secondo membro è calcolato in base alla (58); il secondo termine è uguale al secondo della (84); il terzo termine è ottenuto dalla (83); e il quarto, che dà il numero delle vedove in età $x + \frac{1}{4} \,|\!-\, x+1$, che muoiono prima di giungere all'età $x+1$, è posto uguale a:

$$(86) \qquad v\,(D\,B_0\,D''\,C)\,\frac{3}{8}\,q^{w}_{x+\frac{5}{8}} = \\ = \frac{3}{4}\,v\,(B'\,B_0\,D''\,D''')\,\frac{3}{8}\left[q^{w}_{x} + \frac{5}{8}\,(q^{w}_{x+1} - q^{w}_{x})\right].$$

Determinazioni di d_s. — Il numero delle coniugate che muoiono in età $x - x+1$, nei primi nove mesi di matrimonio, è espresso dalla:

$$(87) \qquad \left\{ \begin{array}{c} d_s\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = k'_s\,(B'\,D''') + s\,(B'\,D\,C\,D''') - \\ - s''\,(B'\,B_0\,D''\,D''') - v_{s''}\,(B'\,B_0\,D''\,D''') + \\ + s\,(D\,B_0\,D''\,C)\,\frac{3}{8}\,q^{s}_{x+\frac{5}{8}}, \end{array} \right.$$

dove il primo termine del secondo membro è ricavabile dalla (61), tenendo conto oltre che della probabilità di morire, di quella di divenire vedova tra l'età $x - \frac{3}{8}$ e x; il secondo termine corrisponde al secondo termine del secondo membro della (72); il


SAGGI DI FECONDITÀ MATRIMONIALE DELLA DONNA PER SINGOLI ANNI DI ETÀ - POPOLAZIONE ITALIANA 1930 - 1932
Curva risultante dalla interpolazione grafica
Poligonale di frequenza dei saggi grezzi
$S_6(x)$ ‰
$S_4(x)$ ‰
$S_5(x)$ ‰
$S_3(x)$ ‰
$S_1(x)$ ‰
0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200
15 20 25 30 35 40 45 50 54
ETÀ AL PARTO (X)

terzo e quarto termine, al primo membro della (71) ; e, infine, l'ultimo termine è posto uguale a :

$$(88)\quad \left\{ \begin{array}{c} s\,(D\,B_0\,D''\,C)\,\frac{3}{8}\,q^s_{x+\frac{5}{8}} = \\ = (1-\beta)\,s\,(B'\,B_0\,D''\,D''')\,\frac{3}{8}\left[q^s_x + \frac{5}{8}\,(q^s_{x+1} - q^s_x) \right]. \end{array} \right.$$

Non determinazione di alcuni contingenti di usciti. — Nelle formule da (53) a (56) appaiono i seguenti contingenti di usciti, già definiti in precedenza ; di cui, nel calcolo, data la difficoltà che s'incontrerebbe per determinarli e data la prevedibile loro esiguità, non si è tenuto alcun conto :

$$d_{s_n},\ d_p,\ e_s,\ e_{sn},\ e_p,\ d_{v_s},\ d_{v_{s_n}},\ d_{v_p},\ e_v,\ e_{v_s},\ e_{v_{s_n}},\ e_{v_p},\ v''_p.$$

Eliminate per parto tra l'età x e $x+1$ (Tavola C e B).

Determinazione di p. — Il numero dei parti di nati legittimi da madri in età $x\,|-\,x+1$ è dato da

$$(89)\quad p\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = \frac{1}{2}\,p\,(C''\,D''\,E'''\,D''') + \\ + p\,(B'\,C'\,D''\,C'') + \frac{1}{2}\,p\,(A_0\,B_0\,C'\,B').$$

I primi due termini del secondo membro sono stati determinati analogamente ai termini che appaiono nel secondo membro della (65) ; il terzo termine è stato desunto dal *M. d. P.*, nel 1932, che fornisce la distribuzione dei parti secondo classi annuali di età della madre al parto.

Determinazione di n. — Il numero dei parti nei primi nove mesi di matrimonio, da madri in età $x\,|-\,x+1$, è dato dalla espressione :

$$(90)\quad n\,(B'\,B_0\,D''\,D''') = \frac{1}{2}\,n\,(C''\,D''\,E'''\,D''') + \\ + n\,(B'\,C'\,D''\,C'') + \frac{1}{2}\,n\,(A_0\,B_0\,C'\,B'),$$

dove i primi due termini del secondo membro sono stati calcolati come i termini della (69) mentre il terzo termine è stato ricavato dalla distribuzione, per l'anno 1932, dei parti nei primi nove mesi

ETÀ	$p =$ $(3)^C$	$n =$ $(20)^C$	$p - n =$ (2) — (3)	$k' + {}^1/_2(s - d_k - v - e_k - p)$	$k' + v' + {}^1/_2(s - d_k - e_k - v'' - d_v - p)$	$k' + v' - k'_s - v'_s + {}^1/_2(s'' + v_{s''} - (d_k - d_s) - e_k - v'' - d_k - (p - n))$	$k' + v' - (k'_s - k'_n) - k'_p - (v' - v'_n) - v'_p + {}^1/_2(p'' + v_{p''} + (s'' - s''_n) + (v_{s''} - v_{s'}) - (d_k - d_s) - e_k - v'' - d_n - (p - n))$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
15	621	294	327	2 685	2 687	1 214	1 088
16	2 338	1 289	1 049	7 683	7 696	4 504	3 804
17	7 064	3 350	3 714	18 665	18 698	12 339	10 343
18	17 408	7 010	10 398	36 093	36 163	23 737	18 600
19	32 882	10 975	21 907	63 130	63 280	41 248	30 336
15–19	**60 313**	**22 918**	**37 395**	**128 256**	**128 524**	**83 042**	**64 171**
20	56 147	14 295	41 852	103 964	104 240	70 701	51 554
21	71 925	15 858	56 067	157 274	157 700	120 403	89 167
22	95 802	15 816	79 986	211 473	212 046	176 320	137 810
23	108 705	13 728	94 977	258 274	258 990	222 652	172 658
24	120 670	11 154	109 516	292 159	293 010	259 930	203 614
20–24	**453 249**	**70 851**	**382 398**	**1 023 144**	**1 025 986**	**850 006**	**654 803**
25	118 712	8 399	110 313	329 483	330 469	303 637	241 381
26	119 485	6 324	113 161	357 102	358 210	338 493	277 128
27	115 448	4 490	110 958	368 488	369 710	353 669	292 554
28	110 681	3 295	107 386	379 647	380 971	368 555	309 327
29	98 907	2 352	96 555	391 935	393 349	383 581	326 800
25–29	**563 233**	**24 860**	**538 373**	**1 826 655**	**1 832 709**	**1 747 935**	**1 447 190**
30	108 125	2 053	106 072	393 858	395 364	387 498	336 274
31	91 254	1 449	89 805	411 322	412 914	406 056	349 436
32	97 013	1 243	95 770	403 261	404 926	399 530	352 178
33	84 098	718	83 380	410 223	411 956	407 225	357 580
34	82 841	633	82 208	409 927	411 723	407 826	363 468
30–34	**463 331**	**6 096**	**457 235**	**2 028 591**	**2 036 883**	**2 008 135**	**1 758 936**
35	75 544	620	74 924	400 186	402 049	398 680	355 122
36	71 195	419	70 776	389 671	391 597	388 502	349 104
37	62 568	360	62 208	387 992	389 984	387 293	350 401
38	57 102	229	56 873	383 594	385 653	383 260	350 603
39	47 754	140	47 614	378 173	380 296	378 156	348 380
35–39	**314 163**	**1 768**	**312 395**	**1 939 616**	**1 949 579**	**1 935 891**	**1 753 610**
40	46 074	165	45 909	367 456	369 666	367 814	342 834
41	30 990	73	30 917	373 847	376 166	374 604	350 816
42	27 342	55	27 287	372 651	375 087	373 710	357 594
43	18 134	41	18 093	368 585	371 142	369 886	355 777
44	11 822	10	11 812	356 870	359 545	358 426	348 979
40–44	**134 362**	**344**	**134 018**	**1 839 409**	**1 851 606**	**1 844 440**	**1 756 000**
45	7 428	12	7 416	347 431	350 218	349 237	343 094
46	3 842	3	3 839	348 495	351 387	350 513	346 568
47	1 775	3	1 772	333 107	336 109	335 326	333 287
48	919	3	916	319 380	322 498	321 791	320 845
49	435	1	434	312 580	315 809	315 173	314 683
45–49	**14 399**	**22**	**14 377**	**1 660 993**	**1 676 021**	**1 672 040**	**1 658 477**
50	232	1	231	294 469	297 821	297 237	297 002
51	95	—	95	283 617	287 116	286 592	286 462
52	81	—	81	277 717	281 397	280 952	280 900
53	57	—	57	266 613	270 488	270 085	270 037
54	62	1	61	267 789	271 859	271 482	271 448
50–54	**527**	**2**	**525**	**1 390 205**	**1 408 681**	**1 406 348**	**1 405 849**

liana (1930-1932), *ottenuti con vari procedimenti.*

$+v'-k_p'-$ $-v_p'+$ $\sqrt{2}(s+p''+$ $v_p''-d_k-$ $-v''-d_v-$ $-p)$	$S_1(x)=$ $\frac{(2)}{(5)}$	$S_2(x)=$ $\frac{(2)}{(6)}$	$S_3(x)=$ $\frac{(4)}{(7)}$	$S_4(x)=$ $\frac{(4)}{(8)}$	$S_5(x)=$ $\frac{(2)}{(9)}$	$S_6(x)=$ $\frac{(2)}{(8)}$
(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
2 647	0,2313	0,2311	0,2694	0,3006	0,2346	0,5708
7 364	0,3043	0,3038	0,2329	0,2758	0,3175	0,6146
17 545	0,3785	0,3778	0,3010	0,3591	0,4026	0,6830
32 648	0,4823	0,4814	0,4381	0,5590	0,5332	0,9359
54 533	0,5209	0,5196	0,5311	0,7221	0,6030	1,0839
114 737	**0,4703**	**0,4693**	**0,4503**	**0,5827**	**0,5257**	**0,9399**
87 524	0,5401	0,5386	0,5920	0,8118	0,6415	1,0891
128 709	0,4573	0,4561	0,4657	0,6288	0,5588	0,8066
175 471	0,4530	0,4518	0,4536	0,5804	0,5460	0,6952
210 248	0,4209	0,4197	0,4266	0,5501	0,5170	0,6296
237 524	0,4130	0,4118	0,4213	0,5379	0,5080	0,5926
839 476	**0,4439**	**0,4418**	**0,4499**	**0,5840**	**0,5399**	**0,6922**
268 669	0,3603	0,3592	0,3633	0,4570	0,4419	0,4918
297 166	0,3346	0,3336	0,3343	0,4083	0,4021	0,4312
308 746	0,3133	0,3123	0,3137	0,3793	0,3739	0,3946
321 885	0,2915	0,2905	0,2914	0,3472	0,3439	0,3578
336 653	0,2524	0,2514	0,2517	0,2955	0,2938	0,3027
533 119	**0,3083**	**0.3073**	**0.3080**	**0.3720**	**0.3674**	**0.3892**
344 325	0,2745	0,2735	0,2737	0,3154	0,3140	0,3215
356 301	0,2219	0,2210	0,2212	0,2570	0,2561	0,2611
357 663	0,2406	0,2396	0,2397	0,2719	0,2712	0,2755
362 271	0,2050	0,2041	0,2048	0,2332	0,2321	0,2352
367 415	0,2021	0,2012	0,2016	0,2262	0,2255	0,2279
787 975	**0,2284**	**0,2275**	**0,2277**	**0,2599**	**0,2591**	**0,2634**
358 556	0,1888	0,1879	0,1879	0,2110	0,2107	0,2127
352 190	0,1827	0,1818	0,1822	0,2027	0,2021	0,2039
353 111	0,1613	0,1604	0,1606	0,1775	0,1772	0,1786
352 986	0,1489	0,1481	0,1484	0,1622	0,1618	0,1629
350 513	0,1263	0,1256	0,1259	0,1367	011362	0,1371
767 356	**0,1620**	**0,1611**	**0,1614**	**0,1781**	**0,1778**	**0,1792**
344 705	0,1254	0,1246	0,1248	0,1339	0,1337	0,1344
352 360	0,0829	0,0824	0,0825	0,0881	0,0879	0,0883
358 973	0,0734	0,0729	0,0730	0,0763	0,0762	0,0765
357 033	0,0492	0,0489	0,0489	0,0509	0,0508	0,0510
350 092	0,0331	0,0329	0,0330	0,0338	0,0338	0,0339
763 163	**0,0730**	**0,0726**	**0,0727**	**0,0763**	**0,0762**	**0,0765**
344 075	0,0214	0,0212	0,0212	0,0216	0,0216	0,0216
347 439	0,0110	0,0109	0,0110	0,0111	0,0111	0,0111
334 069	0,0053	0,0053	0,0053	0,0053	0,0053	0,0053
321 552	0,0029	0,0028	0,0028	0,0029	0,0029	0,0029
315 319	0,0014	0,0014	0,0014	0,0014	0,0014	0,0014
662 454	**0,0087**	**0,0086**	**0,0086**	**0,0087**	**0,0087**	**0,0087**
297 589	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
286 984	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
281 343	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
270 440	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
271 826	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
408 182	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004

di matrimonio, secondo classi annuali di età della madre, fornitaci direttamente, come si è già ricordato, dall'Istituto Centrale di Statistica.

4. Risultati ottenuti. — I saggi di fecondità matrimoniale ottenuti in base alle formule da (52) a (56) sono riportati nella successiva Tavola F. Onde rendere più facile il confronto, si sono costruiti i diagrammi qui uniti, corrispondenti a tali saggi, esclusi quelli $S_2(x)$, calcolati secondo la (53), che di poco differiscono dai saggi $S_1(x)$ della (52). Al fine di perequare i tassi grezzi, si è eseguita una interpolazione grafica badando che per ogni curva ai saggi perequati corrispondesse un numero complessivo di parti uguale a quello effettivo.

È evidente dai diagrammi come, anche sui saggi di fecondità della popolazione generale, sia notevole l'effetto dovuto al considerare, nel calcolo delle durate medie di esposizione al rischio, eliminate per un certo numero di mesi le donne subito dopo il parto ; e come col non tener conto di tale circostanza si vengano a ridurre le differenze tra i saggi di eliminazione relativi alle successive classi di età (curva $S_4(x)$ a confronto della $S_3(x)$ e curva $S_5(x)$ a confronto della $S_1(x)$).

Se non si tiene conto invece dell'altra circostanza, ossia che le spose a prescindere dai parti nei primi nove mesi di matrimonio entrano in osservazione nove mesi dopo le nozze, si ottiene solo un lieve abbassamento dei saggi in corrispondenza dell'età 19-20 (curva $S_3(x)$ a confronto della $S_1(x)$) e, anzi, un innalzamento nelle età precedenti ; contrariamente a quanto osservato dal Gini nell'indagine sulle famiglie regnanti e dell'alta nobiltà.

Ciò indubbiamente è dovuto al fatto dei concepimenti prenuziali che, mentre nelle coniugate osservate dal Gini sono nulli o quanto meno trascurabili [1] ; nella popolazione generale raggiungono, nelle prime classi di età, un numero relativamente elevato (circa il 38 % tra 15 e 19 anni). Le curve dei saggi di eliminazione $S_3(x)$ e $S_4(x)$ hanno, per tanto, una forma non molto diversa dalla curva dei saggi $S_1(x)$ (corrispondenti rispettivamente alle curve C, D, A dell'indagine sulle case sovrane, ecc.) [2] ; e

(1) C. Gini, *Su la curva della fecondità* ecc., op. cit., pag. 3.

(2) C. Gini, *Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit., pag. 25.

sia queste tre curve come quella dei saggi $S_5(x)$ presentano tutte il massimo verso i 20 anni.

D'altra parte, la curva di fecondità matrimoniale della popolazione generale non cambia sostanzialmente di forma, allorchè, come si è fatto nel calcolo di $S_6(x)$, si considerano i parti nei primi

TAVOLA F'.

Confronto tra saggi (perequati) di fecondità matrimoniale ottenuti con vari procedimenti.

ETÀ	popolazione italiana 1930-32				famiglie sovrane, dell'alta nobiltà		
	$S_1(x)$ (1)	$S_3(x)$ (2)	$S_4(x)$ (3)	$S_6(x)$ (4)	A (5)	C (6)	D (7)
15	0,233	0,250	0,286	0,570			
16	0,303	0,258	0,296	0,610			
17	0,387	0,318	0,376	0,700			
18(1)	0,475	0,439	0,561	0,918	0,2615	0,6876	1,1564
19	0,526	0,536	0,727	1,080	0,3240	0,6540	1,1126
20	0,529	0,573	0,797	1,070	0,3876	0,5898	1,0140
21	0,475	0,486	0,645	0,823	0,4042	0,5118	0,8842
22	0,444	0,445	0,582	0,707	0,3845	0,4460	0,7524
23	0,424	0,417	0,549	0,630	0,3478	0,3878	0,6318
24	0,401	0,395	0,513	0,566	0,3196	0,3514	0,5372
25	0,369	0,371	0,468	0,490	0,2960	0,3220	0,4786
26	0,336	0,344	0,416	0,436	0,2744	0,2962	0,4296
27	0,310	0,316	0,373	0,395	0,2556	0,2700	0,3840
28	0,286	0,290	0,340	0,351	0,2360	0,2442	0,3308
29	0,269	0,272	0,312	0,321	0,2178	0,2200	0,2876
30	0,251	0,255	0,292	0,295	0,1992	0,1994	0,2514
31	0,237	0,239	0,273	0,273	0,1812	0,1760	0,2208
32	0,225	0,226	0,256	0,256	0,1638	0,1558	0,1906
33	0,213	0,213	0,240	0,240	0,1438	0,1360	0,1638
34	0,202	0,201	0,226	0,226	0,1276	0,1198	0,1416
35	0,191	0,189	0,210	0,210	0,1115	0,1054	0,1214
36	0,180	0,176	0,197	0,197	0,0960	0,0916	0,1040
37	0,166	0,162	0,179	0,179	0,0814	0,0780	0,0878
38	0,150	0,147	0,163	0,163	0,0676	0,0662	0,0724
39	0,132	0,130	0,142	0,142	0,0558	0,0548	0,0594
40	0,113	0,113	0,124	0,124	0,0442	0,0440	0,0470
41	0,092	0,091	0,100	0,100	0,0344	0,0342	0,0358
42	0,069	0,069	0,074	0,074	0,0260	0,0246	0,0256
43	0,049	0,050	0,051	0,051	0,0182	0,0161	0,0166
44	0,034	0,034	0,034	0,034	0,0112	0,0096	0,0102
45	0,021	0,021	0,021	0,021	0,0058	0,0058	0,0062
46	0,011	0,011	0,011	0,011	0,0032	0,0038	0,0040
47	0,005	0,005	0,005	0,005	0,0022	0,0020	0,0022
48	0,002	0,002	0,002	0,002			
49	0,001	0,001	0,001	0,001			

(1) Età 16–18 per le colonne (5), (6), (7).

nove mesi di matrimonio come se fossero avvenuti alla fine del nono mese: il forte innalzamento dei saggi che si consegue, non riesce a spostare il massimo della curva che sale dalla età minima considerata, 15 anni, all'età 19, verso tale massimo, con notevole rapidità. Con i saggi $S_6(x)$, si tende ad esagerare la fecondità delle coniugate (Cfr. capitolo precedente, pag. 352). E però, se ciò avvenisse con intensità decrescente al crescere dell'età delle coniugate stesse; si potrebbe arguire dall'andamento della curva $S_6(x)$, come, anche a prescindere da tali esagerazioni, l'andamento della curva della fecondità matrimoniale della donna italiana secondo l'età non sia sempre decrescente al crescere dell'età.

Nella Tavola F' sono riportati i saggi perequati $S_1(x)$, $S_3(x)$, $S_4(x)$, $S_6(x)$; e, per un confronto, i corrispondenti saggi di fecondità matrimoniale delle case sovrane d'Europa, delle case

TAVOLA F''.

Saggi di fecondità matrimoniale della popolazione italiana: confronto tra i saggi ottenuti in base al calcolo dei tassi annuali (1930-1932) *e quelli determinati direttamente per classi quinquennali di età secondo il procedimento del Mukherji* (1931-1935).

ETÀ	1930 – 1932		1931 – 1935	
	$S_4(x)$ (1)	$S_6(x)$ (2)	(I) (3)	(II) (4)
15–19	0,5827	0,9399	0,7068	1,1687
20–24	0,5840	0,6922	0,5659	0,7039
25–29	0,3720	0,3892	0,3492	0,3683
30–34	0,2599	0,2634	0,2386	0,2421
35–39	0,1781	0,1792	0,1627	0,1636
40–44	0,0763	0,0765	0,0716	0,0718
45–49	0,0087	0,0087	0,0078	0,0078
15–49	0,2063	0,2203	0,1927	0,2068

(I) $\frac{N^{(x|-x+5)}}{P^{(x|-x+5)}} \cdot 12$; (II) $\frac{N^{(x|-x+5)} - 5\,\alpha^{(x|-x+5)}}{P^{(x|-x+5)} - 17{,}5\,\alpha^{(x|-x+5)}} \cdot 12$.

mediatizzate tedesche e case principesche dei vari stati, desunti dalla tabella XIII, colonne (1), (2) e (3) dell'opera citata[1].

Nella Tavola F'', invece, sono riassunti i saggi di eliminazione $S_4(x)$ e $S_6(x)$ per classi quinquennali di età, posti a raffronto con quelli calcolati nel capitolo II col procedimento del Mukherji, per il quinquennio 1931-1935.

L'esame di questa ultima tabella mette in evidenza come i saggi quinquennali calcolati col primo procedimento (colonna (3) e (4)), eccettuati quelli relativi alla classe 15-19, non si discostino molto dai saggi ottenuti successivamente (colonne (1) e (2)). I saggi della colonna (2), poi, considerati con i corrispondenti tassi annuali, confermano come non si possa arguire senz'altro dal fatto che il saggio quinquennale più alto capiti nella classe di età più giovane, che la corrispondente curva dei saggi di eliminazione annuali debba essere sempre decrescente.

Contrariamente a quanto ritenuto dal Mukherji, potrebbe darsi, quindi, che, anche per la popolazione della Francia, ove si provveda al computo dei saggi annuali secondo i criteri del Gini, si trovi per la curva della fecondità matrimoniale un andamento non sempre decrescente.

---

(1) C. Gini, *Su la determinazione dei quozienti* ecc., op. cit., pag. 25.

APPENDICE

Presenti in osservazion

ETÀ x (1)	Coniugate sopravviventi in età x nel 1931 (*G.* 155) (2)	Coniugate presenti in età $x \vdash x+1$ al 1-1-1931 (*G.* 154) (3)	$k' = (2)+(3)+(4)^C + \frac{1}{2}[(8)^C+(13)^C_{+1}-(9)^C_{-1}-(3)^B_{+1}]$ (4)	$\frac{3}{8} q^w_{x-\frac{3}{8}}$ ‰ (5)	$v' = \frac{3}{4}.(15)^C.\left[1-\frac{(5)}{1000}\right]$ (6)	$\frac{3}{8}(q^s_{x-\frac{3}{8}}+w_{x-\frac{3}{8}})$ ‰ (7)	$\frac{1}{4}(q^s_{x-\frac{1}{4}}+w_{x-\frac{1}{4}})$ ‰ (7 bis)	$\frac{3}{8} w_{x-\frac{3}{8}}$ ‰ (8)
15	507	1 821	1 499			3,0	1,77	0,9
16	2 330	5 169	5 802	2,66	5	3,0	2,00	1,1
17	6 203	13 124	15 664	2,66	23	3,2	2,10	1,2
18	15 075	24 238	32 187	2,71	41	2,9	1,82	1,1
19	30 501	40 281	59 196	2,53	100	2,8	1 89	1,2
15–19	**54 616**	**84 633**	**114 348**		**169**			
20	51 189	68 310	103 204	2,02	207	2,9	1,92	1,3
21	83 814	97 108	166 394	2,79	359	2,9	1,90	1,2
22	113 028	133 490	231 278	3,01	509	2,8	1,89	1,2
23	148 027	153 022	287 263	2,54	654	2,8	1,84	1,2
24	164 894	177 660	330 277	2,49	783	2,8	1,87	1,2
20–24	**560 952**	**629 590**	**1 118 416**		**2 512**			
25	186 818	195 429	373 500	2,58	927	2,8	1,92	1,3
26	202 907	209 306	405 342	2,56	1 054	2,9	1,93	1,3
27	215 286	207 780	417 718	2,53	1 169	2,9	1,98	1,4
28	212 332	220 715	429 226	2,49	1 274	3,0	2,03	1,5
29	224 172	216 172	437 314	2,43	1 366	3,1	2,09	1,5
25–29	**1 041 515**	**1 049 402**	**2 063 100**		**5 790**			
30	218 740	228 729	445 146	2,36	1 457	3,2	2,15	1,6
31	230 276	226 828	455 128	2,27	1 549	3,3	2,21	1,7
32	227 943	224 078	450 729	2,20	1 621	3,4	2,28	1,8
33	224 866	228 092	452 049	2,16	1 696	3,5	2,40	1,9
34	228 715	223 624	451 697	2,11	1 753	3,7	2,49	2,0
30–34	**1 130 540**	**1 131 351**	**2 254 749**		**8 076**			

(1) Indichiamo, quì e nelle successive tavole B e C, con *G.* : « *L. Galvani*, op. ci

N. B. — I numeri tra parentesi contraddistinti dalle lettere *B* e *C* si riferiscon del simbolo indicante una colonna, significa che per tale colonna, si prendono i valo

e età esatta x. (1)

TAVOLA A.

$\frac{1}{4} w_{x-\frac{1}{4}}$ ‰ (8 bis)	$k'_s = (7)^B \cdot \left[1 - \frac{(7)}{1000}\right]$ (9)	$k'_s - k'_n = (9) - -(14)^B \cdot \left[1 - \frac{(7)^{bis}}{1000}\right]$ (10)	$v'_s = (7)^B \frac{(8)}{1000}$ (11)	$v'_s - v'_n = (11) - (14)^B \cdot \frac{(8^{bis})}{1000}$ (12)	$\frac{1}{2}(q^s_{x-\frac{1}{2}} + w_{x-\frac{1}{2}})$ ‰ (13)	$\frac{1}{2} w_{x-\frac{1}{2}}$ ‰ (14)	$k'_p = (26)^B \cdot \left[1 - \frac{(13)}{1000}\right]$ (15)	$v'_p = (26)^B \cdot \frac{(14)}{1000}$ (16)
0,60	743	723	1	1	3,9	1,20	78	0
0,80	2 689	2 577	3	3	3,9	1,48	664	1
0,75	5 402	4 908	6	6	4,1	1,46	2 293	3
0,75	11 466	10 181	13	12	3,9	1,55	6 991	11
0,82	21 909	19 223	26	24	3,7	1,63	17 402	28
	42 209	**37 612**	**49**	**46**			**27 428**	**43**
0,87	35 244	31 039	46	42	3,8	1,73	33 255	56
0,85	48 934	43 457	63	58	3,8	1,72	57 658	100
0,82	42 684	36 681	54	49	3,8	1,67	72 749	122
0,82	45 996	40 010	57	52	3,7	1,65	96 944	161
0,85	41 552	36 356	53	48	3,7	1,68	110 376	186
	214 410	**187 543**	**273**	**249**			**370 982**	**625**
0,89	36 923	32 702	49	45	3,7	1,75	122 916	216
0,90	25 553	22 339	35	32	3,8	1,80	121 406	219
0,96	20 784	18 364	30	28	3,9	1,77	121 234	215
1,01	15 999	14 281	24	22	4,0	2,01	117 462	237
1,06	12 362	11 102	20	19	4,1	2,10	112 690	238
	111 621	**98 788**	**158**	**146**			**595 708**	**1 125**
1,11	9 646	8 746	16	15	4,2	2,20	101 427	224
1,16	8 792	7 962	15	14	4,3	2,29	112 470	259
1,21	6 595	6 008	12	11	4,5	2,41	93 873	227
1,30	5 758	5 255	11	10	4,7	2,52	98 652	250
1,37	4 618	4 328	9	9	4,9	2,70	87 943	239
	35 409	**32 299**	**63**	**59**			**494 365**	**1 199**

g. »; e con *S.*: « *S. Somogyi*, op. cit. pag. ».
colonne rispettivamente della Tavola B e C. L'indice + 1 o — 1, in basso a destra
corrispondenza, rispettivamente, all'età $x + 1$ o $x - 1$, anzichè x.

Presenti in osservazion

ETÀ x (1)	Coniugate sopravviventi in età x nel 1931 (*G.* 155) (2)	Coniugate presenti in età $x \vdash x+1$ al 1-1-1931 (*G.* 154) (3)	$k' = (2)+(3)+(4)^C + \frac{1}{2}[(8)^C + (13)^{C}_{+1} - (9)^{C}_{-1} - (3)^{B}_{+1}]$ (4)	$\frac{3}{8} q^w_x - \frac{3}{8}$ ‰ (5)	$v' = \frac{3}{4}.(15)^C.\left[1 - \frac{(5)}{1000}\right]$ (6)	$\frac{3}{8}\left(q^s_x - \frac{3}{8} + w_x - \frac{3}{8}\right)$ ‰ (7)	$\frac{1}{4}\left(q^s_x - \frac{1}{4} + w_x - \frac{1}{4}\right)$ ‰ (7 bis)	$\frac{3}{8} w_x - \frac{3}{8}$ ‰ (8)
35	223 832	215 350	438 514	2,10	1 825	3,8	2,62	2,1
36	215 417	211 117	425 980	2,07	1 892	4,0	2,71	2,2
37	211 007	209 502	420 308	2,05	1 954	4,2	2,82	2,3
38	209 199	204 340	413 453	2,03	2 013	4,4	2,95	2,4
39	203 908	199 613	403 521	2,03	2 079	4,5	3,08	2,6
35–39	**1 063 363**	**1 039 922**	**2 101 776**		**9 763**			
40	199 047	192 920	392 210	2,04	2 142	4,7	3,21	2,8
41	192 213	198 552	391 122	2,09	2 244	4,9	3,34	2,9
42	197 727	190 000	388 337	2,14	2 364	5,2	3,49	3,1
43	189 076	190 063	379 841	2,22	2 484	5,5	3,70	3,3
44	189 023	175 359	365 133	2,31	2 605	5,8	3,92	3,6
40–44	**967 086**	**946 894**	**1 916 643**		**11 839**			
45	174 269	178 557	353 755	2,39	2 723	6,1	4,14	3,9
46	177 415	174 855	353 127	2,54	2 827	6,5	4,36	4,1
47	173 572	162 273	336 805	2,71	2 929	6,9	4,66	4,4
48	160 964	160 717	322 782	2,87	3 041	7,4	4,96	4,7
49	159 345	155 393	315 864	3,04	3 147	7,9	5,34	5,1
45–49	**845 565**	**831 795**	**1 682 333**		**14 667**			
50	153 879	142 704	297 836	3,23	3 261	8,5	5,75	5,6
51	141 186	144 532	287 012	3,42	3 393	9,2	6,22	6,1
52	142 886	136 964	281 369	3,65	3 555	9,9	6,72	6,6
53	135 198	133 662	270 483	3,91	3 742	10,7	7,23	7,2
54	131 766	138 375	271 868	4,22	3 938	11,4	7,67	7,6
50–54	**704 915**	**696 237**	**1 408 568**		**17 889**			

Segue : TAVOLA A.

età esatta x.

$\frac{1}{4} w_x - \frac{1}{4}$	$k'_s = (7)^B \cdot \left[1 - \frac{(7)}{1000}\right]$	$k'_s - k'_n = (9) - -(14)^B \cdot \left[1 - \frac{(7)^{bis}}{1000}\right]$	$v'_s = (7)^B \frac{(8)}{1000}$	$v'_s - v'_n = (11) - (14)^B \cdot \frac{(8^{bis})}{1000}$	$\frac{1}{2}(q^s_x - \frac{1}{2} + w_x - \frac{1}{2})$	$\frac{1}{2} w_x - \frac{1}{2}$	$k'_p = (26)^B \cdot \left[1 - \frac{(13)}{1000}\right]$	$v'_p = (26)^B \cdot \frac{(14)}{1000}$
$^0/_{00}$ (8 bis)	(9)	(10)	(11)	(12)	$^0/_{00}$ (13)	$^0/_{00}$ (14)	(15)	(16)
1,47	3 913	3 658	8	8	5,1	2,90	86 292	252
1,52	3 635	3 365	8	8	5,3	3,03	78 160	238
1,60	3 113	2 931	7	7	5,5	3,12	73 111	229
1,70	2 759	2 601	7	7	5,7	3,30	64 739	215
1,80	2 371	2 272	6	6	6,0	3,50	59 002	208
	15 791	**14 827**	**36**	**36**			**361 304**	**1 142**
1,90	2 161	2 100	6	6	6,2	3,77	49 419	187
2,00	1 760	1 686	5	5	6,5	3,93	47 113	186
2,11	1 487	1 455	4	4	6,8	4,15	31 875	133
2,28	1 374	1 350	4	4	7,2	4,48	27 886	126
2,45	1 227	1 208	4	4	7,6	4,82	18 671	91
	8 009	**7 799**	**23**	**23**			**174 964**	**723**
2,62	1 067	1 063	4	4	8,1	5,17	12 121	63
2,77	943	937	4	4	8,5	5,48	7 786	43
2,99	841	839	4	4	9,0	5,85	4 020	24
3,22	757	755	4	4	9,7	6,32	1 861	12
3,50	691	691	3	3	10,4	6,86	963	7
	4 299	**4 285**	**19**	**19**			**26 751**	**149**
3,80	607	607	3	3	11,2	7,44	458	3
4,14	596	595	4	4	12,1	8,11	259	2
4,50	476	475	3	3	13,1	8,82	106	1
4,85	435	435	3	3	14,1	9,53	93	1
5,11	390	390	3	3	15,1	10,09	64	1
	2 504	**2 502**	**16**	**16**			**980**	**8**

ETÀ x	Spose in età $x-1 \mid -x$ nel 1929 (*S.* 227, *M. d. P.* pag. 86)	nel 1930 (*S.* 280)	nel 1931 (*S.* 280)	nel 1929-1931 nate negli anni 1930–x e 1931–x $\frac{(2)}{2}+(3)+\frac{(4)}{2}$	Spose in età $x-\frac{9}{12} \mid -x$ α	(5) . (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
15 . .	273	495	419	841	0,8854	74
16 . .	1 591	1 663	1 473	3 195	0,8437	2 69
17 . .	3 290	3 437	3 044	6 604	0,8205	5 41
18 . .	7 076	7 392	6 550	14 205	0,8095	11 49
19 . .	13 638	14 247	12 625	27 378	0,8025	21 97
15–19 . .	**25 868**	**27 234**	**24 111**	**52 223**		**42 33**
20 . .	22 293	23 289	20 639	44 755	0,7898	35 34
21 . .	31 479	32 883	29 157	63 201	0,7765	49 07
22 . .	28 204	29 894	27 509	57 750	0,7412	42 80
23 . .	29 781	31 543	29 029	60 948	0,7568	46 12
24 . .	27 519	28 974	26 757	56 112	0,7426	41 66
20–24 . .	**139 276**	**146 583**	**133 091**	**282 766**		**215 02**
25 . .	24 498	25 878	23 820	50 037	0,7400	37 02
26 . .	17 283	18 634	17 334	35 942	0,7130	25 62
27 . .	13 690	14 735	13 699	28 429	0,7332	20 84
28 . .	10 673	11 500	10 687	22 180	0,7235	16 04
29 . .	8 235	8 861	8 227	17 092	0,7255	12 40
25–29 . .	**74 379**	**79 608**	**73 767**	**153 680**		**111 94**
30 . .	6 532	6 978	6 473	13 480	0,7179	9 67
31 . .	5 851	6 072	5 527	11 761	0,7500	8 82
32 . .	4 562	4 731	4 299	9 162	0,7223	6 61
33 . .	3 894	4 035	3 662	7 813	0,7396	5 77
34 . .	3 166	3 276	2 966	6 342	0,7308	4 63
30–34 . .	**24 005**	**25 092**	**22 927**	**48 558**		**35 52**
35 . .	2 701	2 811	2 540	5 432	0,7231	3 92
36 . .	2 376	2 542	2 315	4 887	0,7468	3 65
37 . .	2 059	2 196	1 997	4 224	0,7400	3 12
38 . .	1 826	1 949	1 765	3 745	0,7400	2 77
39 . .	1 573	1 676	1 513	3 219	0,7400	2 38
35–39 . .	**10 535**	**11 174**	**10 130**	**21 507**		**15 85**
40 . .	1 432	1 531	1 374	2 934	0,7400	2 17
41 . .	1 181	1 233	1 133	2 390	0,7400	1 76
42 . .	998	1 044	953	2 020	0,7400	1 49
43 . .	923	967	878	1 868	0,7400	1 38
44 . .	825	866	780	1 668	0,7400	1 23
40–44 . .	**5 359**	**5 641**	**5 118**	**10 880**		**8 05**
45 . .	717	754	677	1 451	0,7400	1 07
46 . .	625	665	609	1 282	0,7400	94
47 . .	558	596	540	1 145	0,7400	84
48 . .	501	538	485	1 031	0,7400	76
49 . .	456	494	439	942	0,7400	69
45–49 . .	**2 857**	**3 047**	**2 750**	**5 851**		**4 33**
50 . .	401	433	388	827	0,7400	61
51 . .	415	420	373	814	0,7400	60
52 . .	332	336	296	650	0,7400	48
53 . .	303	308	271	595	0,7400	44
54 . .	273	276	242	534	0,7400	39
50–54 . .	**1 724**	**1 773**	**1 570**	**3 420**		**2 53**

SPOSE IN ETÀ $x \mid\!- x+1$		SPOSE IN ETÀ $x \mid\!- x+\frac{3}{12}$		PARTI DI CONIUGATE IN ETÀ $x-1 \mid\!- x$ NEI PRIMI 9 MESI DI MATRIMONIO		
nel 1932 (*S.* 280)	nel 1930-1932 nate negli 1930-x e 1931-x $s=\frac{(3)+1}{2}+(4)_{+1}+\frac{(8)}{2}$	β	(9) . (10)	nel 1930 n (B'' C'' D''' C''')	nel 1931 n (A' B' C'' B'')	$\frac{3}{8}[(12)+(13)]$
(8)	(9)	(10)	(11)	(12) (Vedi pag. 82)	(13)	(14)
1 391	3 000	0,1666	500	27	26	20
2 874	6 200	0,1944	1 205	151	150	112
6 185	13 338	0,1987	2 650	664	656	495
11 920	25 708	0,2051	5 273	1 725	1 706	1 287
19 486	42 027	0,2103	8 838	3 608	3 569	2 691
41 856	**90 273**		**18 466**	**6 175**	**6 107**	**4 605**
27 524	59 361	0,2217	13 160	5 649	5 588	4 213
27 074	55 993	0,2574	14 412	7 357	7 278	5 488
28 570	59 085	0,2443	14 434	8 075	7 961	6 014
26 334	54 461	0,2569	13 991	8 053	7 940	5 997
23 442	48 480	0,2612	12 663	6 990	6 892	5 206
132 944	**277 380**		**68 660**	**36 124**	**35 659**	**26 918**
17 182	35 242	0,2857	10 069	5 678	5 600	4 229
13 576	27 854	0,2738	7 626	4 442	4 146	3 220
10 587	21 731	0,2727	5 926	3 345	3 121	2 425
8 145	16 730	0,2745	4 592	2 375	2 216	1 722
6 405	13 164	0,2756	3 628	1 743	1 626	1 263
55 895	**114 721**		**31 841**	**17 583**	**16 709**	**12 859**
5 276	11 201	0,2727	3 055	1 244	1 161	902
4 099	8 714	0,2681	2 336	1 233	986	832
3 489	7 424	0,2666	1 979	871	696	588
2 819	6 013	0,2639	1 587	746	597	504
2 411	5 151	0,2600	1 339	431	345	291
18 094	**38 503**		**10 296**	**4 525**	**3 785**	**3 117**
2 149	4 660	0,2600	1 212	381	304	256
1 851	4 020	0,2600	1 045	448	273	271
1 632	3 555	0,2600	924	302	185	183
1 398	3 050	0,2600	793	260	159	158
1 265	2 772	0,2600	721	164	101	99
8 295	**18 057**		**4 695**	**1 555**	**1 022**	**967**
1 111	2 305	0,2600	599	101	62	61
931	1 941	0,2600	505	125	72	74
857	1 790	0,2600	465	55	32	32
756	1 591	0,2600	414	42	24	24
655	1 381	0,2600	359	31	18	19
4 310	**9 008**		**2 342**	**354**	**208**	**210**
571	1 227	0,2600	319	8	5	4
507	1 092	0,2600	284	12	4	6
454	981	0,2600	255	3	1	2
411	891	0,2600	232	3	1	2
363	786	0,2600	204	3	1	1
2 306	**4 977**		**1 294**	**29**	**12**	**15**
360	763	0,2600	198	—	—	—
286	607	0,2600	158	1	—	—
262	556	0,2600	145	1	—	—
234	497	0,2600	129	—	—	—
229	487	0,2500	122	—	—	—
1 371	**2 910**		**752**	**2**	—	—

ETÀ x (1)	PARTI DI CONIUGATE IN ETA' $x \vdash x+1$ NEI PRIMI 9 MESI DI MATRIMONIO: nel 1932 $n(A_0\,B_0\,C'\,B')$ (Tavola M, pag. 118) (15)	$\frac{5}{8}\left[\frac{(12)+1}{2}+(13)+1+\frac{(15)}{2}\right]$ (16)	$\frac{3}{4}\left(q_x^s-\frac{1}{4}+w_x-\frac{1}{4}\right)$ ‰ (17)	$\frac{3}{8}\left(q_x^s+\frac{1}{8}+w_x+\frac{1}{8}\right)$ ‰ (17*bis*)	$\frac{3}{4}w_x-\frac{1}{4}$ ‰ (18)	$\frac{3}{8}w_x+\frac{1}{8}$ ‰ (18*bis*)	$s''=[(7)+(11)]\left[1-\frac{(17)}{1000}\right]$. (19)	$s''-s_n''=(19)-[(14+16)]\left[1-\frac{(17^{bis})}{1000}\right]$. (20)	$v_{s''}=\left[(7)+(11)\right]\cdot\frac{(18)}{1000}$ (21)
15 . .	138	183	6,0	2,66	1,80	0,90	1 237	1 035	2
16 . .	602	806	6,0	3,11	2,41	1,31	3 877	2 962	9
17 . .	1 562	2 094	6,6	3,18	2,40	1,16	8 016	5 435	19
18 . .	3 274	4 381	5,6	2,77	2,32	1,16	16 678	11 026	39
19 . .	5 126	6 859	5,6	2,88	2,49	1,27	30 636	21 114	77
15–19 . .	**10 702**	**14 323**					**60 444**	**41 572**	**146**
20 . .	6 676	8 934	5,8	2,88	2,60	1,31	48 226	35 117	126
21 . .	7 720	9 911	5,7	2,84	2,57	1,27	63 126	47 772	163
22 . .	7 699	9 885	5,6	2,84	2,50	1,23	56 917	41 063	143
23 . .	6 683	8 580	5,5	2,77	2,48	1,23	59 785	45 248	149
24 . .	5 430	6 971	5,6	2,81	2,53	1,27	54 028	41 886	137
20–24 . .	**34 208**	**44 281**					**282 082**	**211 086**	**718**
25 . .	4 065	5 249	5,7	2,89	2,66	1,35	46 828	37 377	125
26 . .	3 061	3 952	5,8	2,89	2,70	1,35	33 060	25 909	90
27 . .	2 173	2 806	5,9	3,00	2,88	1,46	26 612	21 397	77
28 . .	1 594	2 059	6,1	3,08	3,03	1 54	20 513	16 744	63
29 . .	1 138	1 470	6,2	3,15	3,19	1,61	15 929	13 205	51
25–29 . .	**12 031**	**15 536**					**142 942**	**114 632**	**406**
30 . .	900	1 284	6,4	3,25	3,34	1,69	12 651	10 472	43
31 . .	636	905	6,6	3,34	3,49	1,76	11 083	9 352	39
32 . .	545	777	6,8	3,45	3,64	1,84	8 538	7 178	31
33 . .	315	449	7,1	3,60	3,86	1,95	7 313	6 363	28
34 . .	278	395	7,4	3,79	4,12	2,10	5 930	5 247	25
30–34 . .	**2 674**	**3 810**					**45 515**	**38 612**	**166**

Segue: TAVOLA B.

a l'età x *e* x + 1.

$v_{s''} - v_{s''_n} = (21) - \left[(14) + (16)\right] \cdot \frac{(18)^{b\,s}}{1000}$	PARTI DI CONIUGATE IN ETA' $x - 1 \vdash x$				$q^{s}_{x} - \frac{1}{2} + w_{x} - \frac{1}{2}$	$p'' = (26) \cdot \left[1 - \frac{(27)}{1000}\right]$	$v_{p''} = \frac{3}{4} w_{x} - \frac{1}{2} \cdot (26) \cdot (1 - \frac{3}{8} \; q^{w}_{x} + \frac{1}{8})$
	nel 1929 $p(C''''D''''E''''D'''')$ (*M. d. P.* pag. 102)	nel 1930 $p(B''\,C''\,D'''\,C''')$ (*M. d. P.* pag. 124*)	nel 1931 $p(A'\,B'\,C''\,B'')$ (*M. d. P.* pag. 58*)	nel 1929-1931 nate negli anni 1930 — x e 1931 — x $\frac{(23)}{2} + (24) + \frac{(25)}{2}$			
	(vedi pag. 78)				$^{0}/_{00}$		
(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)
2	33	35	53	78	7,8	77	0
8	323	339	332	667	7,8	662	1
16	1 115	1 172	1 148	2 303	8,5	2 283	3
32	3 398	3 571	3 498	7 018	7,9	6 963	11
65	8 456	8 887	8 704	17 467	7,4	17 338	28
123	**13 325**	**14 004**	**13 735**	**27 533**		**27 323**	**43**
109	16 159	16 984	16 636	33 382	7,7	33 125	56
143	28 018	29 447	28 843	57 878	7,7	57 432	100
123	35 551	37 365	35 774	73 027	7,6	72 472	122
131	47 365	49 781	47 662	97 294	7,5	96 564	161
122	53 884	56 633	54 223	110 686	7,4	109 966	186
628	**180 977**	**190 210**	**183 138**	**372 267**		**369 559**	**625**
112	60 060	63 124	60 437	123 373	7,5	122 448	215
80	59 586	62 626	58 904	121 869	7,6	120 943	218
69	59 507	62 543	58 826	121 709	7,8	120 760	214
57	57 661	60 603	57 000	117 934	8,0	116 991	236
47	55 325	58 147	54 690	113 154	8,2	112 226	237
365	**292 139**	**307 043**	**289 857**	**598 039**		**593 368**	**1 120**
39	49 800	52 340	49 229	101 855	8,4	100 999	223
36	55 497	58 331	53 753	112 956	8,7	111 973	258
28	46 331	48 695	44 872	94 297	9,0	93 448	226
26	48 700	51 184	47 167	99 118	9,4	98 186	249
24	43 422	45 637	42 055	88 376	9,8	87 510	238
153	**243 750**	**256 187**	**237 076**	**496 602**		**492 116**	**1 194**

ETÀ x	PARTI DI CONIUGATE IN ETA' $x \vdash x+1$ NEI PRIMI 9 MESI DI MATRIMONIO: nel 1932 $n(A_0\ B_0\ C'\ B')$ (Tavola M, pag. 118)	$\frac{5}{8}\left[\frac{(12)+1}{2}+(13)+1+\frac{(15)}{2}\right]$	$\frac{3}{4}\left(q_x^s-\frac{1}{4}+w_x-\frac{1}{4}\right)$ ‰	$\frac{3}{8}\left(q_x^s+\frac{1}{8}+w_x+\frac{1}{8}\right)$ ‰	$\frac{3}{4}w_x-\frac{1}{4}$ ‰	$\frac{3}{8}w_x+\frac{1}{8}$ ‰	$s''=[(7)+(11)]\left[1-\frac{(17)}{1000}\right]$	$s''-s_n''=(19)-[(14+16)\left[1-\frac{(17bis)}{1000}\right]$	$v_{s''}=\left[(7)+(11)\right]\cdot\frac{(18)}{1000}$
(1)	(15)	(16)	(17)	(17*bis*)	(18)	(18*bis*)	(19)	(20)	(21)
35 . .	246	388	7,7	3,98	4,43	2,25	5 100	4 459	23
36 . .	166	261	8,0	4,07	4,55	2,29	4 657	4 127	21
37 . .	143	225	8,4	4,23	4,74	2,40	4 016	3 610	19
38 . .	91	144	8,8	4,43	5,03	2,55	3 533	3 232	18
39 . .	56	88	9,2	4,62	5,33	2,70	3 074	2 888	17
35–39 . .	**702**	**1 106**					**20 380**	**18 316**	**98**
40 . .	61	103	9,5	4,86	5,68	2,89	2 744	2 581	16
41 . .	27	46	9,9	5,02	5,94	3,00	2 251	2 132	14
42 . .	20	34	10,4	5,30	6,34	3,23	1 940	1 874	12
43 . .	15	26	11,0	5,62	6,84	3,49	1 776	1 726	12
44 . .	3	6	11,6	5,96	7,37	3,75	1 574	1 549	12
40–44 . .	**126**	**215**					**10 285**	**9 862**	**66**
45 . .	4	7	12,3	6,30	7,89	4,01	1 376	1 365	11
46 . .	1	2	13,0	6,59	8,30	4,20	1 217	1 209	10
47 . .	1	2	13,8	7,12	8,96	4,62	1 087	1 083	10
48 . .	1	2	14,8	7,59	9,66	4,95	980	976	10
49 . .	—	—	15,9	8,21	10,50	5,42	887	886	9
45–49 . .	**7**	**13**					**5 547**	**5 519**	**50**
50 . .	—	—	17,3	8,84	11,40	5,87	796	796	9
51 . .	—	—	18,6	9,57	12,40	6,40	746	746	9
52 . .	—	—	20,0	10,37	13,52	6,98	613	613	8
53 . .	—	—	21,5	11,08	14,54	7,44	557	557	8
54 . .	1	—	23,0	11,71	15,33	7,81	505	505	8
50–54 . .	**1**	—					**3 217**	**3 217**	**42**

Segue: TAVOLA B.

a l'età x *e* x + 1.

$v_s'' - v_s''_n = (21) - \left[(14) + (16)\right] \cdot \frac{(18)^{b\,s}}{1000}$	PARTI DI CONIUGATE IN ETA' $x - 1 \mid - x$				$q_x^s - \frac{1}{2} + w_x - \frac{1}{2}$	$p'' = (26) \cdot \left[1 - \frac{(27)}{1000}\right]$	$v_{p''} = \frac{3}{4} w_x - \frac{1}{2} \cdot (26) \cdot \left(1 - \frac{3}{8} q_{x+\frac{1}{8}}^w\right)$
	nel 1929 $p(C''''D''''E''''D'''')$ (*M. d. P.* pag. 102)	nel 1930 $p(B''\,C''\,D'''\,C''')$ (*M. d. P.* pag. 124*)	nel 1931 $p(A'\,B'\,C''\,B'')$ (*M. d. P.* pag. 58*)	nel 1929-1931 nate negli anni 1930 — x e 1931 — x $\frac{(23)}{2} + (24) + \frac{(25)}{2}$			
	(vedi pag. 78)						
(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	$^0/_{00}$ (27)	(28)	(29)
22	42 615	44 789	41 274	86 734	10,2	85 849	251
20	38 651	40 623	37 255	78 576	10,6	77 743	237
18	36 162	38 007	34 855	73 515	11,0	72 706	228
17	32 027	33 661	30 870	65 110	11,5	64 361	214
16	29 198	30 688	28 143	59 358	12,0	58 646	207
93	**178 653**	**187 768**	**172 397**	**363 293**		**359 305**	**1 137**
16	24 460	25 708	23 577	49 727	12,5	49 105	186
14	23 189	24 372	22 909	47 421	13,1	46 800	185
12	15 693	16 494	15 505	32 093	13,7	31 653	133
12	13 735	14 436	13 570	28 088	14,5	27 681	126
12	9 200	9 669	9 089	18 814	15,3	18 526	91
66	**86 277**	**90 679**	**84 650**	**176 143**		**173 765**	**721**
11	5 974	6 279	5 903	12 218	16,2	12 020	63
10	3 877	4 075	3 679	7 853	17,1	7 719	43
10	2 003	2 105	1 900	4 057	18,1	3 984	24
10	928	975	880	1 879	19,4	1 843	12
9	481	506	456	973	20,8	953	7
50	**13 263**	**13 940**	**12 818**	**26 980**		**26 519**	**149**
9	229	240	216	463	22,5	453	3
9	130	137	120	262	24,3	256	2
8	53	56	49	107	26,2	104	1
8	47	49	43	94	28,2	91	1
8	32	34	30	65	30,2	63	1
42	**491**	**516**	**458**	**991**		**967**	**8**

ETÀ x	PARTI DI CONIUGATE IN ETÀ $x \mid\!- x+1$		CONIUGATE MORTE IN ETÀ $x \mid\!- x+1$			
	nel 1932 (*M. d. P.* pag. 45* e 45)	nel 1930–1932 nate negli anni 1930 — x e 1931 — x $p = \frac{(24)^{B}_{+1}}{2} + (25)^{B}_{+1} + \frac{(2)}{2}$	nel 1930 nate nell'anno 1930–x (*G.* 142)	nel 1931 (*G.* 144)	nel 1932 nate nell'anno 1931–x (*G.* 146)	$d_k =$ (4)+(5)+(6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
15	239	621	3	7	3	1
16	1 208	2 338	9	23	8	4
17	3 561	7 064	27	65	21	11
18	8 522	17 408	59	96	37	19
19	15 508	32 882	98	171	82	35
15–19	**29 038**	**60 313**	**196**	**362**	**151**	**70**
20	25 162	56 147	157	284	122	56
21	34 937	71 925	234	405	195	83
22	46 498	95 802	314	568	246	1 12
23	52 331	108 705	346	649	297	1 29
24	57 342	120 670	403	696	321	1 42
20–24	**216 270**	**453 249**	**1 454**	**2 602**	**1 181**	**5 23**
25	56 990	118 712	443	814	383	1 64
26	58 774	119 485	491	823	403	1 71
27	56 293	115 448	442	880	409	1 73
28	53 835	110 681	493	901	409	1 80
29	47 017	98 907	460	856	463	1 77
25–29	**272 909**	**563 233**	**2 329**	**4 274**	**2 067**	**8 67**
30	50 414	108 125	513	958	424	1 89
31	44 068	91 254	453	991	442	1 88
32	48 508	97 013	492	901	484	1 87
33	38 448	84 098	524	1 012	469	2 00
34	38 345	82 841	529	1 051	497	2 07
30–34	**219 783**	**463 331**	**2 511**	**4 913**	**2 316**	**9 74**
35	35 955	75 544	525	975	487	1 98
36	34 673	71 195	551	996	502	2 04
37	29 735	62 568	553	1 026	490	2 06
38	27 229	57 102	537	986	521	2 04
39	22 647	47 754	528	1 045	523	2 09
35–39	**150 239**	**314 163**	**2 694**	**5 028**	**2 523**	**10 24**
40	21 958	46 074	547	1 032	499	2 07
41	14 476	30 990	507	1 071	472	2 05
42	13 109	27 342	554	1 102	525	2 18
43	8 421	18 134	542	1 071	488	2 10
44	5 559	11 822	508	1 087	537	2 13
40–44	**63 523**	**134 362**	**2 658**	**5 363**	**2 521**	**10 54**
45	3 422	7 428	588	1 022	515	2 12
46	1 780	3 842	561	1 145	503	2 20
47	815	1 775	541	1 101	589	2 23
48	420	919	573	1 078	551	2 20
49	198	435	540	1 183	544	2 26
45–49	**6 635**	**14 399**	**2 803**	**5 529**	**2 702**	**11 03**
50	87	232	589	1 133	622	2 34
51	37	95	586	1 180	577	2 34
52	27	81	651	1 253	643	2 54
53	19	57	649	1 341	630	2 62
54	25	62	699	1 389	625	2 71
50–54	**195**	**527**	**3 174**	**6 296**	**3 097**	**12 56**

eliminate per parto, tra l'età x e x + 1. TAVOLA C.

CONIUGATE EMIGRATE IN ETÀ $x \mid\!- x+1$				NUOVE VEDOVE IN ETÀ $x-1 \mid\!- x$			
nel 1930 (S. 290) (8)	nel 1931 (S. 290) (9)	nel 1932 (S. 290) (10)	$e_k = \frac{(8)}{2} + (9) + \frac{(10)}{2}$ (11)	nel 1929 (*M. d. P.* pag. 138) (12)	nel 1930 (G. 153) (13)	nel 1931 (G. 153) (14)	nel 1929-1931 nate negli anni 1930—x e 1931—x $\frac{(12)}{2} + (13) + \frac{(14)}{2}$ (15)
—5	—6	—2	—10	—	—	—	—
4	30	1	32	5	5	—	7
16	85	16	101	16	15	15	31
—103	195	37	163	27	26	30	54
—24	613	118	660	67	65	70	134
—112	**917**	**170**	**946**	**115**	**111**	**115**	**226**
351	391	209	671	146	140	126	276
424	473	253	812	260	240	220	480
478	534	281	913	364	336	324	680
733	818	436	1 402	465	430	425	875
730	814	436	1 397	552	510	520	1 046
2 716	**3 030**	**1 615**	**5 195**	**1 787**	**1 656**	**1 615**	**3 357**
383	1 136	402	1 528	654	605	615	1 239
386	1 178	415	1 579	748	685	700	1 409
272	997	350	1 308	828	760	775	1 562
346	1 189	418	1 571	901	827	850	1 703
242	988	344	1 281	965	885	915	1 825
1 629	**5 488**	**1 929**	**7 267**	**4 096**	**3 762**	**3 855**	**7 738**
385	1 305	361	1 678	1 027	942	980	1 946
134	832	203	1 001	1 095	1 000	1 045	2 070
208	959	246	1 186	1 144	1 045	1 100	2 167
239	951	253	1 197	1 196	1 092	1 150	2 265
246	1 055	275	1 315	1 237	1 130	1 190	2 343
1 212	**5 102**	**1 338**	**6 377**	**5 699**	**5 209**	**5 465**	**10 791**
—3	1 147	199	1 245	1 288	1 175	1 240	2 439
—122	783	104	774	1 346	1 215	1 280	2 528
—67	808	123	836	1 391	1 255	1 320	2 611
—92	800	114	811	1 429	1 290	1 370	2 689
—96	720	100	722	1 474	1 330	1 420	2 777
—380	**4 258**	**640**	**4 388**	**6 928**	**6 265**	**6 630**	**13 044**
—86	605	115	620	1 518	1 370	1 464	2 861
—161	313	39	252	1 590	1 432	1 540	2 997
—189	359	45	287	1 676	1 510	1 620	3 158
—134	393	62	357	1 765	1 590	1 692	3 319
—112	317	48	285	1 854	1 670	1 770	3 482
—682	**1 987**	**309**	**1 801**	**8 403**	**7 572**	**8 086**	**15 817**
—150	561	47	510	1 938	1 745	1 850	3 639
—132	404	28	352	2 009	1 815	1 920	3 779
—171	341	9	260	2 080	1 880	1 990	3 915
—124	356	23	305	2 159	1 950	2 075	4 067
—126	282	12	225	2 230	2 015	2 155	4 208
—703	**1 944**	**119**	**1 652**	**10 416**	**9 405**	**9 990**	**19 608**
—140	376	19	316	2 311	2 088	2 239	4 363
—147	213	—8	135	2 420	2 170	2 320	4 540
—132	206	—4	138	2 537	2 275	2 427	4 757
—84	234	12	198	2 665	2 390	2 575	5 010
—74	272	22	246	2 805	2 515	2 710	5 273
—577	**1 301**	**41**	**1 033**	**12 738**	**11 438**	**12 271**	**23 943**

ETÀ x	NUOVE VEDOVE IN ETÀ $x \vdash x+1$ nel 1932 (*G.* 153)	nel 1930-1932 nate negli anni 1930—x e 1931—x $v = \frac{(13)+1}{2} + (14)+1 + \frac{(16)}{2}$	$\frac{3}{4}\, q^{w}_{x} - \frac{1}{4}$ ‰	$v'' = \left[\frac{3}{4}(15) + \frac{1}{4}(17)\right] \cdot \left[1 - \frac{(18)}{1000}\right]$
(1)	(16)	(17)	(18)	(19)
15	5	5	5,33	1
16	10	27	5,33	12
17	30	58	5,33	38
18	60	133	5,44	74
19	141	266	4,97	166
15–19	**246**	**489**		**291**
20	242	461	3,90	321
21	340	662	5,96	523
22	435	852	5,85	719
23	530	1 040	4,99	911
24	620	1 228	5,02	1 087
20–24	**2 167**	**4 243**		**3 561**
25	710	1 397	5,17	1 273
26	795	1 553	5,11	1 438
27	880	1 704	5,05	1 590
28	950	1 832	4,97	1 725
29	1 010	1 956	4,84	1 849
25–29	**4 345**	**8 442**		**7 875**
30	1 070	2 080	4,69	1 970
31	1 125	2 185	4,53	2 090
32	1 176	2 284	4,39	2 186
33	1 220	2 365	4,30	2 280
34	1 260	2 458	4,22	2 362
30–34	**5 851**	**11 372**		**10 888**
35	1 305	2 540	4,20	2 454
36	1 346	2 620	4,14	2 540
37	1 400	2 715	4,07	2 626
38	1 450	2 810	4,05	2 707
39	1 495	2 897	4,05	2 796
35–39	**6 996**	**13 582**		**13 123**
40	1 570	3 041	4,10	2 894
41	1 650	3 200	4,18	3 035
42	1 730	3 352	4,31	3 192
43	1 810	3 510	4,46	3 352
44	1 890	3 668	4,62	3 512
40–44	**8 650**	**16 771**		**15 985**
45	1 968	3 812	4,82	3 663
46	2 045	3 952	5,11	3 803
47	2 125	4 112	5,45	3 942
48	2 210	4 268	5,78	4 093
49	2 290	4 428	6,13	4 238
45–49	**10 638**	**20 572**		**19 739**
50	2 400	4 605	6,51	4 395
51	2 519	4 824	6,89	4 579
52	2 650	5 095	7,37	4 806
53	2 790	5 362	7,88	5 058
54	2 920	5 623	8,53	5 314
50–54	**13 279**	**25 509**		**24 152**

l eliminate per parto tra l'età x e x + 1. — *Segue:* TAVOLA C.

$n = = \frac{8}{5} \cdot (16)^B$ (20)	$(9)^A + +(11)^B - -(19)^B - -(21)^B$ (21)	$\frac{3}{8} q_x + \frac{5}{8}$ (22)	$[(9)^B - (11)^B] \cdot \frac{(22)}{1000}$ (23)	$d_s = = (21) + (23)$ (24)	$d_v = = [(6)^A + + \frac{(17)}{4} - -(19)] + + \frac{(5)^A_{+1}}{1000} \cdot \cdot \frac{3}{4}(17)$ (25)
294	6	1,78	4	10	—
1 289	15	1,94	10	25	—
3 350	33	1,77	19	52	—
7 010	54	1,61	33	87	—
10 975	92	1,58	52	144	—
22 918	**200**		**118**	**318**	—
14 295	145	1,58	73	218	2
15 858	178	1,61	67	245	3
15 816	166	1,56	70	236	5
13 728	167	1,54	62	229	5
11 154	154	1,54	55	209	5
70 851	**810**		**327**	**1 137**	**20**
8 399	129	1,54	39	168	5
6 324	92	1,54	31	123	7
4 490	74	1,54	24	98	8
3 295	56	1,54	19	75	10
2 352	44	1,54	15	59	9
24 860	**395**		**128**	**523**	**39**
2 053	34	1,54	13	47	10
1 449	30	1,61	10	40	9
1 243	24	1,63	9	33	10
718	22	1,67	7	29	11
633	17	1,71	7	24	9
6 096	**127**		**46**	**173**	**49**
620	15	1,75	6	21	10
419	14	1,83	5	19	11
360	13	1,86	5	18	11
229	12	1,90	4	16	13
140	10	1,96	4	14	11
1 768	**64**		**24**	**88**	**56**
165	9	2,01	3	12	12
73	7	2,05	3	10	14
55	7	2,10	3	10	15
41	6	2,18	2	8	14
10	6	2,26	2	8	16
344	**35**		**13**	**48**	**71**
12	5	2,39	2	7	20
3	6	2,49	2	8	20
3	4	2,59	2	6	23
3	4	2,65	2	6	24
1	4	2,89	2	6	26
22	**23**		**10**	**33**	**113**
1	5	3,07	2	7	29
—	4	3,30	1	5	33
—	4	3,53	1	5	38
—	3	3,80	1	4	40
1	3	3,90	1	4	46
2	**19**		**6**	**25**	**186**

TAVOLA G.

Coniugati morti nel Regno durante l'anno 1929 *classificati secondo l'età propria e quella della vedova.*

ETÀ DEL MARITO	ETÀ DELLA MOGLIE												
	fino a 14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–ω	Totale
fino a 17	—	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
18–19	—	8	7	1	—	—	—	—	—	—	—	—	16
20–24	—	113	415	107	15	3	1	—	—	—	—	—	654
25–29	—	104	1 181	1 318	256	41	8	2	—	—	—	—	2 910
30–34	—	22	468	1 729	1 641	347	56	10	2	—	—	—	4 275
35–39	—	5	126	810	2 118	1 744	318	50	10	2	1	—	5 184
40–44	—	2	39	267	1 045	2 346	1 897	362	57	12	3	1	6 031
45–49	—	1	14	85	396	1 322	2 869	2 182	382	65	14	3	7 333
50–54	—	1	7	38	168	568	1 751	3 501	2 493	513	88	27	9 155
55–59	—	1	5	22	93	275	792	2 194	4 037	2 839	538	130	10 926
60–64	—	1	6	18	63	169	427	1 061	2 900	5 028	3 448	929	14 050
65–ω	—	—	24	74	165	343	704	1 427	3 485	8 446	15 656	30 927	61 251
ignota													43
TOTALI	—	**261**	**2 295**	**4 469**	**5 960**	**7 158**	**8 823**	**10 789**	**13 366**	**16 905**	**19 748**	**32017**	**121 834**

TAVOLA H

Numero relativo delle spose in età $x - \frac{9}{12} \mid - x$ *e in età* $x \mid - x + \frac{3}{12}$.

ETÀ x	(a) (1)	$\alpha = 1 - \frac{(1).1000}{12.(5)^B}$ (2)	(b) (3)	$\beta = \frac{(3).1000}{12.(9)^B}$ (4)
15	1	0,8854	6	0,1666
16	6	0,8437	14	0,1944
17	14	0,8205	31	0,1987
18	32	0,8095	64	0,2051
19	64	0,8025	106	0,2103
20	111	0,7898	157	0,2217
21	169	0,7765	172	0,2574
22	180	0,7412	173	0,2443
23	178	0,7568	168	0,2569
24	173	0,7426	152	0,2612
25	156	0,7400	120	0,2857
26	124	0,7130	92	0,2738
27	93	0,7332	72	0,2727
28	73	0,7235	57	0,2745
29	56	0,7255	43	0,2756
30	44	0,7179	36	0,2727
31	36	0,7500	28	0,2681
32	30	0,7223	24	0,2666
33	25	0,7396	19	0,2639
34	21	0,7308	15	0,2600
35	18	0,7231		
36	15	0,7468		
37	13	0,7400		
38	12	0,7400		
39	10	0,7400		

(a) superficie in mm.^{2} compresa tra la linea del diagramma del numero delle spose negli anni 1929 - 1931 in età $x - 1 \mid - x$, nate negli anni 1930 — x e 1931 — x (diagramma tracciato rappresentando tale numero in corrispondenza dell'età $x - \frac{1}{2}$, secondo le seguenti scale:

per le ordinate: 1000 spose = mm. 1
» » ascisse: l'intervallo $x \mid - x + 1$ = mm. 12), l'asse delle ascisse e le ordinate in corrispondenza dell'età $x - 1$ e $x - \frac{9}{12}$.

(b) superficie in mm.^{2} compresa tra la linea del diagramma del numero delle spose negli anni 1930 - 1932 in età $x \mid - x + 1$, nate negli anni 1930 — x e 1931 — x, l'asse delle ascisse e le ordinate in corrispondenza dell'età x e $x + \frac{3}{12}$.

TAVOLA I.

Parti legittimi secondo l'età della madre, nel quadriennio 1932-1935.

ETÀ (1)	AMMONTARE assoluto (2)	AMMONTARE relativo (3)	ETÀ (1)	AMMONTARE assoluto (2)	AMMONTARE relativo (3)
15	1 169	5,62	35	145 113	240,82
16	4 035	19,40	36	135 764	225,31
17	12 300	59,13	37	120 243	199,55
18	30 606	147,13	38	109 619	181,92
19	58 496	281,20	39	91 834	152,40
20	101 416	487,52	35–39	**602 573**	**1 000,00**
15–20	**208 022**	**1 000,00**	40	87 644	342,05
21	137 728	180,59	41	59 319	231,50
22	183 489	240,60	42	51 917	202,61
23	208 756	273,72	43	34 775	135,71
24	232 677	305,09	44	22 581	88,13
21–24	**762 650**	**1 000,00**	40–44	**256 236**	**1 000,00**
25	236 824	211,39	45	13 564	515,78
26	236 510	211,11	46	7 007	266,45
27	229 178	204,56	47	3 246	123,43
28	219 891	196,27	48	1 683	64,00
29	197 923	176,67	49	798	30,34
25–29	**1 120 326**	**1 000,00**	45–49	**26 298**	**1 000,00**
30	204 906	234,60	50	327	439,—
31	171 068	195,85	51	133	179,—
32	179 808	205,86	52	116	156,—
33	160 324	183,55	53	82	110,—
34	157 343	180,14	54	87	116,—
30–34	**873 449**	**1 000,00**	50–54	**745**	**1 000,—**

TAVOLA L.

Parti di nati nei primi 9 mesi di matrimonio da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima di tale matrimonio, distinti secondo la durata del matrimonio e l'età della madre al parto: 1930 (1).

ETÀ	DURATA DEL MATRIMONIO						Totale
	Parti semplici			Parti multipli			
	–7 mesi	7 mesi	8 mesi	–7 mesi	7 mesi	8 mesi	
fino a 20 . . .	13 747	1 798	3 478	94	20	38	19 175
21–24	17 890	2 967	7 579	173	76	102	28 787
25–29	7 219	1 474	4 183	109	61	98	13 144
30–34	1 984	453	1 118	46	22	39	3 662
35–39	709	171	358	15	7	15	1 275
40–44	181	27	48	3	1	1	261
45–49	13	1	7	—	—	—	21
50–ω	1	1	1	—	—	—	3
ignota	10	—	10	—	—	—	20
	41 754	**6 892**	**16 782**	**440**	**187**	**293**	**66 348**

(1) *M. d. P.* pag. 150*.

TAVOLA M.

Parti nei primi nove mesi di matrimonio avvenuti durante il 1932, *distinti secondo l'età della madre al parto* : a) *parti* ; b) *di cui da genitori che presumibilmente non ebbero figli prima dell'attuale matrimonio.*

ETÀ	b)	a)		ETÀ	b)	a)	
		Val. assol.	Val. rel.			Val. assol.	Val. rel.
(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
14	24	25	0,14	35	236	246	3,51
15	132	138	0,79	36	159	166	2,37
16	578	602	3,46	37	137	143	2,04
17	1 499	1 562	8,99	38	87	91	1,29
18	3 142	3 274	18,81	39	54	56	0,79
19	4 919	5 126	29,45	35–39	**673**	**702**	**10,—**
20	6 407	6 676	38,36	40	59	61	0,48
14–20	**16 701**	**17 403**	**100,00**	41	26	27	0,21
21	7 409	7 720	28,040	42	19	20	0,16
22	7 389	7 699	27,963	43	14	15	0,12
23	6 414	6 683	24,274	44	3	3	0,03
24	5 211	5 430	19,723	40–44	**121**	**126**	**1,00**
21–24	**26 423**	**27 532**	**100,—**	45	4	4	0,57
25	3 901	4 065	33,79	46	1	1	0,15
26	2 938	3 061	25,44	47	1	1	0,14
27	2 085	2 173	18,06	48	1	1	0,14
28	1 530	1 594	13,25	49	—	—	—
29	1 092	1 138	9,46	45–49	**7**	**7**	**1,00**
25–29	**11 546**	**12 031**	**100,—**	50	—	—	—
30	864	900	33,66	51	—	—	—
31	610	636	23,78	52	—	—	—
32	523	545	20,38	53	—	—	—
33	302	315	11,78	54	1	1	1,00
34	267	278	10,40	50–54	**1**	**1**	**1,00**
30–34	**2 566**	**2 674**	**100,—**	Totale . . .	**58 038**	**60 476**	

ZUSAMMENFASSUNG

Die Mängel, die die nach der üblichen Methode gerechneten Ehefruchtbarkeitkoeffizienten hinweisen, d. h. mit der Festsetzung des Verhältnisses zwischen den eines bestimmten Landes in einem bestimmten Jahre geschehenen legitimen Empfängnisse (Fruchtbarkeit) oder legitimen Geburten (Ergiebigkeit) und der mittleren Anzahl der in jenem Lande während des Jahres im fruchtbaren Alter bestehenden Frauen, in getrennter Weise für die verschiedenen Altersgruppen oder nicht (bestimmte Koeffizienten für fünfjährliche oder einjährliche Altersgruppe und allgemeine Fruchtbarkeit- Ergiebigkeit/koeffizienten), kommen aus der Tatsache dass man in der Rechnung folgende Umstände in Betrachtung nicht genommen hat:

a) Die Frauen (die Voreheschliessungempfängnisse ausgeschlossen) sind gewöhnlich nur neun Monaten nach der Eheschliessung dem Geburtrisiko untergestellt.

b) Die verheirateten Frauen, die kürzlich geboren haben, können nur nach viele Monaten wiedergebären.

c) Die neuen Witwen, die getrennten und rechtlich abgeschiedenen Frauen bleiben dem Geburtrisiko für einige Monaten untergestellt.

Während die Statistiker sich oft den störenden Einfluss der Voreheschliessungempfängnisse auszuschalten beschäftigt haben, haben sie gewönnlich solche Umstände vernachlässigt. Prof. Gini war es der zum ersten Mal ihre Bedeutung offenbar machte und der illustrierte, wie man bei Betrachtung solcher Umständen eine nach dem Alter gerechnete Kurve der Ehefruchtbarkeit, ganz verschieden von jener, die man nach den bestimmten auf Grund der gewöhnlichen Methode gerechneten Ehefruchtbarkeitkoeffizienten, erreichen kann.

Ginis Untersuchungen wurden, wie bekannt, über ausgewählten Stoff ausgefürt, in denen die Voreheschliessungempfängnisse keine oder fast keine Einwirkung haben, d. h. die Daten der königlichen und adligen Familien.

Auf Grund solcher Daten, wurden die mittleren Eliminationsätze, für Geburt und für die einzigen Alter, gerechnet, mit Betrachtung:

a) der verheirateten Frauen, die neun Monaten nach der Hochzeit in Beobachtung getreten sind.

b) der verheirateten Frauen, die vorläufig für ein Jahr nach dem Gebären ausgeschlossen sind.

c) der neuen Witwen, der getrennten und rechtlich abgeschiedenen Frauen, die neun Monaten nach der Eheauflösung unter Beobachtung bleiben.

Ausserdem, um die Einwirkung der Umständen unter *a*), *b*) und *c*) insbesondere bestimmen zu können, wurden folgende Sätze gerechnet:

1) Die Eliminationsätze für Empfängnis, indem man alle verheirateten Frauen vom Augenblick der Eheschliessung bis zur Eheauflösung dem Risiko untergestellt betrachtet.

2) Die Eliminationsätze für Geburt, indem man alle verheirateten Frauen seit ihrem Tod oder neun Monaten nach dem Tode des Mannes, der Ehetrennung oder Ehescheidung vom geburtrisiko ausgeschlossen betrachtet.

Nach der Untersuchung über die königlichen und adligen Familien, war es grosser Bedeutung die Tragweite der Einschaltung der Grundsätze von Gini in der Rechnung der Ehefruchtbarkeitkoeffizienten der allgemeinen Bevölkerung zu bestimmen. Die erste Anwendung, in diesem Sinne, wurde über Frankreichsdaten, für den Zeitraum 1926-1930, von A. C. Mukherji ausgeführt. Er beschränkte sich aber einen allgemeinen Koeffizient und bestimmte Koeffizienten für fünfjährige Altersgruppen zu rechnen, so dass, aus seiner Untersuchung, es unmöglich ist die Veränderungen der Ehefruchtbarkeit nach der jährlichen Vermehrung des Alters zu kennen und das Alter der grössten Fruchtbarkeit zu bestimmen.

Eine zweite Anwendung ist von unserer über italienische Daten ausgeführte Untersuchung gegeben, mit welcher, nach der entsprechend der Methode von M. ausgeführten Bestimmung des allgemeinen und der bestimmten Koeffizienten, für fünfjährige Altersgruppen, für den Zeitraum 1931-1935, die einjährige Fruchtbarkeit Koeffizienten, für den Zeitraum 1930-1932, gerechnet wurden. Diese Koeffizienten erlauben einer Kurve der Fruchtbarkeit nach dem Alter anzulangen, welche die Spitze um das Alter von zwanzig Jahren herum zeigt.

Um die Vergleichung mit Ginis Sätzen, für die königlichen und adligen Familien, machen zu können, muss man die verschiedene Bedeutung erinnern, die die Voreheschliessungempfängnisse in der Bestimmung der Ehefruchtbarkeitsätze für die ersten Alterklassen, im Falle einer allgemeinen Bevölkerung und in jenem einer königlichen und adligen Familien haben. In diesem letzten Falle ist Null oder vernachlässigbar die Einwirkung der Voreheschliessungempfängnisse, dagegen ist sie bei der allgemeinen Bevölkerung gross, weil hier, für die Altersgruppe 15-19 Jahren, das Verhältnis zwischen den Gebären in den ersten neun Monaten nach der Eheschliessung und allen Gebären ungefähr 38 % ist.

Für die allgemeine Bevölkerung, die nicht Einschaltung unter den Ausgeschlossenen infolge Geburt, derjenigen, welche in den ersten neun Monaten nach der Eheschliessung geboren haben (weil man die Bräute während solches Zeitraum nicht in Betrachtung nimmt), hat zur Folge die Ausschliessung einer grosser Menge von fruchtbaren Bräute (d. h. von derjenigen die vor Eheschliessung empfangen haben) von der Rechnung der Ausscheidekoeffizienten für junge Gruppen.

Man kann aber diese Bräute unter den Ausgeschiedenen fassen, wenn man annimmt, dass sie einen Augenblick vor den Geburt in Beobachtung getreten sind, d. h. wie wenn sie im Augenblick des Empfängnis geheiratet hätten.

Die Sätze die man in diesem zweiten Falle erlingt, geben ohne Zweifel, ein vergrössertes Mass der Fruchtbarkeit der Verheirateten. Man kann aber praktisch diese Sätze als eine Obergrenze dieser Fruchtbarkeit betrachten. Ausserdem, können diese Sätze einen genauen Begriff des Ehefrucht-

barkeitverlaufs der allgemeinen Bevölkerung geben, besonders wenn man annimmt, dass die Tendenz, die Fruchtbarkeit, in Folge der Einschliessung der von Voreheschliessungempfängnis herstammenden Gebären, vergrössern, mit der Vermehrung des Alters vermindert wird. Die für Italien, mit der Erwägung der in den ersten neun Monaten nach der Hochzeit ereigneten Gebären, gerechneten Sätze stellen in den ersten Altersgruppen gegenüber den vorhergehenden Sätze eine grosse Erhöhung vor. Gegenüber der vorhergehenden Kurve, scheint aber die Spitze der Neuen, in der Praxis, nicht nach links verschoben und deswegen ist sie von der Form der Ersten wesentlich nicht verschieden.

Diese Ergebnisse, die teilweise von der Annäherung der Rechnung beeinflusst sein können, nämlich von der einfachen Annahme, die man in der Bestimmung der Dauer des Beobachtungsrisiko einführen musste, widersprechen nicht die von Gini für die königlichen und adligen Familien erlangten Ergebnisse: Der verschiedene Verlauf der Fruchtbarkeitsätze der Frauen dieser Familien kann man, wie Prof. Gini vorschlägt, mit der Vorzeitigkeit jener Frauen erklären, die der besseren Ernährung und dem gewöhnlich städtischen Milieu (und deshalb mit niedriger Höhe) wo sie vermutlich wohnen, zu zuschreiben ist.

Diese zwei Umstände könnten teilweise auch die Verschiedenheit des Verlaufs erklären, die man in den fünfjährigen Fruchtbarkeitkoeffizienten zwischen Italien und Frankreich beobachtet; dennoch sind sie weniger betont, als diejenigen die man gegenüber den königlichen Familien anmerkt.

RÉSUMÉ

Les coefficients de fécondité matrimoniale sont généralement calculés en établissant le rapport des accouchements légitimes (fécondité) ou des naissances légitimes (fertilité) dans un certain pays et pendant une année donnée, à la moyenne des femmes mariées en âge d'être fécondées, qui existent dans ce pays pendant l'année considérée. Ce coefficient est calculé, séparément ou non, pour les diverses catégories d'âge (coefficients spécifiques pour les groupes quinquennaux ou annuels d'âge, et coéfficient générique de fécondité ou de fertilité). Ces coefficients présentent des inconvenients, du fait que dans leur calcul on ne tient pas compte des circostances suivantes :

a) les femmes, sauf pour les conceptions prénuptiales, sont en régle générale, exposées au risque d'accouchement seulement neuf mois après le mariage ;

b) les femmes mariées qui ont accouché dépuis peu ne peuvent accoucher à nouveau qu'après plusieurs mois ;

c) les veuves, les divorcées, les femmes séparées légalement restent exposées pendant un certain nombre de mois au risque d'accouchement.

Les statisticiens se sont souvent occupés d'éliminer l'influence perturbatrice des conceptions prénuptiales, mais ils ont généralement négligé les autres circonstances perturbatrices.

Le professeur GINI, le premier, a mis en évidence l'importance de ces circonstances, et il a montré comment on parvient à une courbe de la fécondité des mariages suivant les âges, sensiblement différente de celle qu'on obtient en partant des coefficients spécifiques de fécondité calculés avec la methode habituelle. Les recherches du professeur GINI ont été executées en choisissant des données où l'influence des conceptions prénuptiales est nulle, ou à peu prés négligeable : les données relatives aux familles des Maisons Royales et aux familles de la haute noblesse.

En partant de ces données on a calculé pour les différentes âges, les taux moyens d'élimination par accouchement en considérant :

a) les épouses entrées en observation neuf mois après le mariage ;

b) les femmes mariées éliminées temporairement pour un an après chaque accouchement ;

c) les veuves, les divorcées, les femmes séparées légalement soumises à l'observation encore neuf mois depuis la dissolution du mariage.

A côté de ces taux, pour établir séparement l'influence des circonstances *a*), *b*), *c*) on a calculé :

1) les taux d'élimination par conception en considérant comme exposées au risque d'accouchement toutes les femmes mariées depuis le moment des noces jusqu'à la dissolution du mariage ;

2) les taux d'élimination par conception, en considérant les femmes mariées comme éliminées du risque d'accouchement dès leur décès, ou aprés neuf mois depuis la mort de leur mari, leur séparation ou leur divorce.

L'enquête sur les familles des Maisons Royales et de la haute noblesse achevée, il était très important d'établir quelles consequences put avoir l'introduction des idées du professeur GINI dans le calcul des coefficients de fécondité matrimoniale, en considérant la population générale. Une première application a été réalisée sur les données concernant la France pour la période 1926-1930, par Monsieur A. C. Mukherji ; celui ci s'est cependant limité à calculer un coefficient général et des coefficients spécifiques pour des groupes d'âge quinquennaux, de telle sorte que son étude ne permet pas de connaître les variations de la fécondité avec l'accroissement de l'âge d'une année à l'autre, et d'établir à quel âge la fécondité atteint son maximum.

Une seconde application se trouve dans notre étude executée sur les données relatives à l'Italie. Dans notre étude aprés avoir calculé comme Monsieur M. pour la période 1931-1935, les coefficients spécifiques de fécondité pour les groupes quinquennaux, nous avons calculé entre 1930-1932 les coéfficients spécifiques pour les groupes annuels d'âge, parvenant ainsi à une courbe de la fécondité suivant les âges, courbe qui atteint son maximum autour de l'âge vingt ans.

La comparaison avec les taux calculés par le professeur GINI pour les familles des Maisons Royales et de la haute noblesse, doit être faite en tenant compte de la diverse importance dans la détermination des taux de fécondité des premiers groupes d'âge, des conceptions prénuptiales suivant qu'il s'agisse de la population générale ou des familles Royales et de la haute noblesse. Pour ces dernières elle est nulle ou du

moins négligeable, tandis que pour la population générale l'influence est considérable puisque pour les groupes d'âge 15-19, le rapport du nombre des accouchements dans les neuf premiers mois du mariage, au nombre total des accouchements est d'environ 38 pour cent.

Pour la population générale en ne comprenant pas parmi les femmes éliminées pour accouchement celles qui ont accouché dans les neuf premiers mois, épouses qu'on ne considère pas en observation pendant cette période, on détermine l'exclusion du calcul du quotient d'élimination pour les groupes jeunes d'un grand nombre d'épouses fécondes : de celles qui ont justement conçu avant le mariage.

Ces épouses, d'autre part, peuvent être comprises parmi les éliminées en supposant qu'elles sont entrées en observation un moment avant l'accouchement, comme si elles eussent contracté le mariage au moment même de la conception. Les taux obtenus de la sorte donnent sans aucun doute une mesure exagerée de la fecondité des femmes mariées, mais ils peuvent en fait, être utilisés pour établir une limite maximum de la fécon: dité en question. Ces taux peuvent être utilisés non seulement comme une limite maximum, mais aussi, surtout si on admet que la tendance à exagérer la fécondité matrimoniale, detérminée par l'inclusion des accouchements provenants des conceptions prénuptiales, soit décroissante quand l'âge croit, on peut les utiliser pour donner une idée suffisamment exacte de l'allure de la fécondité des mariages de la population générale, abstraction faite de ces exagérations.

Les taux pour l'Italie, calculés en considérant les accouchements dans les neuf premiers mois du mariage, présentent pour les premiers groupes d'âges un fort accroissement rapport aux taux annuels précédemment calculés, cependant, malgré celà, le maximum de la nouvelle courbe de fécondité rapport à celui de la courbe précédente ne se trouve pas déplacé vers la gauche ; et ainsi la forme de la deuxième courbe ne diffère pas en substance de celle de la première.

Ces résultats, qui en partie, peuvent être influencés par l'approximation du calcul, c'est à dire par les hypothèses simplificatrices qu'on a du nécessairement adopter pour évaluer les durées d'exposition, ne contredisent nullement les résultats obtenus par le professeur Gini pour les familles des Maisons Royales et de la haute noblesse : l'allure différente des taux de fécondité pour les femmes de ces familles pouvant être expliquée, comme le suggére le professeur Gini, par la précocité de ces femmes due à la meilleure alimentation et par le fait qu'on peut présumer qu'elles vivent généralement dans un milieu citadin, et donc à basse altitude. Ces deux circostances pourraient également expliquer en partie, les différences d'allure qu'on observe entre les coéfficients quinquennaux de fécondité de l'Italie et ceux de la France ; bien que ces différences soient moins accentuées que celles qu'on relève rapport aux coéfficients des familles Royales.

SUMMARY

The lack of exactness encountered in the coefficients of nuptial fecundity if measured in the usual system, i. e. by establishing a relation between legitimate pregnancies (fecundity) and legitimate births (fertility) occurred in a determinate country during the year and the average number of married women in age of effective fecundity existing in that country during that year, separately or not separately for the different classes of age (specific coefficients for quinquennial or annual classes of age and fecundity or fertility generic coefficient) are to be attributed to the fact that, in the said method of calculation, the following circumstances are not being considered :

a) women, premarital conceptions apart, are normally exposed to child-birth risk only if nine months have elapsed since the date of their marriage ;

b) married women who have recently brought forth are not exposed to the risk before several months ;

c) new-widowed, divorced or legally separated women are being exposed to child-birth risk during a certain period of months.

The most of statisticians, while troubling themselves in eliminating the perturbing influence of premarital births, have never sufficiently minded the above mentioned circumstances. Professor Gini, on the contrary, is the first, among scientists, who has made evident their importance and has proved that, by making use of the said factors, we may obtain a trend of nuptial fecundity, referred to age, remarkably different from the one obtainable when specific coefficients of fecundity are calculated in the usual way.

Professor Gini, as it is known, has availed himself in his researches, of observations collected among the royal families and the higher nobility where the influence of premarital conceptions is null or, at least, insignificant.

On the basis of such observations and taking into account the following cases, it has been possible to measure the average rates of elimination by child-birth for each single age :

a) married women fallen under observation nine months after their marriage ;

b) married women temporaneously eliminated for a period of one year after child-birth ;

c) new-widowed, divorced or legally separated women submitted to observation for a further period of nine months since the marriage dissolution.

With the aim of establishing, separately, the influence of the circumstances *a*), *b*), *c*), Professor Gini, in addition to the above rates, has also calculated :

1) the rates of elimination by conception considering all married women as exposed to the risk since their wedding-day until the marriage dissolution ;

2) the rates of elimination by child-birth considering all married women as out of the risk at the moment of their death ; or nine months after husband's death, separation or divorce.

The investigation on the royal families and the higher nobility thus having been accomplished, it was interesting to point out what importance Professor Gini's method would have had if applied to the calculation of the coefficients of fertility of marriages in relation to a general population.

A first application in this regard has been made by A. C. Mukherji upon data concerning the French population for the period 1926-1930 ; but, having Mukherji limited his measurements to generic coefficient and to specific coefficients for quinquennial groups of age, it is impossible to establish, on the basis of his researches, the changing of fecundity with the growing of age, year by year, and in what age the maximum of fecundity will be reached. Another application is represented by our own research executed upon data referred to Italy.

In this investigation we have valued, firstly the generic coefficient and the specific coefficients for quinquennial groups of age, according to Mukherji's practice, for the period 1931-1935 and, secondly, the specific coefficients of fecundity for annual classes of age for the period 1930-1932 ; we have thus obtained a trend of fecundity referred to age which reaches its maximum near the 20th year of age.

A comparison between the rates calculated by Professor Gini for the royal families and the higher nobility, is to be effected taking into consideration that premarital conceptions have a different degree of influence over the determination of the rates of fecundity for the first classes of age if they are referred to general population or to the royal families and the higher nobility. Among latters the influence of premarital conception is null or, at least, insignificant ; among general population, on the contrary, it is very remarkable. For the group of ages 15-19 the ratio of child-births occurring during the first nine months of marriage, to the total number of child-births, is 38 %. In regard to general population, the exclusion, from the number of women eliminated by confinement, of those women who have brought forth within the first nine months of marriage, in consequence of the fact that married women are not considered under observation during this period of time, will exclude from the calculation of the quotient of elimination for young classes, a great number of prolific brides and, exactly, those brides who have been fecundated before marriage.

Such brides, on the other hand, may be included among those who have been eliminated, if they are supposed as submitted to observation immediately before their child-birth ; in other words as if they had got married in the very moment of their conception. There is no doubt that the rates thus obtained are leading to an exagerate measurement of the fecundity of married women, but we may use them, practically, for determining a maximum limit of the fecundity. Moreover, if we admit that the tendency to exagerate fecundity deriving from the inclusion of child-births following the premarital conceptions is diminishing with the gro-

wing of age, the rates in question will give us a sufficiently clear idea on the development of the matrimonial fecundity of the general population, apart the above mentioned exageration. The rates for Italy, calculated by considering the child-births occurred within the first nine months of marriage will show, for the first classes of age, a very remarkable raising of the trend if compared to the preceding annual rates. Nevertheless, the top of the new fecundity trend, compared with the preceding one, does not appear practically displaced towards left ; and, therefore the second trend does not substantially differ, in its shape, from the first.

These results, which may be influenced, partially, by the approximation of the measurement, - viz. by the simple hypothesis necessarily adopted in the valuation of the periods of exposure to the risk, — do not deny the results obtained by Professor Gini for the royal families and the higher nobility ; the different development of the fecundity rates of the women belonging to these families, may be explained as Gini suggests with the precocity deriving to these women from the better feeding and the prevalently civic ambient, at a low altitude, where they are spending their life. Both circumstances might explain, in part, the differences of development observed in the quinquennial coefficients of fecundity between Italy and France, though they are less evident than those referred to royal families.

ROBERTO MOGNO

Nota su una formula approssimata per il calcolo di $n!$

È utile confrontare fra loro i valori di $n!$ che si ottengono con la formula approssimata per difetto:

$$n! \simeq n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{\frac{1}{6}} \qquad (1)$$

pubblicata nel precedente numero di questa rivista, con gli analoghi valori che si ottengono con la nota formula approssimata per eccesso:

$$n! \simeq n^n \sqrt{2\pi n}\, e^{-n+\frac{1}{12n}}. \qquad (2)$$

Posto, ad esempio, successivamente nella (1) e nella (2) $n = 5$, 10, 15, 20, ... si ottengono rispettivamente i valori approssimati qui appresso riportati:

Valori esatti di $n!$	Valori approssimati ricavati		Errori relativi	
	con la (1)	con la (2)	con la (1)	con la (2)
$5! = 120$	119.91	120.03	— 0,0008	+ 0,0002
$10! = 3.628.800$	3.628.100	3.628.855	— 0,0002	+ 0,00002
$15! = 1.307.674.368.000$	1.307.560.000.000	1.307.680.000.000	— 0,00008	+ 0,000004
$20! = 2.432.902 \times 10^{12}$ circa	$2.432.800 \times 10^{12}$ circa	$2.432.902 \times 10^{12}$ circa	— 0,00004	+ 0 circa

Dal confronto dei risultati su indicati appare che l'errore relativo che si commette applicando la (2) è inferiore all'analogo errore che si ha applicando la (1); si constata, inoltre, che le differenze tra i due errori relativi vanno diminuendo rapidamente al crescere di n.

Per quanto ora osservato, la formula (1) potrebbe sembrare priva di utilità, ove non fosse posto bene in evidenza che con essa si raggiunge lo scopo di determinare un intervallo più ristretto nel quale è compreso il vero valore di $n\,!$.

Ciò appare subito dall'essere il valore ricavato con la (1) interno all'intervallo:

$$\left(n^n\, e^{-n}\sqrt{2\,\pi\,n}\;,\; n\,!\right) \tag{3}$$

La dimostrazione che tale valore è interno all'intervallo suddetto va modificata nel modo che segue:

tale valore, per la (1) è evidentemente maggiore dell'estremo inferiore dell'intervallo (3); dimostriamo ora che è minore di $n\,!$.

Indicato con $\varphi\,(n)$ il secondo membro della (1), è sufficiente che sia verificata la relazione:

$$\frac{n\,!}{\varphi\,(n)} : \frac{(n+1)\,!}{\varphi\,(n+1)} > 1 \tag{4}$$

ossia, sostituendo in questa al posto di $\varphi\,(n)$ e $\varphi\,(n+1)$ le espressioni date dal secondo membro della (1), è sufficiente che sia verificata la:

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}} \left(\frac{1+\frac{1}{2\,(n+1)}}{1+\frac{1}{2\,n}}\right)^{\frac{1}{6}} > e \tag{5}$$

ossia, prendendo i logaritmi dei due membri, che sia verificata la:

$$f\,(n) = \left(n+\frac{1}{2}\right) log\left(\frac{n+1}{n}\right) + \frac{1}{6}\, log\left(1+\frac{1}{2\,(n+1)}\right) - \\ - \frac{1}{6}\, log\left(1+\frac{1}{2\,n}\right) > 1\,. \tag{6}$$

Tenendo ora presente che $f\,(n)$ tende all'unità al crescere di n, basterà verificare che quest'ultima è sempre decrescente. Considerando la $f\,(n)$ come funzione continua della variabile n, dovrà essere:

$$f'(n) = log\left(1+\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n\,(n+1)} - \\ - \frac{1}{6}\,\frac{1}{[2\,(n+1)+1]\,(n+1)} + \frac{1}{6}\,\frac{1}{(2\,n+1)\,n} < 0 \tag{7}$$

od anche

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{4\,n+3}{(2\,n+1)\,n\,(2\,n+3)\,(n+1)} < \frac{1}{2\,n} + \frac{1}{2\,(n+1)} - log\left(1+\frac{1}{n}\right). \tag{8}$$

Ossia, indicando il 1° ed il 2° membro di quest'ultima rispettivamente con $a(n)$ e $b(n)$ ed osservando che tanto $a(n)$ quanto $b(n)$ tendono a zero per n tendente all'∞, basterà dimostrare che per ogni valore di n la tangente alla curva rappresentativa della $a(n)$ è meno inclinata della corrispondente tangente alla curva rappresentativa della $b(n)$ cioè che:

$$0 > a'(n) > b'(n)$$

od anche che:

$$0 < -a'(n) < -b'(n)$$

Cioè, che derivando rispetto ad n ambo i membri della (8) e cambiando poi entrambe le derivate di segno, si abbia:

$$0 < -\frac{4}{3}\frac{n(n+1)}{(2n+1)(2n+3)} + \\ + \frac{1}{3}\frac{(4n+3)n(n+1)}{(2n+1)(2n+3)}\left\{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{2n+1} + \frac{2}{2n+3}\right\} < 1 \quad (9)$$

ossia, semplificando:

$$0 < (4n+3)n(n+1)\left\{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{2n+1} + \right. \\ \left. + \frac{2}{2n+3}\right\} < 4n(n+1) + 3(2n+1)(2n+3). \quad (10)$$

Eseguendo i prodotti si ottiene:

$$0 < 48n^6 + 196n^5 + 204n^4 + 212n^3 + 75n^2 + \\ + 9n < 64n^6 + 304n^5 + 548n^4 + 464n^3 + 183n^2 + 27n$$

che è evidentemente verificata per qualunque valore di n intero e positivo; ne consegue che la (3) è verificata e che quindi il valore ottenuto con la (1) è minore di $n!$.

Pubblicazioni ricevute. Publications reçues. Publications received. Erhaltene Veröffentlichungen.

Periodici — Périodiques. Periodicals — Zeitschriften.

Acqua e Gas. — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, gennaio-agosto.
Annali dell'Africa Italiana. — Anni 1939 : 1, 2, 3, 4 ; 1940 : 1, 2, 3, 4 ; 1941 : 1, 2.
Annali dell'Università d'Italia. — Anni 1939-40, nn. 1-6 ; 1940-41, nn. 1-7 ; 1941-42, nn. 1-2.
Annali di Statistica e di Economia. (Facoltà di Econ. e Comm. della R. Univ. di Genova). — Dal 1933 al 1940, volumi 8.
Archivio di Studi Corporativi. — Anni 1939, 1940, 1941, completi.
Assalto (L'). — Anni 1938, 1939, completi ; 1940, nn. 1-22, 24-26, 29-45, 47-52 ; 1941, nn. 1-9, 11-15, 18-25, 27-51 ; 1942, nn. 1-21.
Assistenza Fascista. — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, completo.
Assistenza Sociale nell'Industria (L'). — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, completo.
Atti della R. Accademia dei Georgofili. — Anno 1939, completo ; 1940, gennaio-settembre ; 1941, completo.
Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze. — Tomo XCVIII : 1938-39 ; Tomo XCIX : 1939-40 ; Tomo C : 1940-41, completi.
Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova. — Vol. 54 : 1937-38 ; Vol. 55 : 1938-39 ; Vol. 56 : 1939-40, completi.
Archivio Storico di Corsica. — Anno 1941, gennaio-marzo.
Autarchia. — Anno 1939, nn. 1-8 ; 1940, nn. 1-10.
Barometro Economico. — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, nn. 109-110.
Bollettino d'Informazioni. — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, mancano il 15 e il 16 ; 1942 : 1, 2, 3.
Bollettino delle Malattie Infettive del Regno. — Anno 1939, completo ; 1940, manca il n. 50 ; 1941, nn. 1-49.
Bollettino Mensile del Banco di Sicilia. — Anni 1939, 1940, 1941, completi.
Bollettino mensile (Cons. Prov. delle Corporazioni Perugia). — Anno 1939, gennaio-luglio ; 1940, dicembre ; 1941, gennaio-novembre.
Bollettino Mensile delle Compagnie di Navigazione. — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, gennaio-novembre.
Bollettino di Statistica Agraria e Forestale (Ist. Centr. di Statistica del Regno d'Italia). — Anno 1939, gennaio-ottobre.

Bollettino Mensile di Statistica del Comune di Milano. — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, gennaio-luglio.
Bollettino di Notizie Economiche. — Anni 1939-1940-1941, completi.
Bollettino Sanitario del Bestiame (Ministero dell'Interno). — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, nn. 1-21.
Bollettino Statistico Mensile per la Provincia di Milano. — Anno 1939, gennaio-agosto, ottobre-novembre ; 1941, gennaio-settembre.
Bollettino Statistico del Ministero dei Lavori Pubblici. — Anno 1939, gennaio-marzo, ottobre-dicembre.
Bollettino Statistico Trimestrale (Federazione tra le casse di risparmio del Piemonte). — Anni 1936, 1937, 1938, completi ; 1939, gennaio-giugno.
Bollettino Ufficiale dei prezzi all'ingrosso. — Anni 1938, 1939, 1940, completi ; 1941, nn. 1-11.
Bollettino Ufficiale - Legislazione e Disposizioni Ufficiali (Ministero delle Finanze - Direzione Generale delle Tasse sugli Affari). — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, nn. 1-19, 21, 24, 25.
Bollettino Ufficiale (Ministero delle Finanze - Direzione Generale delle Dogane e Imposte dirette). — Anni 1939, 1940, 1941, completi ; 1941, nn. 1-14.
Bollettino di Legislazione Scolastica e Comparata. — Anno 1941, completo ; 1942, n. 2.
Bollettino delle Pubblicazioni ricevute e Rassegna delle Riviste. — Anno 1941, gennaio-agosto.
Commercio. — Anni 1939, 1940, 1941, completi.
Corriere del Danubio (Il). — Anni 1939, 1940, 1941, completi ; 1942, nn. 1-5.
Economia. — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, gennaio-ottobre.
Economia Nazionale (L'). — Anno 1939, completo ; 1940, gennaio-luglio.
Famiglia Fascista. — Anno 1941, n. 4.
Gerarchia. — Anno 1939, nn. 9-12 ; 1940, 1941, completi ; 1942, nn. 1-3.
Giornale di Agricoltura della Domenica. — Anni 1939, 1940, 1941, completi ; 1942, nn. 1-3, 5-8, 10.
Giornale Economico (Il). — Anni 1939, 1940, completi ; 1941, gennaio-agosto
Giornale degli Economisti e Annali di Economia. — Anno 1939, completo ; 1940, completo ; 1941, completo.
Imposte di Consumo (Ministero delle Finanze). — Anno 1938, completo.
Istituto Naz. Fasc. per il Commercio Estero « Informazioni Commerciali ». — Anni 1939, 1940, 1941, completi ; 1942, nn. 1-12.
Informundus - Agricoltura e Foreste. — Anno 1940, nn. 4-8, 11, 13-16, 26-31 33-34, 36-37, 41-47 ; 1941, nn. 1-13 ; 1942, nn. 2-3.
L'Assicurazione. — Anni 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, completi ; 1941, nn. 1-22.
La Proprietà Edilizia Italiana. — Anni 1939, 1940, 1941, completi ; 1942, nn. 1-12.
Le Vie d'Italia. — Anno 1941, completo ; 1942, gennaio.
L'energia elettrica. — Anno 1939, nn. 3, 4, 9, 12; 1940, nn. 1, 4; 1941, n. 2.
L'Industria Mineraria d'Italia e d'Oltre Mare. — Anno 1941, gennaio
Notiziario Demografico. — Anno 1939, completo ; 1940 bimestrale : completo ; 1941 bimestrale : manca n. 4 ; 1942 trimestrale : n. 1.

Notiziario Economico dell'U.R.S.S. — Anno 1939, nn. 1-14.
Notiziario Economico (Cons. Prov. delle Corporazioni di Torino). — Anno 1941, nn. 11, 12, 14, 15, 19, 20, 21, 22.
Numeri indici dei prezzi all'ingrosso. — Anno 1939, nn. 1-35.
Numeri indici mensili della produzione industriale. — Anno 1937, nn. 1-6; 1938, completo; 1939, gennaio-giugno.
Nuova Rassegna Internazionale del Lavoro. — Anno 1941, nn. 1-4.
Organizzazione Industriale (L'). — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, nn. 1-20.
Organizzazione Scientifica del Lavoro. — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, gennaio-febbraio.
Rassegna Economica (Banco di Napoli). — Anni 1939, 1940, completi; 1941, gennaio-giugno, agosto-dicembre; 1942, gennaio-febbraio.
Rassegna del mercato dei carboni. — Anno 1940, completo; 1941, fino al n. 122.
Rassegna Quindicinale dell'Agricoltura. — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, nn. 1-4.
Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. — Anni 1939, 1940, completi; 1941, vol. LXXIV, fasc. 1.
Rassegna Economica (Gorizia). — Anno 1941, nn. 5, 6.
Rendiconti del Seminario della Facoltà di Scienze della R. Università di Cagliari. — Anno 1939, gennaio-settembre; 1940, gennaio-giugno, ottobre-dicembre.
Rivista Bancaria. — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, n. 1.
Rivista di Diritto Penitenziario. Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, gennaio-aprile.
Rivista Internazionale di Scienze Sociali. — Anni 1939, 1940, completi; 1941, gennaio-luglio, settembre, novembre-dicembre.
Rivista Mensile del Provveditorato al Porto di Venezia. — Anni 1939, 1940, completi; 1941, gennaio-agosto, ottobre-novembre.
Rivista di Politica Economica. — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, gennaio.
Rivista di Giurisprudenza del Lavoro. — Anni 1940, 1941, completi.
Rivista Italiana di Sociologia. — Anni 1939, 1940, completi.
Rivista Internazionale di Filosofia Politica e Sociale. — Anno 1941, completo.
Scientia. — Anni 1939, 1940, completi; 1941, gennaio-giugno, settembre-dicembre.
Sul Mare. — Anni 1939, 1940, completi; 1941, gennaio, giugno-dicembre.
Supplemento Statistico ai Nuovi Problemi di Politica, Storia ed Economia. — Anno 1939, completo; 1940, gennaio-marzo; 1941, gennaio-giugno.
Studi Economici Finanziari Corporativi. — Anno 1941, nn. 1, 2, 3.
Svastica (La). — Anno 1941-42, nn. 32-40.
Tempo (Il). — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, n. 1.
Textilia - Le Industrie Tessili. — Anni 1939, 1940, 1941, completi; 1942, n. 1.
Vita Universitaria. — Anni 1939-40, 1940-41, completi; 1941-42, nn. 4-10.
Allgemeines statistisches Archiv (Jena). — Jahrg. 1939, Heft 1.
Archiv für mathematische Wirtschafts-und Sozialforschung (Stuttgart-Berlin). — Jahrg. 1941, H. 1-3.

Archiv für Wirtschafts-Planung (Berlin). — Jahrg. 1941, Heft 1.
Berliner Wirtschaftsberichte. — Jahrg. 1939, Hefte 1-12.
Deutsches statistisches Zentralblatt (Leipzig). — Jahrg. 1939, Hefte 1-6.
Deutsche Zukunft (Berlin). — Jahrg. 1939, Hefte 50-53 ; 1940, Hefte 2-22.
Economisch-statistische Berichten (Woensdag). — Jahrg. 1940, Hefte 23-52 ; 1941 vollst.
Familiengeschichtliche Blätter (Leipzig). — Jahrg. 1941 vollständig.
Monatsberichte des statistischen Amts der Stadt Berlin. — Jahrg. 1939, H. 1-4.
Monatsberichte des Wiener Institutes für Konjunkturforschung. — Jahrg. 1939, 1940 vollständig ; 1941, Hefte 1-10.
Monatsberichte der Nationalbank für Böhmen und Mähren in Prag. — Jahrg. 1928-1940 vollständig.
R.A.K. (Berlin). — Jahrg. 1939 vollständig ; 1940, Hefte 1-4, 9-11.
Reich (Das) (Berlin). — Jahrg. 1940, Hefte 2-31 ; 1941 vollständig ; 1942, Hefte 1-10.
Südost Echo (Wien-Budapest). — Jahrg. 1939, H. 29-52 ; 1940, H. 1-51 ; 1941, H. 1-52 ; 1942, H. 1-11.
Wochenbericht des deutschen Institutes für Wirtschaftsforschung (Berlin). — Jahrg. 1940, Hefte 1-4, 8, 9, 16-25 ; 1941, H. 9-25 ; 1942, H. 3, 4.
Wirtschafts-Dienst (Weltwirschaftliche Nachrichten) (Hamburg). — Jahrg. 1939, 1940, 1941 vollständig ; 1942, H. 1-11.

Boletín Comercial (Lisbca). — Añcs 1939, 1940, completos ; 1941, números 5-12 ; 1942, número 1.
Bolsa de comercio de Buenos Aires - Boletín informativo del Instituo de Estudios economicos, juridicos y sociales. — Año 1940, números 4-26, 30-38, 40-42, 47-50 ; 1941, números 3, 4.
Boletín de Estadistica (Madrid). — Años 1939, 1940, completos ; 1941, número 3.
Boletín de Estadistica agro-pecuaria (Buenos Aires). — Años 1939, 1940, completos ; 1941, números 4, 6, 8.
Boletín de Hacienda (Montevideo). — Años 1939, 1940, completos.
Boletín del Colegio de Doctores en Ciencias Economicas y Contadores Públicos Nacionales (Buenos Aires). — Años 1939, 1940, números 26-36.
Boletín de la Federación de Colegios de Doctores en Ciencias economicas y contadores públicos nacionales (Buenos Aires). — Año 1939, completo ; 1940, números 1, 2.
Boletín Mansual - Banco Central de Chile. — Años 1939, 1940, completos ; 1941, números 1-8.
Boletín Mensual - Banco central del Ecuador. — Años 1939, 1940, completos ; 1941, números 2-5.
Boletín Mensual - Banco central de Reserva - Lima. — Años 1939, 1940, completos.
Información economica y estadistica de Colombia. — Año 1939, completo.
Información fiscal de Colombia. — Año 1939, completo ; 1940, números 1, 2.
Pasteur - Revista mensual de Medicina (Mexico). — Año 1939, completo ; 1940, números 1-6 ; 1941, números 1, 2, 8.
Revista brasileña de estadistica (Rio de Janeiro). — Año 1940, números 1-3.

Revista de Ciencias económicas (Buenos Aires). — Año 1939, completo ; 1940, números 1-5.

Revista del Banco de la Nación Argentina. — Año 1939, completo ; 1940, números 2, 3.

Revista del Banco de la Republica (Colombia). — Año 1939, completo ; 1940, números 1-7, 12 ; 1941, números 1, 2, 4, 5.

Revista del Trabajo (Mexico). — Años 1939, 1940, completos.

Revista económica (Buenos Aires). — Años 1939, 1940, completos ; 1941, números 1-4.

Revista económica - Banco central de la Republica Argentina. — Año 1940, completo.

Revista mensual de Agricultura, Comercio e Industria. — Años 1939, 1940, completos ; 1941, números 1, 2, 3, 4, 8, 9.

Superintendencia Bancaria - Boletín (Columbia). — Año 1939, completo.

Affaires Danubiennes (Bucarest). — Années 1938, 1939, 1940, complètes.

Bulletin de la Banque Agricole et Cooperative de Bulgarie. — Années 1938, 1939, 1940, complètes.

Bulletin de la Banque Nacionale de Roumanie. — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-7.

Bulletin de la Federation Syndicale Internationale (Paris). — Année 1939, Livraisons 7-10.

Bulletin de la Statistique Générale de la France. — Année 1939, Livraisons 1, 3, 4, 6, 7, 9.

Bulletin de la Statistique Générale de la France (Indices economiques hebdo maires). — Année 1938-39, Livraisons 1-49.

Bulletin de la Statistique Générale de la France (Supplément mensuel). — Année 1939-40, Livraisons 1-9.

Bulletin d'Information et de Documentation de la Banque Nationale de Roumanie. — Années 1939, 1940, 1941, complètes.

Bulletin d'Information et de Documentation de la Banque Nationale de Belgique. — Année 1939, complète ; Année 1940, Livraisons 1-3 ; 1941, complète.

Bulletin de l'Institut de Recherches Economiques de Louvain. — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraison 1.

Bulletin Economique de l'Institut Central des Sociétés Financières. — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraison 1.

Bulletin Mensuel de la Banque de Grèce. — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraisons 1-8.

Bulletin Mensuel de la Banque Nationale de Bulgarie. — Années 1938, 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraison 1.

Bulletin Mensuel de la Direction Générale de la Statistique. — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraisons 1-11 ; 1941, Livraisons 1-11.

Bulletin Mensuel de Statistique Agricole et Commerciale (Rome). — Années 1939, 1940, 1941, complètes ; 1942, Livraisons 1,2.

Bulletin Mensuel de Statistiques Coloniales (Ministère des Colonies). — Année 1939, Livraisons 1-8.

Bulletin Mensuel de Statistique de la Société des Nations. — Année 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-3.

Bulletin Mensuel de Statistique publié par la Statistique générale de la Grèce. — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1-3, 5, 8.

Bulletin Mensuel de Statistique du Royaume de Bulgarie. — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1, 2.

Bulletin Mensuel du Bureau de Statistique de l'Etat Letton. — Années 1938. 1939, complètes ; 1940, Livraisons 1-7.

Bulletin Mensuel (Zurich). — Années 1939, 1940, 1941, complètes ; 1942. Livraisons 1-3.

Bulletin Statistique Trimestriel Hongrois. — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-3.

Chronique de l'Organisation d'Hygiene. — Année 1939, complète ; 1940. Livraisons 1-4.

Coopération Intellectuelle (Institut International de Coopération Intellectuelle). — Années 1938-39, Livraisons 90-102 ; 1939-40, Livraisons 1-8.

Cronologie Economique Internationale. — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraisons 1-4.

Epargne du Monde (L'). — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-4 ; 1942, Livraison 1.

Humanisme Economique (Bulletin Mensuel de Liaison). — Année 1937, Livraisons 9-12 ; 1938, complète ; 1939, Livraisons 1-4.

Journal de la Société de Statistique de Paris. — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1-5.

Journal de la Société Hongroise de Statistique. — Années 1939, 1940, complètes.

L'Activité Economique en Yougoslavie. — Année 1939, complète ; 1940. Livraisons 3-12.

L'Activité Economique - Revue Mensuelle (Montréal). — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1-4.

Musée Social (Le) (Paris). — Année 1939, Livraisons 1-8.

Rapport Epidémiologique (Société des Nations). — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1-5.

Relevé Epidémiologique Hebdomadaire. — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-50 ; 1942, Livraisons 1-5, 8, 9, 10.

Revue Bibliographique (Paris). — Année 1939, Livraisons 1, 2.

Revue Hongroise de Statistique. — Années 1939, 1940, 1941, complètes.

Revue de la Plus Grande Familie (Paris). — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1, 2.

Revue de l'Institut International de Statistique (La Haye). — Années 1938, 1939, complètes ; 1940, Livraisons 1-4.

Revue de l'Institut de Sociologie Solvay (Bruxelles). — Année 1939, complète ; 1940, Livraison 1.

Revue de l'Institut International de Statistique. — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1-4 ; 1941, Livraisons 1-4.

Revue Internationale des Sciences Administratives (Bruxelles). — Année 1939, complète.

Revue Sociale (Helsinki). — Années 1938, 1939, 1940, 1941, complètes.

Tableau des Dépenses et des Recettes de l'Etat (Belgrade). — Années 1939, 1940, complètes.

Vie Economique (La) (Berne). — Années 1939, 1940, 1941, complètes ; 1942. Livraisons 1, 2.

American Statistical Association Bulletin (Washington). — Year 1940, Vol. I. Ns. 11, 12 ; 1941, Vol. II, Ns. 3, 4, 5.

Annals of Eugenics (London). — Vol. IX, Parts 2, 3, 4.

Automobile Facts (New York). — Year 1939, Vol. I, Ns. 7, 8, 9, 10 ; 1940, Vol. II, Ns. 6, 7, 8, 9, 10 ; 1940, Vol. III, Ns. 1, 4, 5, 7 ; Oct. N. 2 ; Nov. N. 3 ; 1941, Vol. III, June N. 10, Vol. IV, Sect. N. 1.

Bank of England (Statistical Summary) (London). — Year 1939 complete ; 1940 : from Jan. to April.

Bank of Finland (Helsingfors). — Year 1939 : from Jan. to Oct.

Birth Control News (New York). — Vol. XVIII, Ns. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (1938-39).

Birth Control Review (New York). — Vol. XXIII (1938-39) ; Ns. 1-9 ; Vol. XXIV (1939-40), Ns. 1-3.

Chinese Economic and Statistical Review (The) (Shanghai). — Years 1939. 1940, completes ; 1941, from Jan. to April.

Crops and Markets (Washington). — Year 1936, Jan.-Nov.

D.N.C. - Fortnightly report (Rio de Janeiro). — Years 1938, 1939, completes ; 1940 (Jan.-July), Ns. 139-152.

Ecology (New York). — Years 1939, 1940, completes ; 1941, Parts I, II, III.

Econometrica (Chicago). — Years 1939, 1940, completes ; 1941, First Part.

Economic Journal (London). — Year 1939, First Part.

Economic Review - Latvijas Banka (Riga). — Report for 1939.

Educational Research Bulletin (Ohio). — Year 1939, complete ; 1940, Ns. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 ; 1941, Ns. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Eugenical News (Long Island-New York). — Years 1936, 1937, completes.

Eugenics Review London). — Vol. XXXI (1938), complete ; Vol. XXXII. N. 1 (1939-40).

Genetics (New York). — Years 1939, 1940, 1941, completes.

Guaranty Trust Company (New York). — Year 1939, complete ; 1940, N. 1.

Human Biology (Baltimore). — Years 1939 (Vol. XI) and 1940 (Vol. XII). completes ; 1941 (Vol. XIII), Ns. 1, 2.

Index (Stockolm). — Years 1939, 1940, 1941, completes.

Industrial Bulletin (The) (Albany - N. Y.). — Year 1939 : from Jan. to June.

Information Service (New York) (Reporting Events etc.). — Year 1940, N. 1.

Insurance and Finance Review (The) (Calcutta). — Years 1934, 1935, 1936. completes ; 1937 : Jan., Febr.

Insurance Herald (Calcutta). — Year 1939-40, Ns. 1-8, 10-36, 42, 45, 46.

International Cotton Bulletin (Manchester). — Year 1939, from Jan. to Sept.

Japan Trade Review (Jokohame, 1936-7, N. 1 (Jan.-Feb.), 2 (March-April).

Journal of the American Statistical Association (New York). — Year 1939. complete ; 1940, complete ; 1941, Ns. 213, 214, 215 (March, June, Sept.).

Journal of the Royal Statistical Society (London). — Year 1939, complete ; 1940, First Part.

Kyoto University - Economic Review (Kyoto). — Year 1939, complete ; 1940 : Second, Third, and Fourth Part ; 1941 : First and Second Part.

Labour Gazette (Bombay). — Year 1939, complete ; 1940 : from Jan. to March.

London & Cambridge Economic Service (Monthly Bulletin) (London). — Year 1939 : from Jan. to Aug. ; 1940 : Jan. and April.

London & Cambridge Economic Service - Suppl. to « Monthly Bulletin ». — Year 1939 : till Aug. ; 1940 : Jan. and April.

London & Cambridge Economic Service - Special Memorandum (London). — Years 1938, 1939, completes.

Monthly Report Department of Public Health of Toronto (Toronto). — Year 1939, complete ; 1940 : from Jan. to March.

Monthly Report of the Economic Conditions in Norway (Norges Bank) (Oslo). — Years 1938, 1939, completes ; 1940, Ns. 1, 2.

Monthly Report of the Nation - Bank of Hungary (Budapest). — Years 1938 to 1940, completes ; 1941 : from Jan. to June.

Monthly Review - Federal Reserve Bank of Boston (Boston). — Years from 1938 to 1940, completes ; 1941, Ns. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.

Monthly Vital Statistics Bulletin (Washington). — Year 1938 : from March to May, and from July to Dec. ; 1939 : from Jan. to July.

Monthly Vital Statistics Review (New York). — Year 1941 : from Jan. to Oct.

National Bureau of Economic Research (New York). — Years 1939, 1940, completes.

Netherlands Indies (Amsterdam). — Years 1938, 1939, completes ; 1940, Ns. 2, 3, 4.

Polish Institute for Economic Research (Monthly Statistical Tables) (Warsan). — Years from 1929 to 1938, completes ; 1939 : till June.

Prices and Price Indexes (Department of Trade and Commerce) (Ottawa). — Year 1939, complete ; 1940, Ns. 1, 2, 3.

Proceedings of the Casualty Actuarial Society (New York). — Vols. XXV-XXVI (1938-39), completes.

Psychometrika (Chicago). — Year 1941 (Vol. VI), Ns. 1, 2, 3, 4, 5.

Public Health Reports (Washington). — Year 1939, Ns. from 46 to 52 ; 1940, Ns. from 1 to 39.

Race Hygiene (Tokyo). — Year 1939 (Vol. VII), Ns. 1, 2.

Review of Economic Statistics (The) (Cambridge-Mass.). — Years 1939, 1940, 1941, completes.

Sankhya (The Indian Journal of Statistics) (Calcutta). — Vol. IV (1938-39), Ns. 1, 2, 3.

South African Journal of Economic (Johannesburg). — Year 1939, Ns. 2, 3.

Statistical Bulletin (New-York). — Year 1939, complete ; 1940 : Jan., Febr., March, April ; 1941 : Aug., Oct.

Statistical Bulletin (Metropolitan Life Insurance Company) (New York). — Years 1939, 1940, completes ; 1941 : Jan., Febr., March, April, June, July.

Transactions of the Actuarial Society of America (New York). — Years 1939, 1940, completes.

Travel in Japan (Tokyo). — Years 1938 to 1940 completes ; 1941, Ns. 1, 2.

Vital Statistics (Special Report) (Washington). — Vol. 6, 1938-39, complete ; Vol. 7, 1939, Ns. 1-6, 8-10, 12-32, 35-49, 51-55.

Weekly Health Index (Washington-Bureau of the Census). — Year 1939, Ns. from 1 to 28 ; 1940, Ns. 13, 14.

World Price Movements in other Countries (Ottawa). — Year 1938 (Vol. IV), N. 1 ; Year 1939 (Vol. V), Ns. 1, 2 ; 1940 (Vol. V), Ns. 3, 4.

Buletinul Institutului Economic Românesc. — Années 1939, 1940, complètes.

Buletinul Statistic al României. — Années 1939, 1940, complètes.

Buletinul Preturilor - Publicatie oficială a Institutului Central de Statistică (Bucaresti). — Année 1941, Livraisons 1, 2.

Buletinul Demografic al României. — Années 1939, 1940, complètes ; 1941, Livraisons 1-11.

Cenové Zpravy (Rapports sur les prix publiés par l'Office de Statistique de la République Tchécoslovaque). — Année 1939, Livraisons 1-23.

D.N.G. - Revista do Departamento Nacional do Café (Rio de Janeiro). — Año 1939, completo ; 1940, nús. 1-8.

Glasnik Udruzenja Aktuara Kraljevine Jugoslvije. — Années 1939, 1940, complètes.

Manedsopgaver over Vareomsetningen Med Utlandet (Oslo). — Année 1939, complète ; 1940, Livraisons 1, 2, 3.

Revista do Instituto de Café do Estado de Sao Paulo. — Año 1939, Nús. 1, 2, 4-11 ; 1940, Nús. 2, 9-12 ; 1941, Nús. 1, 3-8.

Statisztikai Havifüzetei (Budapest). — Années 1939, 1940, 1941, complètes.

Statisticky Obzor (Praga). — Année 1939, Livraisons 1-8 ; 1940, Livraisons 1-10.

Statistiske Meddelser (Oslo). — Années 1939, 1940, 1941, complètes.

Ia Ulkomaankauppa (Helsinki). — Année 1939, Livraisons 1-8.

Wiadomosci Statystyczne (Miasta Poznania). — Année 1939, Livraisons 1-6.

Wiadomosci Statystyczne (Varsovie). — Année 1939, Livraisons 1-16.

Libri, Annuari, Opuscoli, Estratti, ecc.

Livres, Annuaires, Brochures, Extraits, etc.

Books, Yearbooks, Pamphlets Reprints, etc.

Bucher, Jahrbucher, Broschuren, Separatabdrücke, usw.

ABETTI G. — *Celebrazione del primo centenario della nascita di Pietro Tacchini.* (Estr. dal periodico mensile « Coelum ». Vol. IX, 1939). Bologna, 1939.

ID. — *Gian Domenico Cassini e i Cassini.* (Estr. dal volume delle Celebrazioni Liguri). Discorso tenuto a Bordighera il 3 ottobre 1938. R. Ist. d'Arte del Libro, Urbino, 1938.

ID. — *Il R. Osservatorio astrofisico di Arcetri in Firenze.* (Estr. dal periodico mensile « Coelum ». Vol. X, 1940). Bologna, 1940.

ACERBO G. — *I fondamenti della dottrina della razza.* Roma, 1940.

AGENO M. — *Corso di statistica applicata alle scienze fisiche* 1937-1938. R. Università di Roma.

AGNELLO V. — *La costituzione morfologica nella valutazione fisica militare.* (Estr. « Endocrinologia e patologia costituzionale ». Vol. VIII, fasc. II, aprile 1923). L. Cappelli, Bologna.

ALBERTI L. — *Influenza della diminuzione della mortalità sulla composizione qualitativa e sulla dinamica delle popolazioni.* Roma, Ediz. Sormani, 1939.

ID. — *I salari contrattuali dei lavoratori addetti all'industria molinaria.* (Estr. « Atti della V Riunione di Napoli della Soc. Ital. di Demogr. e Stat. »). Città di Castello, 1940.

ID. — *L'industria zootecnica coloniale e le possibilità di assorbimento del nostro mercato.* (Estr. « Atti del III Congresso di Studi Coloniali »). Firenze, 12-17 aprile 1937.

ALIMENTI C. — *Il petrolio nell'economia mondiale.* Torino, G. Einaudi, 1939.

ALLARIA G. B. — *Istituzione di colonie estive per l'età pre-scolare.* Ist. di Pediatria della R. Università di Torino. Bona, Torino, 1939.

AMBROSINI G. — *L'Albania nella comunità imperiale di Roma.* (« Quaderni dell'Istituto di Cultura Fascista ». Serie decima V). Roma, 1940.

Andreoli G. — *Coppie di variabili mutuamente casuali; matrici ed equazioni funzionali ad esse relative.* (Estr. « Rendiconto della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. Reale di Napoli ». Serie IV, Vol. VI, 1936). Napoli, 1936.

Id. — *Gruppi di prezzi, loro variabilità, indici relativi.* (Estr. « Atti della Riunione di Pisa, 9 ottobre 1939, della Soc. Ital. di Statistica »). Ferrara, 1940.

Id. — *Schema statistico di evoluzione e di selezione in una collettività a monoibridismo mendeliano.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. R. di Napoli ». Serie 4ª, Vol. X, 1939-40). Napoli, 1940.

Id. — *Statistica degli aggregati in una collettività e concentrazione rispetto a due caratteri.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. R. di Napoli ». Serie 4ª, Vol. X, 1939-40). Napoli, 1940.

Id. — *Statistica nelle collettività soggette a rinnovamento.* (Adunanza del 6 marzo 1937). (Estr. « Rendiconto R. Acc. Scientifica », Napoli, 1937).

Id. — *Statistica delle variazioni di stato.* (Adunanza del 6 febbraio 1937). (Estr. « Rend. R. Acc. Scientifica », Napoli, 1937).

Id. — *Sull'analisi statistica di fatti economici ed in generale di fenomeni di scambio.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. Reale di Napoli ». Serie IV, Vol. X, 1939-1940).

Id. — *Sulla convergenza delle serie ed i suoi caratteri gruppali, convergenza assoluta, incondizionata, totale.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. Reale di Napoli ». Serie IV, Vol. IX, 1938-39).

Id. — *Sulla teoria delle sostituzioni generalizzate e dei loro gruppi generalizzati.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. R. di Napoli ». Serie IV, Vol. X, 1939-40).

Id. — *Variabili mutuamente causali e « sfioccamento » statistico.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche della Soc. R. di Napoli ». Serie IV, Vol. IX, 1938-39). Napoli, 1939.

Angelopoulos A. — *I compiti economici e sociali della politica finanziaria.* A. Milani, Padova, 1939.

Antinobon F. — *Le relazioni a stampa di ambasciatori veneti.* (Collana di bibliografie minori, Vol. I). R. Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Padova, 1939.

Arcidiacono G. — *Incidenza dei contributi sociali e degli oneri contrattuali sulle retribuzioni.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Asquini A. — *Agli Italiani d'America per l'intervento italiano.* Discorso dell'11 giugno 1940. Centro Ital. di Studi Americani n. 18, Carlo Colombo. Roma, 1940.

Associazione fra le Soc. Ital. per azioni. — *Il reddito degli Italiani nel 1936.* Roma, 1939.

Id. — *Notizie Statistiche.* Edizione XVI. Roma, 1940.

BALELLA G. — *Le esportazioni nell'evoluzione economica italiana*. Roma, 1940.

BANCA D'ITALIA. — *Adunanza generale ordinaria dei partecipanti, tenuta in Roma il giorno 30-3-1936*, Anno XLV. Roma, 1939.

ID. — *Idem, 30-3-1940*, Anno XLVI. Roma, 1940.

BANCA NAZIONALE DEL LAVORO. — *Bilanci 1939*. Roma, 1939.

BANDINI M. — *Agricoltura e crisi*. Barbera, Firenze, 1937.

BARBARA M. — *I fondamenti della craniologia costituzionalistica. I gruppi umani. (Gruppi di cranii e gruppi di habitus)*. Roma, 1933.

BARBENSI G. — *Cenno su una trattazione monografica delle medie statistiche*. Soc. Ital. per il Progresso delle Scienze. Roma, 1939.

ID. — *Il pensiero scientifico di Filippo Pacini medico e matematico*. (Estr. « Rivista di Storia delle Scienze Mediche e Naturali », Anno XXXI, 1940). Siena, 1940.

ID. — *Osservazioni a recenti metodi d'investigazione del contenuto insulare del pancreas umano*. (Estr. dell'Archivio « De Vecchi », Vol. II, fasc. 2 dicembre 1939-febbraio 1940). Siena.

BARBERI B. — *Riunione della Società Italiana di Demografia e Statistica*. (Estr. dalle « Note e Appunti » della Rivista Italiana di Scienze Economiche, Anno XI, fasc. VI, giugno 1939).

ID. — *Sulla elaborazione di un sistema di indici mensili e cumulativi della produzione agricola italiana*. (XXVIII Riunione della S.I.P.S. Pisa, 11-15 ottobre 1939).

BARBIERI G. — *Ideali economici degli Italiani all'inizio dell'età moderna*. Milano, Giuffrè, 1940.

BARZINI L. — *Evasione in Mongolia*. Milano, Mondadori, 1939.

BATTAGLIA R. — *Crani umani dei Castellieri istriani*. (Estr. « Proceedings of the first International Congress of Prehistoric and Protohistoric sciences »). London, 1932.

ID. — *Note di Antropologia etnica della Venezia Giulia e delle regioni dell'Adriatico orientale*. (Estr. « Atti della Accademia Scientifica Veneto-Trentino-Istriana », Vol. XXV, 1934). Soc. Cooperativa Tip., Padova, 1934.

ID. — *Resti umani provenienti da una necropoli medievale del Monte S. Michele di Muggia Vecchia*. (Estr. « Atti della Accademia Scientifica Veneto-Trentino-Istriana », Vol. XXV, 1934). Società Cooperativa Tip., Padova, 1934.

ID. — *Slavi primitivi e slavi meridionali. Fattori antropologici e geografici nella formazione della Nazione Jugoslava*. (Estr. della Rassegna « Geopolitica », n. 5). Milano, 1939.

ID. — *Su alcuni caratteri craniologici delle antiche popolazioni del Friuli e dell'Istria*. (Estr. « Atti del XII Congresso Geografico Italiano »). Udine, Del Bianco & Figlio, 1938.

BENEDETTI P. — *Cancro e costituzione*. Bologna, L. Cappelli, 1931.

ID. — *Costituzione e fertilità*. Bologna, L. Cappelli, 1932.

ID. — *Il problema della disposizione costituzionale al cancro*. (Estr. « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. VI, fasc. III, luglio 1931). Bologna, L. Cappelli, 1931.

BETTANINI A. M. — *Lineamenti di storia della colonizzazione francese.* « Università Cattolica del Sacro Cuore », Serie IX, Scienze politiche, Vol. I. Milano, Vita e Pensiero, 1930.

BEZZI S. — *La costituzione della cellulosa. Ricerche comparative sui metodi usati per la soluzione del problema.* (« Memorie del R. Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Vol. XXX, n. 7). Venezia, 1940.

BIAGI B. — *Riforma Fascista della Previdenza Sociale.* (Appendice alla pubblicazione « Le Assicurazioni Sociali », Annata XV, n. 2, marzo-aprile 1939). Firenze.

BLANC A. C. — *Il pensiero italiano nel campo della Paleontologia umana.* (Estr. « La Vita Italiana », Anno XXVII, fasc. CCCXX, novembre 1939). Roma, 1939.

ID. — *L'uomo fossile del Monte Circeo. Un cranio Neandertaliano nella grotta Guattari a San Felice Circeo.* (Estr. « Rivista di Antropologia », Vol. XXXII). Ist. Ital. di Antropologia, Roma, 1938-39.

ID. — *Sulla penetrazione e diffusione in Europa ed in Italia del Paleolitico superiore in funzione della paleoclimatologia e paleogeografia glaciali.* (Estr. « Quartar », Band I). Berlin, W. De Gruyter & C., 1939.

BOLDRINI M. — *Statistica.* (*Appunti per gli studenti*). Milano, A. Giuffrè, 1934.

BONFERRONI C. E. — *Di una estensione del coefficiente di correlazione.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Annali di Economia », novembre-dicembre 1939). Padova, Cedam, 1939.

BOTTO-MICCA A. — *S. Giuliano Terme* (*Pisa*). (Estr. dal volume in corso di pubblicazione, edito dalla Casa Editr. Nistri-Lischi). Pisa.

BOVE G. — *Il passaggio del nord-est. Spedizione artica svedese della « Vega »* (*1878-1879*). A cura del Dott. A. Fresa. Soc. Ital. Arti Grafiche. Roma, 1940.

BRESSANIN D. — *Concetto e limiti dell'intervento del sindacato nelle controversie individuali del lavoro.* Ediz. « Diritto del Lavoro », Roma, 1934.

ID. — *Qualifica contrattuale e mansioni obbiettive.* (Estr. « Sinossi Giuridica », Art. 10, fasc. 513). Roma, 1934.

CANELLA M. — *Razze umane estinte e viventi.* Firenze, G. Sansoni.

CANTELLI F. P. — *Lezioni di Matematica Attuariale, raccolte dal Prof. Ignazio Messina. Anno Acc. 1938-39.* Fac. di Scienze Stat. Dem. ed Attuariali. R. Università di Roma, 1939.

CAPANNA A. e MESSORI O. — *Gli scambi commerciali dell'Italia con l'estero dalla costituzione del Regno ad oggi. Tabelle Statistiche e Grafici.* Confed. Fasc. dei lavoratori e del commercio, 1940.

CAPODAGLIO G. — *Storia di un investimento di capitale.* (*La Società Italiana per le strade ferrate meridionali, 1862-1937*). Milano, Bieti, 1939.

ID. — *Storia di un investimento di capitale.* (*La Compagnie Universelle du canal maritime de Suez, 1859-1938*). (Estr. « Annali dell'Istituto di Statistica della R. Università degli studi B. MUSSOLINI » di Bari). Città di Castello, 1940.

CARERE-COMES O. — *Inchiesta sul regime alimentare di 10 famiglie di pescatori del golfo di Napoli.* (In « Quaderni della nutrizione », Vol. IV, n. 5-6, dicembre 1937). Bologna, 1937.

CASTRILLI V. — *I veterinari in Italia.* (Estr. « L'Azione Veterinaria », n. 9, 15 maggio 1940). Conf. Fasc. Profess. ed Artisti, Roma, 1940.

ID. — *Note sulla determinazione del fabbisogno professionale di laureati.* Conf. Fasc. Profess. ed Artisti, Roma, 1940.

CATALUCCIO F. — *La « nostra » guerra.* Ist. Naz. di Cultura Fasc., Roma, 1940.

CECCHERELLI A. — *Il linguaggio dei bilanci. Formazione e interpretazione dei bilanci commerciali.* Firenze, Le Monnier, 1939.

CECI P. — *Lineamenti di cultura militare.* Edizioni Universitarie, Roma, 1939.

CENI C. — *Filogenesi del delitto.* Bologna, C. Galleri, 1940.

CENTRO ITALIANO DI STUDI AMERICANI. — *Italia e America. Annuario 1940.* Roma.

CHIANTELLA G. — *Genova alla luce della demografia.* Comune di Genova, 1938.

ID. — *Prospettive e costanti demografiche. Annuario statistico di Genova, 1940.* Comune di Genova, 1940.

CHIOSSI E. — *Proporzione dei sessi in Mus Musculus (Albinus) con particolare riguardo alle variazioni stagionali.* (In « Supplemento Statistico », Anno IV, Serie II, n. 4). Ferrara, 1939.

CIACERI E. — *Scipione Africano e l'idea imperiale di Roma.* Napoli, R. Ricciardi, 1940.

CICCOTTI E. — *Il tramonto della schiavitù.* Ist. delle Ediz. Accademiche, Udine, 1940.

ID. — *Lineamenti dell'evoluzione nel mondo antico.* (In « Biblioteca di Storia Econ. », Vol. V). Soc. Editr. Libraria, Milano, 1921.

CIFERRI R., BARBENSI G. e DE LUCCHI G. — *Analisi biometrica di colture monocitogenetiche di lieviti ed esperienze d'induzione mitogenetica.* (Estr. dal vol. giubilare pubbl. in onore del Prof. O. Polimanti). Istituto di Botanica della Fac. Agric. della R. Università di Firenze, 1939.

CIFERRI R. e BARBENSI G. — *Studi sul cacao.* (Estr. « Rivista di Biologia coloniale », Vol. II, fasc. IV, agosto 1939). Roma, 1939.

COGLIANI C. — *L'isola di San Pietro - Note storiche e geografiche.* (« Archivio Storico Sardo », Vol. IV). Cagliari, 1908.

COLOMBO P. — *L'avviamento commerciale nella concezione giuridica e nella concezione economica.* (In « Commercio », Anno II, n. 12, dicembre 1929). Roma, 1929.

COMUNE DI MILANO. — *Annuario Statistico, Anno 1934.* Milano, 1936.

ID. — *Idem, Anno 1935.* Milano, 1937.

ID. — *Idem, Anno 1936.* Milano, 1938.

ID. — *Idem, Anno 1937.* Milano, 1939.

ID. — *Idem, Anno 1938.* Milano, 1940.

CONFEDERAZIONE FASCISTA DEI COMMERCIANTI. — *Costi e ricavi nel commercio al dettaglio.* Roma, 1939.

Confederazione Fascista dei Commercianti. — *L'approvvigionamento alimentare in pace e in guerra*. Relazione presentata dal Prof. G. Tagliacarne alla XXVIII Riunione della Soc. Ital. per il Progresso delle Scienze. Pisa, 11-15 ottobre 1939.

Id. — *L'organizzazione fascista del commercio*. Annuario A. XVII. Soc. Editr. di « Novissima ».

Confederazione Fascista degli Industriali. — *Le esportazioni industriali*. Usila, 1940.

Id. — *Note illustrative per la rilevazione statistica dell'assistenza sociale di fabbrica*. Roma, 1940.

Confederazione Generale Fasc. dell'industria italiana. — *I salari in Germania*. Serie Salari n. 4, Roma, 1931.

Confederazione Naz. dei Sindacati Fasc. dell'Agricoltura. — *I salari nell'agricoltura tratti dai contratti di lavoro dal 1913 al 1931*. Roma, 1931.

Consociazione Turistica Italiana. — *Materie prime*. Milano, 1940.

Corradino G. — *La corporativizzazione del debito pubblico*. Palermo, 1940.

Corso R. — *Avanzi di « Couvade » nell'Africa Settentrionale*. (Estr. « Rivista di Antropologia », Vol. XXX). Roma, 1933.

Id. — *Consuetudini giuridiche agrarie calabresi in un documento del XII secolo*. (Estr. « Archivio Vittorio Scialoja per le consuetudini giuridiche agrarie », Vol. IV, fasc. n. 1-2, dicembre 1937). Firenze, 1937.

Id. — *Critiche sovietiche allo studio dell'Etnografia nell'Italia fascista*. (Estr. « Annali » del R. Istituto Sup. Or. di Napoli, Vol. X, fasc. 1-2, dicembre 1937-marzo 1938).

Id. — *Del matriarcato tra i Cunama*. (Estr. « Rivista di Antropologia », Vol. XXX). Roma, 1933.

Id. — *Etnografia e Nipiologia*. (Estr. « Atti del IV Congresso Nazionale di Nipiologia ». Trieste 4-7 settembre 1935). Arti Graf. De Grandi & C., Varallo, Sesia.

Id. — *Etnologia giuridica*. (Estr. « Nuovo Digesto Italiano »). U.T.E.T., 1938.

Id. — *La civiltà italiana e le tradizioni popolari*. (Estr. « Razza e Civiltà », Anno I, n. 1). Roma, 1940.

Id. — *Ladri e ladronecci nei proverbi dei Galla dell'A.O.I.* (Estr. « Archivio di Antropologia Criminale, Psichiatria e Medicina legale », fascicoli I-II, Anno 1939). Milano, F.lli Bocca, 1939.

Id. — *Le popolazioni dell'Africa Orientale Italiana, riti e costumi relativi alla Nipiologia*. (Estr. « Atti dell'Assoc. culturale dei Liberi Docenti della R. Università di Napoli » (Conferenza di Nipiologia), Vol. III, Parte I, 1938-1939). Napoli, 1940.

Id. — *Nuovi elementi sul vito della posizione rannicchiata nell'etnografia africana*. (Estr. « Rivista di Antropologia », Vol. XXXI). Roma, 1935.

Cosciani C. — *Il reddito degli italiani nel 1936*. Assoc. fra le Soc. per Azioni, Roma, 1939.

Costanzo A. — *Ricerche statistiche sui bilanci delle famiglie operaie*. Soc. Ital. di Demogr. e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

CUESTA U. — *Jugoslavia d'oggi*. Milano, A. Mondadori, 1939.
CULTRERA R. — *Sulla mortalità dei vitaliziati dell'Ist. Naz. Ass.* Riunione della Soc. Ital. di Stat., 26-27 giugno 1940.
D'AGATA C. — *Le statistiche dei salari a cottimo con speciale riguardo ai lavoratori portuali*. Soc. Ital. di Demogr. e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.
DAINELLI G. — *Atlante fisico-economico d'Italia - Note illustrative*. Consociazione Turistica Italiana, Milano, 1940.
DAL PANE L. — *Antonio Labriola. La vita e il pensiero*. Edizioni Roma, Anno XIII.
DE CASTRO D. — *Programma e risultati di una statistica sindacale*. Soc. Ital. di Demogr. e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.
DE DOMINICIS E. — *La fertilizzazione chimica nel Mezzogiorno*. (Estr. « Questioni meridionali », Anno IV, n. 2-3). I.T.E.A., Napoli, 1938.
DE FRANCISCI P. — *Relazione sull'Anno Accademico 1938-39*. (Estr. dall'Annuario 1939-40). R. Università degli Studi di Roma.
DEL GIUDICE R. — *Aspetti del lavoro commerciale* (Serie C., n. 38). Roma, 1940.
D'ELIA E. — *Alcuni caratteri della natimortalità in relazione alla durata matrimoniale e all'ordine di nascita*. (Estr. « Giornale degli Economisti e Annali di Economia », gennaio-febbraio 1940). Padova, Cedam, 1940.
ID. — *Mortalità per malaria e cachessia palustre*. (Estr. « Difesa Sociale », n. 1, Anno XIX).
DE LIBERO G. — *Il problema della natalità « Così lo risolverete ! »*. Roma-1938.
DELL'AMORE G. — *I mercati a termine di borsa delle merci*. Vol. I: *La tecnica delle negoziazioni e le fondamentali caratteristiche dinamiche dei prezzi*. Milano, Giuffrè, 1940.
DE MARCHI G. — *La produzione di energia elettrica in Italia nel 1920*. (Estr. « Annali del Consiglio superiore delle acque », Vol. IV, fasc. II, Anno 1922). Roma, 1922.
ID. — *La produzione di energia elettrica in Italia nel 1921 e le ripercussioni della siccità dell'autunno 1921 e dell'inverno 1921-22*. Min. dei LL. PP., Roma, 1922.
ID. — *Relazioni tra la produzione di energia idroelettrica e le vicende idrologiche dell'ultimo triennio*. Min. dei LL. PP., Roma, 1923.
ID. — *Sulla disponibilità e utilizzazione di energia in Italia* (*I Rapporto*). (Estr. « Annali dei LL. PP. », Anno 1924, fasc. 7°). Roma, 1924.
DE MEO A. — *Un nuovo sistema di compressione del fieno e dell'erba nei sili da foraggio*. Napoli, La Nuovissima, 1940.
DE MEO G. — *Ricerche statistiche sulle cause di morte nella popolazione italiana ed in una collettività di assicurati sulla vita*. (Estr. « Rendiconto della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche », Serie 4ª, Vol. VI, 1936). Napoli, 1936.
ID. — *Sulle nascite dei primogeniti in Italia*. Roma, Tip. Failli, 1939.
DE MORI B. — *La tecnica delle assicurazioni contro i danni*. Fac. di Scienze Stat. Demogr. ed Attuariali. R. Università di Roma, 1939.

Diez Gasca M. — *Rapporti fra orientamento professionale e statistica.* Soc. Ital. di Dem. e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Di Francesco S. — *Igiene della Maternità. Consigli di igiene per la vita sessuale femminile e per il neonato.* Milano, Hoepli, 1940.

Di Tucci R. — *L'isolad i Tabarca: le vicende storiche e le sue risorse inuna proposta di cessione al Piemonte.* (Da «L'Unione Sarda», 28-XII-1929 e 1-I-1930).

Doria D. — *Il movimento dei forestieri.* (In « Bollettino dell'Istituto Statistico Economico », Anno II, n. 7-8, luglio-agosto 1926, Trieste).

Ducci G. — *Orientamento politico-militare degli stati americani.* Centro Ital. di Studi Americani, Roma, 1938.

Id. — *Stati Uniti e Filippine.* Centro Ital. di Studi Americani, n. 17. Roma, C. Colombo, 1940.

Ente Naz. per le Industrie turistiche. — *Il movimento dei forestieri in Italia.* A cura del Prof. A. Niceforo, Roma, 1923.

Erba. — *Le origini della politica dell'Asse.* (« Quaderni dell'Istituto Nazionale di Cultura Fascista », Serie decima VI). Roma, 1940.

Espinosa A. — *Il potenziale di lavoro.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Esposito De Falco S. — *L'ammasso del grano.* Napoli, 1940.

Fagioli G. — *Il bimbo al seno.* Istituto Romano « La Nutrice », Roma, 1940.

Fanfani A. — *Indagini sulla « rivoluzione dei prezzi ».* (Università Cattolica del S. Cuore, Serie 3ª, Scienze Sociali, Vol. XXI). Vita e pensiero, Milano, 1940.

Id. — *Storia delle dottrine economiche - Il volontarismo.* Cavalleri, Como, 1939.

Fantoli A. — *Elementi preliminari del clima dell'Etiopia.* Firenze, Sansoni, 1940.

Fassi S. — *Metodo delle disposizioni.* Tip. Saturnia, Roma, 1939.

Federazione Nazionale Fasc. delle Imprese Assicuratrici. — *Annuario italiano delle Imprese Assicuratrici.* Roma-Milano, 1938.

Federici N. — *La riproduttività differenziale (Intensità - Cause - Conseguenze).* Ist. di Statistica della R. Università di Roma, 1939.

Id. — *Popoli vecchi e popoli giovani.* (Estr. da « Maternità e Infanzia », settembre-dicembre 1940, n. 56). Nuove Grafiche S. A., Roma, 1940

Fiaccadori A. — *Supremazia economica inglese e le origini della sua decadenza.* U. Hoepli, Milano, 1940.

Fici V. — *Costituzione e tubercolosi.* Bologna, L. Cappelli 1927.

Id. — *Elementi statistici per lo studio morfologico, fisiologico e patologico degli individui a struttura corporea brachitipica e longitipica.* (Tesi di laurea. R. Università di Palermo, 1911). Palermo, 1926.

Fici V. e Agnello V. — *Le dimensioni dell'uomo medio adulto siciliano.* (Estr. da « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. VII, fasc. III, giugno 1932). Bologna, L. Cappelli, 1932.

Id. — *La morfologia clinica dei figli dei tubercolotici.* (Estr. da « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. VI, fasc. II, giugno 1931). Bologna L. Cappelli 1931.

FILANGIERI R. — *I banchi di Napoli dalle origini alla costituzione del Banco delle due Sicilie, 1539-1808*. Vol. I. Direz. Gen. del Banco di Napoli, 1940.

FORTUNATI P. — *L'importanza delle colonie per la scienza e la politica della popolazione*. « Studi di Civiltà Fascista », Serie V, n. 5. Ist. Naz. di Cultura Fasc., Roma, 1940.

FOVEL M. — *Fisica economica, politica economica e corporativa*. Edizioni « Nuovi Problemi », Ferrara, 1940.

FRACASSINI T. — *Il primo Congresso italiano degli scienziati*. Nistri-Lischi, Pisa, 1939.

FRATE T. — *I problemi del Baltico*. Serie decima III. Istituto Nazionale di Cultura fascista, Roma, 1940.

GANDIN R. — *Risoluzione geometrico-funzionale del problema degli spazi plurisecanti una curva algebrica immersa in uno spazio a tre, quattro e cinque dimensioni*. (« Memorie del R. Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Vol. XXX, n. 5). Venezia, 1939.

GASPERONI N. — *Assicurazione in generale*. (Estr. da « Nuovo Digesto Italiano »). Torino, U.T.E.T., 1939.

ID. — *Convenzione di esonero dalle perdite dei titoli azionari*. (Estr. da « Diritto e Pratica Commerciale », Anno XIX, 1940, n. 4). Padova, Cedam, 1940.

ID. — *Il comportamento dei dipendenti dell'assicurato in tema di applicazione della clausola che affida all'assicuratore la direzione dei processi*. (Estr. « Assicurazione », Anno V, n. 4-5, luglio-ottobre 1938). Ist. Naz. Ass. Roma.

ID. — *Il contratto telefonico e la figura giuridica degli agenti di assicurazione*. (Estr. « Assicurazioni », Anno III, n. 6, novembre-dicembre 1936). Ist. Nazionale delle Assicurazioni, Roma, 1936.

ID. — *La causa dell'evento di assicurazione*. (Estr. « Assicurazioni », Anno IV, n. 4-5, luglio-agosto-settembre-ottobre 1937). Ist. Nazionale delle Assicurazioni, Roma, 1937.

ID. — *La « pubblicità di fatto » nelle società irregolari*. Perugia, 1935.

ID. — *La regola proporzionale e l'assicurazione del contributo di avaria comune*. (Estr. « Assicurazioni », Anno V, novembre-dicembre 1938). Ist. Nazionale delle Assicurazioni. Roma, 1938.

ID. — *L'individuo e il lavoro nella concezione etico-sociale dello Stato fascista*. Felice Le Monnier, Firenze, 1934.

ID. — *Pubblicità di fatto e non apparenza giuridica nelle società irregolari*. Padova, Cedam, 1938.

ID. — *Questioni sulla clausola di direzione dei processi nell'assicurazione di responsabilità civile*. (Estr. « Assicurazioni », Anno V, n. 4-5, luglio-ottobre 1938). Ist. Nazionale delle Assicurazioni, Roma, 1938.

ID. — *Requisiti e limiti della confondibilità dei prodotti in rapporto alla azione di concorrenza illecita per imitazione servile*. (Estr. « Diritto e Pratica Commerciale», Anno XVIII, 1939, n. 6). Padova, Cedam, 1939.

ID. — *Se la polizza di assicurazione contro i danni all'ordine o al portatore sia titolo di credito*. (Estr. « Assicurazioni », Anno VI, novembre-dicembre 1939). Istituto Nazionale delle Assicurazioni, Roma, 1939.

GEPPERT M. P. — *Su una classe di distribuzioni in due variabili casuali.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno X, n. 3-4, luglio-ottobre 1939). Ist. Ital. degli Attuari, Roma, 1940.

GERIN C. — *I criteri qualitativo e quantitativo nel giudizio medico-legale.* (Estr. « Archivio di Antropologia Criminale, Psichiatria e Medicina Legale », Fasc. 3-4-5-6, Anno 1940).

ID. — *Problemi medico-legali nel diritto coloniale.* (Estr. « Rivista Medica Tropicale e Studi di Medicina Indigena », Anno IV, n. 6, giugno 1940). Roma, 1940.

GERMANIA. — *Aspetti economici dei paesi belligeranti.* (Estr. « Commercio », febbraio 1940).

GEWAKHOW N. (Principe). — *Il retroscena dei « protocolli di Sion ».* Unione Editoriale d'Italia, Roma, 1939.

GIANNELLI G. — *Alcuni dati statistici sui tumori maligni osservati nel R. Istituto Regina Elena per lo studio e la cura dei tumori, durante il quadriennio 1933-36.* (Estr. « Bollettino della Lega Italiana per la lotta contro i tumori », Anno XIII, n. 3, maggio-giugno 1939). Milano, Vallardi, 1939.

ID. — *La Magna Grecia da Pitagora a Pirro.* Parte I. (Pubblicazione dell'Università Cattolica del Sacro Cuore, Serie V: Scienze Storiche, Vol. IX). Milano, Vita e Pensiero, 1928.

GIANNINI A. — *Gli accordi commerciali dopo le sanzioni.* (Estr. « Diritto Internazionale », 1939). Ist. per gli Studi di Politica Internazionale.

GIORGI G. — *Dati biografici - Elenco delle pubblicazioni.* (Estr. « Annuario 1935 del R. Ist. Sup. d'Ingegneria di Roma »).

ID. — *L'evoluzione della nozione di tempo.* (Estr. « Scientia », febbraio, 1934).

ID. — *Le unità elettriche.* (Estr. « Bollettino Radiotelegrafico del R. Esercito », Vol. 13°, n. 4 e 5, luglio-ottobre 1934; Vol. 14°, n. 1 e 2, gennaio-aprile 1935). Roma, 1935.

ID. — *Sui postulati della seconda relatività.* (« Rendiconto della R. Accad. Naz. dei Lincei », Vol. XXIII, Serie 6ª, 1° sem., fasc. 11, Roma, giugno 1936).

ID. e SILVA G. — *La misura del tempo.* (Estr. « Problemi e discussioni », fasc. 3). R. Accad. dei Lincei, Roma, 1939.

GISMONDI P. — *La prescrizione estintiva nel diritto canonico.* Edizioni Universitarie, Roma, 1940.

GIUGIA T. — *Il valore della moneta e le « equazioni fondamentali » del Keynes.* Soc. Anon. Dante Alighieri, Genova, 1940.

GIUSTI U. — *La monografia di famiglia.* Soc. Italiana di Demografia e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Aspetti di vita rurale italiana.* « Monografie di famiglie agricole », n. 14. Ist. Naz. di Econ. Agraria. Roma, 1940.

ID. — *Caratteristiche ambientali italiane agrarie-economiche-demografiche.* Ist. Naz. di Econ. Agraria, Roma, 1940.

ID. e MAROI L. — *Statistica ed urbanistica.* (Estr. « Atti del V Congresso Nazionale di Studi Romani »). Istituto di Studi Romani, 1938.

GOLZIO S. — *Alcune osservazioni sulla ripartizione per età dei lavoratori dell'industria*. Soc. Ital. di Dem. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Reddito - Età - Professione. Contributo statistico allo studio della distribuzione dei redditi*. Firenze, C. Cya, 1939.

GRADARA E. e GALLARATE E. — *I metodi per la rappresentazione grafica dei fenomeni statistici*. Scuola Tip. Orfanelli del S. Cuore, Città di Castello.

GRAFFI E. — *La prima mestruazione, la menopausa ed il periodo riproduttivo in relazione ad alcuni dati metrici nelle donne prolifiche Emiliane*. (Estr. « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. VIII, fasc. I, febbraio 1933). Bologna, L. Cappelli, 1933.

GRASSER RESCHITZ B. — *Note sul mercato del pesce fresco in Italia*. (Estr. « Giornale degli economisti » e « Rivista di Statistica », marzo 1937). Città di Castello, 1937.

GRAZIADEI A. — *Le crisi del capitalismo e le variazioni del profitto*. Fratelli Bocca, Milano, 1940.

GRAZIA-RESI B. — *Alcune notizie statistiche sull'assistenza sociale della Confederazione fascista degli industriali*. (Estr. « Atti della V Riunione di Napoli della Soc. Ital. di Demografia e Statistica »). Città di Castello, 1940.

ID. — *Dati statistici sulla produzione e sul consumo dello spettacolo cinematografico nel mercato italiano*. (Estr. « Rivista di Politica Economica », Anno XXX, 1940, fasc. XII). Usila, Roma, 1940.

ID. — *I cinematografi in Italia*. (Estr. « Rivista Italiana di Scienze Economiche », Anno XII, fasc. 6, giugno 1940). N. Zanichelli, Bologna, 1940.

GREENFIELD K. R. — *Economia e liberalismo nel risorgimento*. G. Laterza e Figli, Bari, 1940.

GRIZIOTTI B. — *Brevi analisi e sintesi finanziarie*. A. Milani, Padova, 1939.

ID. — *Sui criteri metodologici per la storia delle dottrine economiche e finanziarie*. (Estr. « Etudes dédiées à la mémoire d'André Andrèades »). Pyrsos. S. A. Atene, 1939.

GROTTANELLI V. L. — *Missione di Studio al lago Tana*. Vol. II: *Ricerche geografiche ed economiche sulle popolazioni*. Reale Accad. d'Italia, Roma, 1939.

HUXLEY G. — *La razza in Europa*. Oxford Univ. Press, 1940.

INSOLERA F. — *Considerazioni sui premi demografici*. Soc. Ital. di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Sulla mortalità degli invalidi*. Società Italiana di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Teoremi sulla scindibilità di funzioni che interessano la matematica finanziaria*. (Estr. « Giornale di Matematica Finanziaria », Anno XXII, Serie II, Vol. X, n. 1, 1940). Torino, 1940.

ISTITUTO CENTRALE DI STATISTICA DEL REGNO D'ITALIA. — *Annali di Statistica*, Serie VII, Vol. VI, Roma, 1940.

ISTITUTO CENTRALE DI STATISTICA DEL REGNO D'ITALIA. — *Censimento industriale 1937. Monografie* 1, 2, 3. Failli, Roma, 1938.

ID. — *VIII Censimento generale della popolazione 21-4-1939.* Vol. I: *Atti del Censimento.* Parte II: *Atti relativi alle classificazioni professionali.* Failli, Roma, 1939.

ID. — *Idem.* Vol. V. *Libia - Isole Italiane dell'Egeo - Tientsin.* Failli-Roma, 1939.

ID. — *Commercio di importazione e di esportazione del Regno d'Italia con gli altri paesi, l'Africa Italiana e i possedimenti italiani.* Vol. II, *1937.* Failli, Roma, 1939.

ID. — *Idem per l'anno 1938,* Vol. I. Failli, Roma, 1939.

ID. — *Compendio statistico italiano 1939.* Roma, 1939.

ID. — *Idem per l'anno 1940.* Roma, Failli, 1940.

ID. — *Movimento della popolazione nell'anno 1938.* Roma, Failli, 1939.

ID. — *Statistica del movimento della navigazione per l'anno 1938.* Roma, Failli, 1939.

ISTITUTO ITALIANO PER IL MEDIO ED ESTREMO ORIENTE. — *La « Sezione Lombarda » inaugura il secondo anno dei Corsi di Lingue e Cultura Orientale.* (Milano, 28 dicembre 1939. Sala grande Bibl. Ambrosiana). Roma, 1940.

IST. NAZ. FASC. PER L'ASSICURAZIONE CONTRO GLI INFORTUNI SUL LAVORO. — *Indagini intorno alla composizione familiare ed ai salari annui di 19.957 operai infortunati con esito di inabilità permanente.* Soc. Ital. di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Infortuni sul lavoro con esito di inabilità permanente. Indagini sul grado medio di inabilità e sul recupero della capacità lavorativa.* Soc. Ital. di Demografia e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ISTITUTO NAZIONALE DELLE ASSICURAZIONI. — *Atti,* Vol. XI. Roma, 1939.

ID. — *Atti,* Vol. XII. Roma, 1940.

ID. — *Relazioni del Consiglio di Amministrazione e del collegio dei sindaci sul bilancio 1938.* Roma, 1939.

ID. — *Idem per l'anno 1939.* Roma, 1940.

ISTITUTO NAZIONALE SVIZZERO DI ASSICURAZIONI CONTRO GLI INFORTUNI. — *Relazione Annuale e Conti del 1938.*

ISTITUTO NAZIONALE DI ECONOMIA AGRARIA. — *Annali dell'Osservatorio di Economia Agraria per l'Emilia,* Vol. V. Faenza, 1938.

ID. — *Inchiesta sulla piccola proprietà coltivatrice formatasi nel dopoguerra. Relazione finale: L'ascesa del contadino italiano nel dopoguerra.* Roma, 1938.

ID. — *Monografie di famiglie agricole, n.* 14-16, *fasc.* 17°: *Riassunto.* Roma, 1931-1940.

ISTITUTO DI SCIENZE GIURIDICHE. — *Studi economico-giuridici.* Milano, A. Giuffrè, 1940.

ITALIA A. — *La Sicilia feudale.* Soc. Anonima « Dante Alighieri », Genova-Roma-Napoli, 1940.

Jucci C. — *I fattori ereditari.* (Estr. Vol. 1° delle « Relazioni » della XXVIII Riunione della S.I.P.S., Pisa, 11-15 ottobre 1939).

Id. — *L'Istituto di Zoologia « Lazzaro Spallanzani » della R. Univ.tà di Pavia. Cenno sulla storia dell'Istituto, sulla sua organizzazione e sulla attività svolta durante il quinquennio 1934-1938.* Pavia, 1939.

Landau G. — *Sull'accrescimento di gambusie sopravvissute in captività.* (Estr. « Scritti biologici », Vol. XII, 1937). Siena, 1938.

Laviosa Zambotti P. — *Carta archeologica delle stazioni enee emiliane a occidente del Reno.* « Memorie del R. Ist. Lombardo di Scienze e Lettere », Vol. XXIV-XXV della Serie III, fasc. VII e ultimo. Hoepli, Milano, 1939.

Lazzeri G. — *Il lamento della sposa padovana.* « *Nozze Lenti-Orsi* ». Milano, 19-x-1940.

L'Eltore G. e Nuti M. — *Labilità costituzionale nelle famiglie di tubercolotici.* (Estr. « Atti della III Riunione della Soc. Ital. di Genetica ed Eugenica ». Bologna, 5-7 settembre 1938). Roma, 1939.

Lenti L. — *Statistica economica.* A. Giuffrè, Milano, 1940.

Id. — *Sui rapporti di concentrazione spaziale.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Annali di Economia », settembre-ottobre 1939). Padova, A. Milani, 1939.

Lodolini A. — « *Problemi sindacali* ». *Tecnica e lavoro nella formazione di un'aristocrazia operaia.* Firenze, C. Cya, 1940.

Lombroso C. — *La epilessia di Napoleone.* Torino, 2 gennaio 1898.

Lorenzoni G. — *Trasformazione e colonizzazione del latifondo siciliano.* « Economia », Collana di Monografie. III. Firenze, C. Cya, 1940.

Lucrezio G. — *Contributo ad un confronto territoriale delle paghe contrattuali. Le paghe dei panettieri d'Italia al 1° aprile 1939.* Soc. Ital. di Demografia e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Luzzatto-Fegiz. — *Consumo di gas per usi domestici e curve dei redditi.* Soc. Ital. di Demografia e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Id. — *Entrate e spese di 46 famiglie della classe media 1939.* Soc. Ital. di Demografia e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Id. — *Il consumo di zucchero e i lavoratori italiani.* Soc. Ital. di Demografia e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Id. — *La variabilità dei consumi alimentari nelle famiglie di operai e impiegati.* Soc. Ital. di Demografia e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Id. — *Lavoro, salari e costo della vita.* (Estr. « La situazione economica internazionale »). Cedam, Padova, 1940.

Mancini G. — *La psicologia di S. Agostino e i suoi elementi neoplatonici.* Rondinella, Napoli, 1938.

Mariotti A. — *L'organizzazione turistica nell'Italia fascista.* « Communiqués du Studium du Tourisme » à l'Université de Cracovie (fasc. 17°). Cracovie, 1939.

Maroi L. — *Anagrafe.* (Estr. « Nuovo digesto italiano »). U.T.E.T., Torino, 1938.

MAROI L. — *Gli indici di sanità.* (Estr. « Politica Sociale », Fasc. 11-12, settembre-ottobre 1939). Roma, 1939.

ID. — *Il contributo delle statistiche urbane allo studio del problema della natalità.* (Estr. « Atti della III Riunione della Soc. Ital. di Demografia e Statistica »). C. Cya, Firenze, 1939.

ID. — *L'attività edilizia in Roma nel quinquennio 1934-1938.* (Estr. dal n. 6 della Rivista mensile « Capitolium »). Roma, 1939.

ID. — *Nuovi elementi sulla fecondità della città di Roma.* (Estr. « Atti della IV riunione della Soc. Ital. di Demografia e Statistica », Roma, 27-28 maggio 1939). Città di Castello, 1940.

ID. — *Organizzazione scientifica del lavoro.* (Estr. « Nuovo digesto italiano »). U.T.E.T., Torino, 1939.

MARTINOTTI P. — *Artifici d'interpolazione approssimata.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », fasc. IV, Anno XVII, luglio 1939). Milano, 1939.

ID. — *Estensioni nel concetto di media.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Annali di Economia », luglio-agosto 1939). Soc. Editr. A. Milani, Padova, 1939.

ID. — *Logica della stabilità statistica.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », fasc. II. Anno XLVII, marzo 1939). Milano, 1939.

MASTRIGLI F. — *Studio della personalità del delinquente per la difesa della società e della razza;* 1940.

MAZZEI J. — *Deduzioni dalla teoria dei costi comparati a favore dell'autarchia.* (Estr. « Rivista Ital. di Scienze Economiche », Anno XI, fasc. III, marzo 1939). Zanichelli, Bologna, 1939.

ID. — *L'economia corporativa e il pensiero di Arrigo Serpieri.* (Estr. « Economia », Anno XVII, Nuova Serie, Vol. XXIII, n. 5).

ID. — *L'economia italiana nel 1938.* (Estr. « Riv. Intern. di Scienze Sociali », maggio 1939, Anno XLVII, fasc. III). Milano, 1939.

MAZZILLI B. — *Se le variazioni dei prezzi del vino del Leccese rivelino tendenze stagionali.* (Suppl. al « Bollettino Mens. di Stat. del Consiglio Prov. delle Corpor. di Lecce », n. 18, Seconda Serie, giugno 1939). Macri, Bari, 1939.

ID. — *Il registro delle ditte tenuto dagli Uffici Provinciali delle Corporazioni.* Bari, Macri, 1939.

MEDOLAGHI P. — *Economia e finanza delle imprese assicuratrici. Anno Accad. 1939-40.* Fac. di Scienze Stat. Demografiche e Attuariali della R. Università di Roma, 1939-1940.

ID. — *I contributi degli Italiani al progresso della matematica attuariale : 1839-1939.* (Estr. dall'opera « Un secolo di progresso scientifico italiano », 1839-1939). S.I.P.S., Roma, 1939.

ID. — *I contributi degli Italiani al progresso del calcolo delle probabilità : 1839-1939.* (Estr. da « Un secolo di progresso scientifico italiano », *1839-1939*). S.I.P.S., Roma, 1939.

ID. — *Sulla stabilità della curva di distribuzione dei redditi.* (Estr. « Atti della riunione di Pisa » della Soc. Ital. di Statistica, 9 ottobre 1939).

MESSINA I. — *Appunti di tecnica delle assicurazioni sociali e delle assicurazioni rami elementari. Anno Accad. 1935-36*. R. Università di Roma.

MESSORI O. — *L'importanza delle rilevazioni dei salari di fatto nelle categorie dei lavoratori di albergo*. Soc. Ital. di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

MIANI CALABRESE D. — *Aspetti della morbilità dei lavoratori dell'industria*. (In « L'Economia Italiana », Anno XXV, n. 12, dicembre 1940). Roma, 1940.

ID. — *Ricerche statistiche sul metabolismo di base dell'infanzia*. (In « Quaderni della nutrizione », Vol. IV, n. 5-6, dicembre 1937). Bologna, 1937.

ID. e PERRELLI S. — *Contributo alla conoscenza del metabolismo di base degli Italiani*. Nota V. *Il metabolismo di base di soggetti (femmine) dai 12 ai 20 anni*. (In « Quaderni della nutrizione », Vol. IV, n. 5-6, dicembre 1937). Bologna, 1937.

MICKLEM N. — *Il nazional-socialismo ed il cristianesimo*. « I Problemi del mondo ». Oxford University Press, 1940.

MIGLIETTI G. — *L'organizzazione degli schedari anagrafici dei lavoratori in Provincia di Bergamo - Risultati di un esperimento triennale - Suoi futuri sviluppi e adattamenti nel quadro delle istituzioni comunali e di assistenza delle organizzazioni sindacali fasciste dei lavoratori*. Soc. Ital. di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

MILIANI L. — *Le piene dei fiumi veneti e i provvedimenti di difesa*. Le Monnier, Firenze, 1939.

MINISTERO DELLE COMUNICAZIONI (Direzione Generale delle Poste e dei Telegrafi). — *Relazione per l'anno finanziario 1937-38*. Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

MINISTERO DELLE FINANZE. — *Contributo straordinario del due per cento sui salari a favore dei richiamati*. Roma, 1940.

ID. — *Esenzioni tributarie a favore delle famiglie numerose*. (Legge 20 marzo 1940, n. 224). Roma, 1940.

ID. — *Insediamento della commissione per gli studi relativi alla probatorietà del nuovo catasto edilizio urbano*. (Estr. da « Rivista del Catasto e dei Servizi tecnici erariali », n. 3, 1940). Roma, 1940.

MINISTERO DELLA GUERRA. — *Relazione medico-statistica sulle condizioni sanitarie delle forze armate nelle colonie negli anni 1935-1936*. Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

ID. — *Relazione medico-statistica sulle condizioni sanitarie del R. Esercito nell'anno 1935*. Istituto Poligr. dello Stato, Roma, 1940.

MINISTERO DELL'INTERNO. — *Alcune caratteristiche di malattie infettive e sociali soggette a denunzia (Anno 1936)*. Ist. Poligr. dello Stato Roma, 1940.

ID. — *Idem (Anno 1938)*, Roma, 1940.

ID. — *Notiziario dell'Amministrazione sanitaria del Regno* (3° fasc.). Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI. — *Le opere pubbliche al 31 dicembre, 1937*. Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

Minislero dei Lavori Pubblici. — *Terzo censimento generale delle opere pubbliche.* Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

Mira G. — *Aspetti dell'economia comasca all'inizio dell'età moderna.* E. Cavalleri, Como, 1939.

Id. — *I prezzi dei cereali a Como dal 1512 al 1658.* (Estr. dal fasc. di luglio 1940, Anno XLVIII, Fasc. IV). Milano, 1940.

Id. — *I registri d'estimo e lo studio dell'economia lombarda del XV e XVI secolo.* (Estr. dal Fasc. di luglio 1940, Anno XLVIII, fasc. IV) Milano 1940.

Id. — *Vicende economiche di una famiglia italiana dal XIV al XVII secolo.* « Vita e Pensiero ». Milano 1940.

Montalenti G. — *Elementi di Genetica.* L. Cappelli Bologna 1938.

Monti G. M. — *Per la storia dei Borboni di Napoli e dei patrioti meridionali.* « R. Deputazione di Storia Patria per le Puglie ». Documenti e Monografie, Vol. XXII, Nuova serie. Vecchi & C., Trani, 1939.

Morello V. — *Balzac e l'antropologia criminale.* (Estr. « Nuova Antologia », marzo-aprile 1901).

Motta P. — *Aspetti statistici ed economici della bonifica del latifondo siciliano.* Soc. Ital. di Demografia e Statistica. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Naudet M. — *La beneficenza pubblica presso i Romani.* (In « Biblioteca di Storia Economica », Vol. V). Soc. Editrice Libraria, Milano, 1921.

Neviani A. — *I briozoi adriatici del Museo Civico di Storia Naturale di Venezia.* « Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Vol. XXX, n. 4. Venezia, 1938.

Niceforo A. — *Buoni consigli per le ricerche di antropometria e di biometria.* (In « Scritti biologici », Vol. XIII). Siena, 1938.

Id. — *Equivoci ed errori da evitare quando si parla del profilo grafico.* (In « S.A.S. », n. 8). Bologna, 1939.

Id. — *. . .Pauperum tabernas* (*Vecchie e nuove indagini statistiche sulle abitazioni povere*). Soc. Ital. di Demografia e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Nicolucci G. — *Il Darwinismo secondo i più recenti studi.* (Estr. « Rendiconto della R. Acc. delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli », fasc. 8°, agosto 1886).

Noberasco F. — *Peste e contagi in Savona* (Estr « Cronache Savonesi » dal n. 7 al n. 10 del 1939).

Occhiuto A. — *Ricerche sull'ammontare del fabbisogno alimentare delle famiglie dei lavoratori e sul modo di adeguare i salari su tale fabbisogno.* Soc. Ital. di Demografia e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Ottaviani G. — *Sulla probabilità che una prova su due variabili casuali X e Y verifichi la disuguaglianza $X<Y$ e sul corrispondente scarto quadratico medio.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari ». Anno X, nn. 3-4, luglio-ottobre 1939). Roma, 1940.

Paglino F. — *Regolarità nella struttura di collettività di assicurati.* (Riunione della Soc. Ital. di Stat., 26-27 giugno 1940).

PALOMBA G. — *Disoccupazione, fluttuazioni industriali ed opere pubbliche.* (Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939).

PANUNZIO S. — *Diritto, forza e violenza - Lineamenti di una teoria della violenza.* L. Cappelli, Bologna, 1921.

ID. — *I sindacati e l'organizzazione economica dell'impero.* (Estr. dalla « Rassegna Economica dell'Africa Italiana », aprile 1938, n. 4). Roma, 1938.

ID. — *Sulla natura giuridica dell'impero italiano d'Etiopia.* (Estr. « Rassegna Economica dell'Africa Italiana », settembre 1938, n. 9). Roma, 1938.

PAPI G. U. — *Il problema del Sig. Cordel Hull.* « Centro Italiano di Studi Americani », n. 16. Carlo Colombo, Roma, 1940.

PARENTI G. — *Considerazioni su recenti indagini intorno alla storia dei prezzi.* (Estr. « Annali di Stat. e di Economia » della R. Università di Genova, 1940, Anno VI, Vol. VII-VIII). Bozzo & Coccarello, Genova, 1940.

ID. — *La tecnica ed il significato dei primi numeri indici dei prezzi.* (Estr. « Economia », Anno XVIII, Nuova Serie, Vol. XXV, n. 6).

ID. — *Prime ricerche sulla rivoluzione dei prezzi in Firenze.* Carlo Cya, Firenze, 1939.

PELLEGRINI A. — *Comunicazioni aeree tra l'Italia e l'America.* « Centro Italiano di Studi Americani », Roma, 1938.

PENNAVARIA F. — *L'assistenza di malattia ai lavoratori del commercio nel decennio 1930-39.* Roma, 1939.

PERETTI E. — *La produzione dell'energia elettrica in Italia nel 1922.* Ministero dei Lavori Pubblici, Roma, 1923.

PETRAGNANI G. — *Disinfezione.* (Estr. « Notiziario dell'Amministrazione Sanitaria del Regno », n. 1). Istituto Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

ID. — *Stato sanitario del Regno ed attività della Direzione Generale della Sanità Pubblica.* (Estr. « Notiziario dell'Amministrazione Sanitaria del Regno », n. 1). Ist. Poligr. dello Stato, 1939.

PETTAZZONI R. — *Carlo Alfonso Nallino.* (Estr. dalla « Nuova Antologia », 1° aprile 1939). Roma, 1939.

PICCOLI U. — *Importanza della Statistica negli studi dei risanamenti con accessi ad indagini sulle condizioni ambientali dei lavoratori.* (Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939).

PIETRA G. — *Gli studi italiani di statistica metodologica ed applicata, di calcolo di probabilità e di matematica attuariale nell'anno XVI E. F.* (Società Ital. per il Progresso delle Scienze). Roma, 1939.

ID. — *Vincenzo Giuffrida, 1878-1940.* (Estr. dal « Supplemento Statistico ai nuovi Problemi », n. 1, Annata VI, 1940).

PIGOU A. C. — *Capitalismo e Socialismo (Critica dei due sistemi).* G. Einaudi, Torino, 1939.

PINGHINI C. — *Sul calcolo della riserva-sinistri nell'assicurazione di malattia.* (Estr. da « Assistenza Fascista », Anno V, n. 6, novembre-dicembre 1939). Roma, 1939.

PIO ISTITUTO DI S. SPIRITO ED OSPEDALI RIUNITI DI ROMA. — *Statistica sanitaria dal 1934 al 1939* (6 fascicoli). Roma, 1935-1940.

Possony S. Th. — *L'economia della guerra totale*. G. Einaudi, Torino, 1939.

Pranaitis I. B. — *Cristo e i Cristiani nel Talmud*. Tumminelli & C., Roma-Milano, 1939.

Privato G. — *Le imprese di servizi pubblici (caratteristiche di gestione e di rilevazione)*. Università Comm. L. Bocconi, Serie II, n. 10. A. Giuffrè, Milano, 1939.

Puggioni e Strucchi. — *Nuovissime tavole finanziarie*. « Centro Studi », Ist. Naz. Assic. Roma.

Pullè G. — *Razze e Nazioni*. Cedam, Padova, 1939.

Puma M. — *Elementi per una teoria matematica del contagio*. Editoriale Aeronautica, Roma, 1939.

Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica. — *Costituzione, organizzazione e fini dell'Istituto* (Programma dei corsi per l'anno 1939-1940). Studium Urbis, Roma, 1940.

Repaci F. A. — *I contributi sindacali e la finanza corporativa*. N. Zanichelli, Bologna, 1940.

Resta M. — *Il problema della vita dei popoli*. (In « Gazzetta dell'Emilia », 28 dicembre 1940, n. 52). Modena, 1940.

Revelli P. — *America e Italia nel rinascimento*. (« Centro Italiano di Studi Americani », n. 15). Carlo Colombo, Roma, 1940.

Riccardi R. — *Economia fascista. Sanzioni, commercio estero, autarchia*. Prefazione di S. E. Galeazzo Ciano. Unione Editor. Ital., Roma.

Ricci F. — *Colmare il disavanzo*. Discorso pronunciato nella riunione del 30 maggio 1939. Senato del Regno, Roma, 1939.

Id. — *Fortezza e giustizia*. Discorso pronunciato nella riunione del 15 maggio 1940. Senato del Regno, Roma, 1940.

Rossi L. — *Il petrolio nel mondo*. F.lli Bocca, Milano, 1940.

Id. — *La « elasticità » dello Stato italiano*. (Estr. « Scritti giuridici in onore di Santi Romano »). A. Milani, Padova, 1939.

Rugarli S. — *Stati Uniti d'Europa* (Saggi estratti dai fasc. 2, 3, 4, Anno 1940 di « Rivista di Sociologia »). Milano, 1940.

Saibante M. — *Il fascismo e l'industria*. A. Mondadori, Milano, 1940.

Salvemini T. — *Sulla correzione dei momenti empirici di una distribuzione statistica*. (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno X, nn. 1-2, gennaio-aprile 1939). Ist. Italiano degli Attuari, Roma, 1939.

Santacroce G. — *Sul calcolo approssimato delle annualità vitalizie*. (Estr. « Atti dell'Istituto Naz. delle Assic. », Vol. XII). Roma, 1940.

Savorgnan F. — *Studi di microstatistica*. Industrie Grafiche Abete. Roma, 1940.

Schepis G. — *Le case rurali nel mezzogiorno*. (Estr. « Questioni Meridionali », Anno II, nn. 2-3). Napoli, 1935.

Seminario Matematico e Fisico di Milano. — *Rendiconti*, Voll. VII, VIII, IX, X, XI, XII. Libr. Editr. Politecnica, Milano, 1938.

Sera G. L. — *Necessità di una organizzazione sistematica delle scienze fisiche e morali sull'uomo*. F.lli Stianti, Sancasciano, Val di Pesa, 1939.

SERPIERI A. — *La stima dei beni fondiari*. « Biblioteca di cultura per i rurali », Vol. VII. Soc. An. G. Barbèra, Firenze, 1939.

ID. — *La preparazione agricola alla guerra totale*. (Estr. « Economia », Anno XVIII, Nuova Serie, Vol. XXV, n. 4).

SEVERI F. — *Galileo e il metodo sperimentale*. Soc. Ital. per il Progresso delle Scienze. Roma, 1939.

SIMONI A. — *I Sidamo fedeli sudditi dell'impero*. Cacciari, Bologna, 1939.

SOCIETÀ ITALIANA DI DEMOGRAFIA E STATISTICA. — *Atti della III Riunione*. Dott. C. Cya, Bologna, 13 novembre 1938.

SOCIETÀ ITALIANA DEGLI AUTORI ED EDITORI. — *Lo spettacolo in Italia. Anno 1938*, Roma, 1938.

ID. — *Idem, per l'anno 1939*, Roma, 1939.

SOCIETÀ ITALIANA PER IL PROGRESSO DELLE SCIENZE. — *Il primo congresso dei Dotti a Pisa*, ottobre 1939. V. Baldaci, Pisa.

ID. — *L'Aula Magna dell'Università di Pisa*. Ottobre 1939. Pisa.

ID. — *Un secolo di progresso scientifico italiano 1839-1939*. Roma, A. XVII.

SOCIETÀ ITALIANA DI STATISTICA. — *Atti della prima riunione scientifica*. Pisa, 9 ottobre 1939.

SORBELLI A. — *Storia della Università di Bologna*. N. Zanichelli, Bologna, 1940.

SPANN O. — *Breve storia delle teorie economiche*. G. C. Sansoni, Firenze, 1936.

SPANO N. — *La Città Universitaria di Roma*. F.lli Palombi, Roma, 1940.

SUGLIA M. — *L'autarchia nell'autotrazione*. (Estr. « Trasporti e Lavori Pubblici », fasc. 5, maggio 1940). Tivoli, 1940.

TAGLIACARNE G. — *Elementi di demografia*. A. Giuffré, Milano, 1940.

ID. — *Le vie di rifornimento dell'Italia*. Collana di Studi della Confederazione Fasc. dei Commercianti. Roma, 1940.

ID. — *Media aritmetica e media geometrica nel calcolo dei numeri indici dei prezzi all'ingrosso*. (In « Giornale degli economisti e Rivista di Stat. », Anno XLIII, n. 6, giugno 1938).

ID. — *Prospettive della battaglia demografica*. (In « Gerarchia », Anno XIV, n. 3, marzo 1934). Milano, 1934.

ID. — *Popolazione commerciale italiana*. Soc. Ital. di Demografia e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

TASSINARI G. — *Il canale Emiliano-Romagnolo*. Discorso tenuto nell'Aula Magna della R. Università in occasione del II convegno per l'irrigazione. Bologna, 25 maggio, 1940.

ID. — *L'agricoltura nell'economia della nazione*. Discorso sul bilancio del Ministero per l'agricoltura e le foreste, tenuto al Senato del Regno il 7 maggio 1940.

TAVIANI P. E. — *Il concetto di utilità e la teoria economica*. Università Cattolica del Sacro Cuore, Serie III. Scienze sociali, Vol. XIX. Vita e Pensiero, Milano, 1938.

TENTI B. — *Caratteristiche e dinamismo del parco delle autovetture*. Firenze, 1939.

THAON DI REVEL P. — *Contributo alla teoria della legge della domanda e dell'offerta*. (Estr. « Rivista Ital. di Scienze Econ. », Anno XII, fasc. 8, agosto 1940). N. Zanichelli, Bologna, 1940.

Thaon di Revel P. — *Esposizione finanziaria.* (Discorso pronunciato alla Camera dei Fasci e delle Corporazioni nella seduta del 23 maggio 1939). Ist. Poligr. dello Stato, Roma, 1939.

Id. — *Esposizione finanziaria.* Discorso pronunciato al Senato del Regno nella seduta del 17 maggio 1940. Roma, 1940.

Id. — *Il catasto nella legislazione fascista.* Parte I. *Catasto terreni. Estensione del metodo catastale all'accertamento del reddito agrario.* (Estr. « Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici erariali », n. 6, 1939). Min. delle Finanze, Roma, 1939.

Tilgher A. — *Il caso.* (Estr. « Religio », 1939). Scienze e Lettere, Roma, 1939.

Tivaroni C. — *La casa rurale in Italia.* (Estr. « Rivista di Politica Economica », Anno XXX, 1940, fasc. IX-X). Usila, Roma, 1940.

Tizzano A. — *Su alcuni aspetti della mortalità per tumori maligni.* (Estr. « Difesa Sociale », 1939).

Trasimeni R. — *Delinquenza minorile.* Roma, 1940.

Tucci G. — *L'alimentazione nelle categorie degli addetti al commercio di Napoli.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

Unione Nazionale Fascista delle Industrie Elettriche. — *Il consumo d'energia elettrica per illuminazione in Italia.* Milano, 1940.

Università Cattolica del S. Cuore. — *Annuario per l'anno accademico XVII: 1938-39.* « Vita e Pensiero ». Milano, 1939.

Id. — *Contributi del Laboratorio di Statistica.* Milano, 1939.

Id. — *Contributi del Laboratorio di Psicologia.* «Vita e Pensiero», Milano, 1940.

Id. — *G. B. Vico.* (Volume commemorativo nel secondo centenario della pubblicazione della « Scienza nuova » (1725-1925) a cura del P. Agostino Gemelli O. F. M.). Vita e Pensiero, Milano, 1926.

Università Commerciale L. Bocconi. — *La situazione economica internazionale.* Cedam, Padova, 1940.

Università degli Studi di Camerino. — *Annali della facoltà Giuridica. 1939.* Vol. XIII, Napoli, 1939.

R. Università degli Studi di Roma. — *Relazione del Rettore Magnifico, Cons. Naz. Prof. Pietro de Francisci sull'Anno Acc. 1939-40.* (Estr. dall'« Annuario 1940-41 »).

Vaccaro G. — *Sopra una doppia infinità di vettori invarianti in corrispondenza biunivoca coi punti di una superficie.* (Estr. dagli « Atti della R. Accad. di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo », Serie IV, Vol. I, Parte I). R. Accad. Scienze, Lettere ed Arti, Palermo, 1940.

Vampa D. — *Inchiesta in una città d'Italia sulle abitazioni della popolazione povera assistita.* (Estr. « Difesa Sociale », nn. 4-5, A. XV). Aprile-maggio, 1937.

Id. — *« Normalità » ed « Anormalità » delle manifestazioni individuali.* (Estr. da « L'Organizzazione scientifica del lavoro », Anno XII, n. 1, Roma).

Id. — *Profilo grafico dell'habitus costituzionale di gruppi differenti di atleti.* (Estr. dagli « Atti del II Congresso di Medicina Sportiva », Bologna, 24-26 ottobre 1935). Rocca S. Casciano.

VANUTELLI C. e MIANI CALABRESE D. — *Indagini sugli stipendi degli impiegati dell'industria nell'anno 1938.* (Estr. « Atti della V Riunione di Napoli della Soc. Ital. di Demogr. e Stat. »). Città di Castello, 1940.

ID. — *La determinazione dell'ammontare globale delle retribuzioni corrisposte ai lavoratori dell'industria.* (Estr. « Atti della V Riunione di Napoli della Soc. Ital. di Demogr. e Stat. »). Città di Castello, 1940.

VECCHI A. — *Sul colore dell'iride nei colombi domestici e sulla sua eredità.* (Estr. « Archivio Zoologico Italiano », Vol. XXIV). Rosenberg & Sellier, Torino, 1937.

VERCELLI F. — *Analizzatore meccanico delle curve oscillanti.* « Commentationes », Anno II, Vol. III, n. 19, 1939.

VERRI P. — *Considerazioni sul commercio dello Stato di Milano.* A cura di C. A. Vianello. Università Comm. L. Bocconi. Ist. di Storia Econ. Serie I: *Fonti*, Vol. I. Milano, 1939.

VIANELLI S. — *Le tabelle di consumo in relazione alla dottrina paretiana.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

VICARELLI G. — *Per la tutela legale della madre e del figlio durante la gravidanza.* (Estr. dagli « Atti della Soc. Ital. di Ostetricia e Ginecologia », Vol. XXXVI, 1939).

VIDONI G. — *Rilievi sugli anormali appartenenti a categorie lavoratrici.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat. Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

VILLARI L. — *Gli Italiani negli Stati Uniti.* Centro Ital. di Studi Americani, Roma, 1939.

ID. — *Nord e Sud negli Stati Uniti.* Centro Ital. di Studi Americani, Roma, 1940.

VINCI F. — *I bilanci di famiglia nella prassi e nella teoria economica.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Nuovi concetti statistici nello studio della disoccupazione.* Soc. Ital. di Demogr. e Stat., Riunione di Napoli, 18-20 dicembre 1939.

ID. — *Un nuovo metodo per la costruzione dei profili. Ancora sui metodi dei profili.* (« S.A.S. », n. 8, 15 aprile 1939). Bologna, 1939.

VINELLI M. — *Carloforte. Aspetti di un esperimento di colonizzazione in Sardegna.* (Estr. « Bollettino della R. Soc. Geogr. Ital. »). Roma, 1941.

ID. — *Il vizio organico della proprietà fondiaria in Sardegna.* Cagliari, 1931.

ID. — *Un cinquantennio di vita economica sarda.* (Estr. « Il Rinnovamento ». Anno II, n. 11). Roma, 1915.

VIOLA G. — *Gli abiti costituzionali fondamentali e la legge universale che li determina.* L. Cappelli, Bologna, 1926.

ID. — *I confini della scienza della costituzione e l'antropometria come suo metodo universale secondo la scuola italiana.* L. Cappelli Rocca S. Casciano, 1931.

ID. — *Introduzione allo studio della medicina interna.* Torino, 1932.

ID. — *La costituzione individuale, Dottrina - Metodo - Tipi morfologici.* L. Cappelli, Bologna, 1933.

Viola G. — *L'anatomia quantitativa.* (Estr. « Endocrinologia e patologia costituzionale », Vol. V, fasc. III, giugno 1930). L. Cappelli, Bologna, 1930.

Id. — *La medicina organismo scientifico unitivo.* (Estr. « Endocrinologia e patologia costituzionale », Vol. I, fasc. II, giugno 1926). L. Cappelli, Bologna, 1926.

Id. — *Prefazione al volume di P. Castellino « Sulla Costituzione ».* (Estr. « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. I, fasc. IV, dicembre 1926).

Id. e Schiassi F. — *La costituzione individuale.* (In «Medicina interna»). Torino, 1932.

Viola T. — *Notizie sull'Istituto Nazionale per le applicazioni del calcolo.* Consiglio Naz. delle Ricerche, Roma, 1939.

Vivanet F. — *Colonizzazione della Sardegna.* Salaris, Cagliari, 1893.

Volpe G. — *A quattrocentoquarantasette anni dal viaggio di Colombo.* Centro Ital. di Studi Americani, Roma, 1939.

Volpicelli L. — *Commento alla carta della scuola.* Ist. Nazionale di Cultura Fascista, Roma 1940.

Wheeler-Bennett J. — *Il trattato di Brest-Litovsk e la politica orientale della Germania.* « I problemi del mondo ». Oxford University Press, 1940.

Zecca L. — *Prezzi di importazione e di esportazione e ragioni di scambio nel nostro commercio con l'estero (1928-1938).* Conf. Fasc. dei Commercianti, Roma, 1939.

Id. — *Idem,* II appendice. Conf. Fasc. dei Commercianti, Roma, 1939.

Zuccarello G. M. — *Il progresso dell'olivicoltura italiana.* (In « L'Olivicoltore », Anno XIII n. 2, febbraio 1936). Roma.

Almagià R. — *Les bases scientifiques de la géographie économique.* Extr. « L'Egypte contemporaine », Tome XXX. Imprimerie Nationale Boulaq. Le Caire, 1939.

Ancel J. — *Géographie des frontières.* Gallimard, Paris, 1938.

Id. — *Géopolitique.* Delagrave, Paris, 1938.

Banco de la Nación Argentina. — *Rapport et bilan général, 47° exercice, 1938.* Buenos Aires, 1938.

Id. — *Idem, 48e exercice, 1939.* Buenos Aires, 1939.

Banu G. — *La science de la médicine sociale.* Bucarest, 1940.

Baudin L. — *Le système non réglementé des relations économiques internationales, source de paix ou de guerre ?* Inst. Intern. de Coop. Intellectuelle. Soc. des Nations. Paris, 1939.

Id. — *Quelques observations relatives à l'influence des variations de la production de l'or sur les mouvements de longue durée des prix.* « Conférence Internationale des Instituts de Conjoncture ». Pontigny, 2-6-9-1938.

Benedetti P. — *Les rapports entre le cancer et les types de constitution.* Extr. « Archivum Chirurgiae Orio », novembre-décembre 1931. L. Cappelli, Bologna.

Borel E. — *Jubilé Scientifique de M. Emile Borel.* Allocutions prononcées à la cérémonie du 14 janvier 1940. Gauthier Villars, Paris, 1940.
Bureau Central de Statistique de la Finlande. — *Annuaire statistique de la Finlande, 1940.* Helsinki, 1940.
Id. — *Commerce extérieur 1938.* Helsinki, 1939.
Id. — *Commerce extérieur 1939.* Helsinki, 1940.
Id. — *L'imposition sur le revenu et la fortune pour l'année 1937.* Helsinki, 1940.
Id. — *Statistique des industries de Finlande, année 1938.* Helsinki, 1940.
Bureau Federal de Statistique. — *Annuaires statistiques de la Suisse, 1938.* Berne, 1939.
Id. — *Idem, 1939.* Berne, 1940.
Id. — *Charge fiscale en Suisse en 1939. Personnes physiques.* Berne, 1939.
Id. — *Idem, 1940. Administration fédérale des contributions.* Berne, 1940.
Id. — *Contributions fédérales de crise. Résultats de la IIe période 1936-37.* Berne, 1939.
Id. — *Mouvement de la population en Suisse, 1937.* Berne, 1939.
Id. — *Idem, 1938.* Berne, 1940.
Id. — *Office Fédéral des Assurances sociales. Caisses-maladie Suisses et caisses d'assurance contre la tuberculose années 1936 et 1937.* Berne, 1940.
Id. — *Statistique forestière Suisse 1938.* IIeme, livraison/4e fasc. Berne, 1940.
Id. — *Statistique Suisse des Fabriques du 16 sept. 1937.* Berne, 1940.
Bureau International du travail. — *L'année sociale 1938-1939* (9e année). Genève, 1939.
Bureau de Statistique de l'Islande. *État et mouvement de la population en 1931-1935.* Reykjavik, 1938.
Id. — *Statistique de l'agriculture en 1937.* Reykjavik, 1938.
Id. — *Statistique du commerce en 1937.* Reykjavik, 1939.
Bureau de Statistique de l'État Letton. — *Annuaire statistique de la Lettonie,* 1939.
Id. — *Commerce extérieur et transit de la Lettonie, 1938.* Riga, 1939.
Id. — *État de l'agriculture en Lettonie en 1938.* 13éme année écrit par A. Maldups. Riga, 1939.
Id. — *Idem, 1939.* XIVme Edition, écrit par A. Maldups. Riga, 1940.
Id. — *Métiers et industrie de Lettonie en 1935. (D'après les matériaux du 1e recensement commercial et industriel). Activité et main-d'oeuvre* écrit par V. Salnais et A. Kaimins. Riga, 1939.
Id. — *Quatrième recensement de la population en Lettonie en 1935.* Vol. VI: *Occupations.* Riga, 1939.
Id. — *Recensement agricole de 1939.* Nombre des exploitations agricoles. Riga, 1940.
Id. — *Statistique de l'hygiène publique pour 1938.* XIe année. Riga, 1940.
Id. — *Statistique de l'Industrie 1938.* Riga, 1940.
Id. — *Statistique des finances et des crédits en 1939.* Riga, 1939.

Chossat de Montburon N. — *Dérivation tensorielle dans un espace métrique déformable entrainé*, « Annales de l'Université de Lyon », 3e Serie, Section A. Paris, 1939.

Congrès International de la Population. — Fasc. I : *Théorie gén. de la pop.* ; Fasc. II : *Démographie historique* ; Fasc. III, IV e V : *Dém. statistique* ; Fasc. VI : *Dém. de la France d'outre-mer* ; Fasc. VII-*Facteurs et conséquences de l'évolution démographique* ; Fasc. VIII : *Problèmes qualitatifs de la population*. Herman & C. Paris, 1938.

Congrès International des Sciences Authropologiques et Ethnologiques. — *Compte rendu de la deuxième session, Copenhague 1938*. E. Munksgard, Copenhague, 1939.

Davie M. R. — *La guerre dans les sociétés primitives*. Payot, Paris, 1931.

De Balas Ch. — *Matières premières et peuplement*. Tirage à part du « Journal de la Soc. Hongroise de Stat. », année 1940, n. 1. Budapest, 1940.

Dekany E. — *Communautés et organisations*. (*Essai sur la classification des groupements sociaux*). Domat Montchrestien. Paris, 1940.

Delaporte P. — *Une méthode d'analyse des corrélations*. Séance du 19 juin 1939.

Id. — *Une méthode d'analyse des corrélations et son application*. Séance du 26 juin 1939.

Dennery E. — *Le problème des matières premières*. Inst. Intern. de Cooperation Intellectuelle. Soc. des Nations. Paris, 1939.

Dieulefait R. — III : *Sur la fonction logistique*. « Congrès de la population ». Théorie générale de la population.

Direction Generale de la Statistique du Royaume de Bulgarie. — *Annuaire Statistique 1939*. Sofia, 1939.

Id. — *Idem, 1940*. Dir. Gen. de Stat. Sofia, 1940.

Id. — *Statistique criminelle, 1937*. Sofia, 1939.

Id. — *Idem, 1938*. Sofia, 1940.

Id. — *Statistique des Sociétés Coopératives 1937*. Sofia, 1939.

Id. — *Statistique du commerce extérieur, 1938*. Sofia, 1939.

Id. — *Idem. 1939*. Sofia, 1940.

Id. — *Statistique de l'enseignement 1936-37*. Imp. de l'État. Sofia, 1939.

Id. — *Idem, 1938-39*. Sofia, 1940.

Id. — *Idem*. Sofia, 1940.

Id. — *Statistique des Sociétés coopératives (1938)*. Dir. Gen. de la Stat. Sofia, 1940.

Divisia F. — *Allocution* (Société de Statistique de Paris, Séance du 18 janvier 1939). Paris, 1939.

Id. — *Rôle de la statistique dans les nouveaux problèmes de l'économie politique*. Genève, 1939.

Divisia M. F. — *Communication - Ressources et problèmes statistiques - Marine marchande - Discussion*, « Journal de la Soc. de Statistique de Paris », année 80e, juin 1939.

Duge de Bernonville L. — *Initiation à l'analyse statistique*. Libr. Gén. de Droit et de Jurisprudence. Paris, 1939.

DUMITRESCU F. G. — *Les explorations pour pétrole sur les terrains de l'État.* « Moniteur du Pétrole Roumain ». Bucarest, 1940.

EYRAUD E. — *Le monde des abeilles.* Payot. Paris, 1938.

EYRAUD H. — *Les lois des erreurs dans deux dimensions,* « Annales de l'Université de Lyon », 3e Série, Section A. Herman & C. Paris, 1939.

ID. — *Les Principes de la mesure des corrélations,* « Bulletin Bi-Mensuel de la Société Française de Physique », n. 420, 20-5-1938.

ID. — *Sur l'addition des aléatoires imaginaires,* « Annales de l'Université de Lyon », 3e Série, Section A. Herman & C. Paris, 1939.

FERENCZI I. — *L'optimum synthétique du peuplement.* Inst. Intern. de Coopér. Intellect. Conférence Perm. des Hautes Études Int. Soc. des Nations. Paris, 1938.

FINETTI B. — VIII partie : *Compte rendu critique du colloque de Genève sur la théorie des probabilités.* « Actualités Scientifiques et industrielles ». Herman & C. Paris, 1939.

FRANCON J. — *L'esprit des abeilles.* Gallimard. Paris, 1939.

FRECHET M. — *Au sujet de la détermination de la variation séculaire.* Tirage à part du « Journal de la Soc. Hongroise de Statistique », 1936, n. 4. Stephaneum, S. A. Budapest, 1937.

GEORGESCU D. C. — *La fertilité différentielle en Roumanie.* Institut Central de Statistique. Bucarest, 1940.

ID. — *L'alimentation de la population rurale en Roumanie.* Institut Central de Statistique. Bucarest, 1940.

ID. — *L'habitation et l'alimentation paysannes de Nereĵ-Vrancea.* Bucarest, 1940.

GOUVERNEMENT GÉNÉRAL DE L'AFRIQUE OCCIDENTALE FRANÇAISE. — *Annuaire Statistique de l'Afrique Occidentale Française.* 3e Vol. 1936-37-38. Paris, 1939.

GUMBEL E. J. — *La dissection d'une répartition,* « Annales de l'Université de Lyon ». 3e Série, Section A. Herman & C. Paris, 1939.

ID. — *La durée des plus grandes valeurs.* Univ. de Lyon, n. 87, 5 juin 1939.

ID. — *La durée de retour des plus grandes valeurs.* Séance du 5 juin, 1939.

ID. — *La durée de retour, mesure de l'indépendance.* Extr. « Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences ». Séance du 8 mai 1939. Gauthier-Villars. Paris, 1939.

ID. — *Les plus grandes précipitations.* Extr. « La Météorologie », n. 19, janvier-fév. 1939. Soc. Mét. de France. Paris, 1939.

ID. — *La probabilité des hypothèses.* Université de Lyon, n. 96, 23 oct. 1939.

VON HABERLER G. — *Prosperité et dépression. Etude théorique des cycles économiques.* (Nouvelle édition revue et augmentée). Société des Nations. Genève, 1939.

HALBWACHS M. — *Morphologie sociale.* A. Colin. Paris, 1938.

HENRY A. — *Observations sur la statistique de la consommation.* (Estr. « Annales de la Société scientifique de Bruxelles », Serie III, Sciénces économiques, t. LX, 1940). Louvain, 1940.

HERSCH L. — *De quelques potentiels-vie et de certaines variétés de vie moyenne.* Extr. « Revue de l'Inst. Int. de Stat. », 1940 : 3/4.

HUBER M. — *Cours de Démographie et de Statistique sanitaire.* - I. *Introduction à l'étude des Stat. Démogr. et sanitaires* ; II. *Méthodes d'élaboration des Stat. démographiques* (Réc. état civil, migrations) ; III. *État de la population d'après les recensements* ; IV. *Nuptialité, nationalité, fécondité.* Herman & C. Paris, 1939.

HUSSON R. — XI. *La démographie mathématique. Equations générales. Propriétés générales des trajectoires démographiques.* « Congrès de la Population ». Théorie générale de la Population.

INSTITUT CENTRAL DE STATISTIQUE DE ROUMANIE. — *Annuaire statistique de la Roumanie, 1937-38.* Bucarest, 1939.

ID. — *Bréviaire Statistique de la Roumanie, 1940.* Bucarest, 1940.

ID. — *Mouvement de la population en Roumanie, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937.* Bucarest, 1939.

ID. — *Statistique des prix en 1937.* Bucarest, 1939.

ID. — *Statistique des prix en détail pendant l'année* 1939. Bucarest, 1940.

ID. — *Statistique des Sociétés Anonymes de Roumanie, 1936-1937.* Bucarest, 1938-39.

INSTITUT DE SCIENCES FINANCIÈRES ET D'ASSURANCES. — *Travaux n. 89-94. Section A. Sciences mathématiques et Astronomie.* II. Herman & C. Paris, 1939.

ID. — *Cours d'Economie Politique.* Vol. I : *Capitalistes-Entrepreneurs - Salariés.* Prof. M. Schatz. Univ. de Lyon, 1939.

INSTITUT SCIENTIFIQUE DE RECHERCHES ECONOMIQUES & SOCIALES. — *Rapport sur l'exercice 1938-1939.* Paris, 1939.

JORDAN CH. — *Problèmes de la probabilité des épreuves répétées dans le cas général.* Extr. « Bulletin de la Société mathématique de France ». Institut Henri Poincaré. Paris.

JUBILE SCIENTIFIQUE DE M. EMILE BOREL. — *Allocutions prononcées à la céremonie du 14 janvier 1940. Adresses, télégrammes.* Gauthier Villars. Paris, 1940.

KORCAK J. — *Deux types fondamentaux de distribution statistique.* (Session de l'Institut International de Statistique. Prague, 1938). Prague, 1938.

LABRIOLA A. — *Le crépuscule de la civilisation - L'occident et les peuples de couleur.* G. Mignolet & Storz. Paris,

LE BON G. — *Psychologie des foules.* Presses Universitaires de France. Alcan, 1939.

LINDER A. — XII : *De la meilleure méthode pour dégager et mesurer la tendance du mouvement naturel de la population.* « Congrès de la Population ». Théorie générale de la Population.

BUREAU CENTRAL DE STATISTIQUE DE LITHUANIE. — *Commerce extérieur de Lithuanie en 1930,* 3e année.

MADGEARU V. — *La politique économique extérieure de la Roumanie (1927-1938).* Institut des Recherches Soc. de Roumanie. Bucarest, 1939.

ID. — *Le contrôle des changes en Roumanie.* Institut Soc. de Roumanie. Bucarest, 1940.

MALECOT. — *Le calcul des probabilités et les problèmes de l'hérédité*, « Annales de l'Université de Lyon », 3e Série, Section A. Herman & C. Paris, 1939.

MANOILESCO M. — *Pour un vocabulaire international de la science économique. Essai de définition de ces trois Notions axiales: utilité, valeur richesse*, « Revue d'Économie Politique », tome LIII. Recueil Sirey. Paris, 1939.

MANUILA S. — *Structure et évolution de la population rurale*. Inst. Centr. de Stat. Bucarest, 1940.

MAROGER G. — *La question des matières premières et les revendications coloniales*. « Centre d'études de Politique », Hartmann P. Paris, 1937.

MARTIAL R. — *La race française*. «Mercure de France». Paris, 1939.

ID. — *Vie et constance des Races*. «Mercure de France». Paris, 1939.

MAUNIER R. — *Les caractères de l'Empire colonial français*. (Extr. Mélanges écon. & Soc. offerts à Emile Witmeur. Recueil Sirey). Paris, 1939.

ID. — *Mélanges économiques et Sociaux offerts à Emile Witmeur* Libr. Recueil Sirey. Paris, 1939.

MENDES CORREA. — *Les « profils » en Antropologie, Biotypologie et Criminologie*, « S. A. S. », n. 9, 25-11-1939. Bologna, 1939.

MINEUR H. — *La statistique stellaire*. Genève, 1939.

MINISTERE DE L'ÉCONOMIE NATIONALE. DIRECTION DE LA STATISTIQUE GÉNÉRALE ET DE LA DOCUMENTATION DE LA FRANCE. — *Annuaire Statistique*, 54e Vol., 1938. Paris, 1939.

ID. — *Recensement de 1931. Statistique des familles. Productivité des mariages. Habitants recensés d'après l'année de naissance*. Paris, 1939.

MRAZEC L. — *Réflexions à l'occasion du 40e anniversaire de la première revue roumaine de pétrole*. « Moniteur du Pétrole Roumain ». Bucarest, 1940.

NAVA S. — *René Maunier, sociologue de la colonisation*. « Rev. Int. de Sociologie », t. 47.

NICEFORO A.—*Le profil graphique des individus et des groupes. Normalité et Anormalité*. Herman & C. Paris, 1937.

NORGES OFFISIELLE STATISTIKK. — *Assurance-maladie nationale 28e année, 1938*. Oslo, 1940.

ID. — *Assurance-maladie nationale 29e année*. Oslo, 1941.

ID. — *Assurances de l'État contre les accidents pour les travailleurs de l'industrie, etc., 1936*. Oslo, 1939.

ID. — *Colonisation en Norvège subventionnée par l'État 1921-36. Recensement au 20 juin 1938*. Oslo, 1941.

ID. — *Dette etc. des communes*. Oslo, 1939.

ID. — *Durée du travail etc. dans les entreprises horticoles*. Oslo, 1939.

ID. — *Écoles professionnelles, 1935-36, 1936-37, 1937-38*. Oslo, 1939.

ID. — *Finances des communes pendant l'exercice 1936-37*. Oslo, 1940.

ID. — *Consommation de bois sur les fermes 1936-37*. Oslo, 1939.

ID. — IX. 172. *Grandes Pêches maritimes, 1937*. Oslo, 1939.

ID. — *Grandes pêches maritimes, 1938*. Oslo, 1940.

ID. — *Statistique de la criminalité, 1937, 1938*. Oslo, 1940.

Norges Offisielle Statistikk. — *L'industrie laitière de la Norvège en 1938*. Oslo, 1939.
Id. — *Idem, 1939*. Oslo, 1941.
Id. — *Mouvement de la population pendant l'année 1937*. Oslo, 1939.
Id. — *Idem, 1938*. Oslo, 1940.
Id. — *Navigation extérieure de la marine marchande norvégienne en 1937*. Oslo, 1939.
Id. — *Rapport sur l'état sanitaire et médical pour l'année 1937*. Oslo, 1939.
Id. — *Recensement d'établissements au 9-10-1936*. II. *Les établissements dans les différents districts du Royaume. Données spéciales sur hotels, automobiles et navigation*. Oslo, 1939.
Id. — IX. 175. *Recensement d'établissements au 9 octobre 1936*. III. *Aperçu général. Les unités économiques*. Oslo, 1939.
Id. — IX. 191. *Recensement du 20 juin 1939*. I. *La Superficie, animaux domestiques, etc.* Oslo, 1940.
Id. — IX. 165. *Répartition d'impôts, 1938-39*. Oslo, 1939.
Id. — *Service vétérinaire civil 1937*. Kommissjon Hos. H. Aschehoug & C. Oslo, 1939.
Id. — *Idem, 1938*. Oslo, 1939.
Id. — *Société d'assurances 1938. Rapport du Conseil d'Assurances*. Oslo, 1939.
Id. — X. 2. *Sociétés d'assurances 1939. Rapport du Conseil d'assurances*. Oslo, 1941.
Id. — IX. 174. *Statistique des banques privées par actions et des caisses d'épargne pour l'année 1938*. I. Kommission Hos J. Achehoug & C. Oslo, 1939.
Id. — X-5. *Statistique des banques privées par actions et des caisses d'épargne pour l'année 1939*. Oslo, 1941.
Id. — IX. 186. *Statistique des chemins de fer norvégiens pour l'exercice 1938-39*. Oslo, 1940.
Id. — IX. 185. *Statistique de l'instruction publique pour l'année 1936-37*. Oslo, 1940.
Id. — *Idem, 1937-38*. Oslo, 1940.
Id. — IX. 173. *Statistique du Commerce de la Norvège pendant l'année 1938*. Oslo, 1939.
Id. — *Idem, 1939*. Oslo, 1940.
Id. — IX. 166. *Statistique des hospices d'aliénés pour l'année 1937*. Kommission Hos. H. Aschehoug & C. Oslo, 1939.
Id. — IX. 176. *Statistique des mines et usines en Norvège en 1938*. Oslo, 1939.
Id. — *Idem, 1939*. Oslo, 1941.
Id. — IX. 188. *Statistique industrielle*. - I. *Données sur la production industr. en 1938 (4505 établ.)* ; II. *Données des établissements industr. en 1937 (14071 établ.)*. Oslo, 1940.
Id. — IX. 183. *Statistique du recrutement de l'armée pour l'année 1937*. Oslo, 1939.
Id. — *Statistique postale pour l'année 1938*. Kommision Hos. H. Aschehoug & C. Oslo, 1939.

NORGES OFFISIELLE STATISTIKK. — *Idem, 1939*. Oslo, 1940.
ID. — *Statistique des télégraphes et des téléphones de l'État de Norvège pour l'année financière 1937-1938*. Oslo, 1939.
ID. — *Idem, 1938-1939*. Oslo, 1940.
ID. — *Annuaire Statistique de la Norvège, année 1940*. Oslo, 1940.
ID. — *Aperçu de la situation économique en 1939*. Oslo, 1940.
OFFICE CENTRAL DE STATISTIQUE DE LA RÉPUBLIQUE POLONAISE. — *Annuaire du commerce extérieur de la république Polonaise et de la Ville libre de Dantzig, 1938*. Varsovie, 1939.
ID. — *Mariages, naissances et décès 1931, 1932*. Varsovie, 1939.
ID. — *Statistique agricole 1938*. Varsovie, 1939.
ID. — *Statistique de l'assiette de l'impôt sur le revenu pour l'année fiscale 1936*. Varsovie, 1939.
ID. — *Statistique de l'enseignement scolaire 1937-38*. Varsovie, 1939.
ID. — *Statistique des transports pour les voies navigables, 1938*. Varsovie. 1939.
OFFICE CENTRAL DE STATISTIQUE DE LA RÉPUBLIQUE TURQUE. — *Annuaire Statistique, Vol. 10, 1938-39. Public. n.* 142. Ankara, 1939.
BUREAU CENTRAL DE STATISTIQUE DES PAYS-BAS. — *Annuaire Statistique des Pays-Bas, 1938*. La Haye, 1939.
OFFICE CENTRAL ROYAL HONGROIS DE STATISTIQUE. — *Annuaire Statistique Hongrois 1938*. Budapest, 1940.
PERNET R. — *La cyclide de Dupin à déférentes paraboliques*, Annuales de l'Université de Lyon », 3e Série, Section A. Fase 2. Hermann & C. Paris, 1939.
PERRIN A. — *La civilisation de la vigne*. Libr. Gallimard. Paris, 1938.
PICONE M. — *L'activité de l'Institut National pour les applications du Calcul depuis sa fondation (1932) jusqu'à présent*. Extr. « Acta Astronomica », Série C. Vol. 4, 1939.
PIROU G. — *Néo-Libéralisme. Néo-Corporatisme. Néo-Socialisme*. Gallimard. Paris, 1939.
PIZANTY M. — *Aperçu général sur l'industrie pétrolière de Roumanie*. Inst. Econ. Roumain. « Cartea Romanaesa ». Bucarest, 1940.
ID. — *La commercialisation des produits pétroliferès en 1939*. Moniteur du Pétrole Roumain. Bucarest, 1940.
ID. — *La vitalité de l'industrie pétrolifère roumaine*. Institut Economique Roumain. Bucarest, 1939.
ID. — *Le tonnage de la flotte mondiale. Situation des navires de commerce, des navires-citernes et des bateaux de guerre*, 1939.
ID. — *Situation du personnel dans l'industrie du pétrole*. Extr. « Moniteur du Pétrole Roumain », 1939.
POLAK J. J. — *Etudes statistiques de la structure économique*. Genève, 1939.
RÉPUBLIQUE DU PORTUGAL. — *Comptes publics de l'année financière 1938. Rapporto de la 10e gestion du Ministre des Finances: Oliveira Salazar*. Lisboa, 1939.

Rist C. — *Quelques observations entre la vitesse d'accroissement de la production d'or et les mouvements des prix.* « Conférence Internationale des Instituts de Conjoncture ». Pontigny, 2-6 septembre, 1938.

Rostand J. — *Hérédité et racisme.* Gallimard. Paris, 1939.

Salazar O. — *Exposé des motifs précédent le décret qui a approuvé le budget pour l'année financière 1940.* Lisbonne, 1940.

Sartiaux F. — *La civilisation.* A. Colin. Paris, 1938.

Sauny A. — XIV. *Sur les possibilités de retour à l'équilibre pour une population régressive ou rétrograde.* « Congrès de la Population ». Théorie générale de la population.

Sauter M. R. — *Contribution à l'étude anthropologique des populations du haut moyen âge dans le bassin du Séman et le Jura. Le Problème des Burgondes. Recherches d'authropologie historique.* Genève, 1941.

Simiand F. — *Le salaire, l'évolution sociale et la monnaie. Essai de théorie expérimentale du salaire.* 3 Vols. Alcan F. Paris, 1932.

Société des Nations. — *Annuaire statistique de la Société des nations, 1939-40.* Genève, 1940.

Id. — *Aperçu de la situation monétaire.* Genève, 1940. (*Monnaies et Banques 1939-40*, Vol. I). Genève, 1940.

Id. — *Balance des paiements 1938.* Genève, 1939.

Id. — *Cinquantième rapport du Commissaire de la Société des Nations en Bulgarie.* (*Période janvier-mars 1939*). Genève, 1-6-1939.

Id. — *Cinquante et unième rapport du commissaire de la Societé des Nations en Bulgarie.* (*Période avril-juin 1939*). Genève, 15 sept.

Id. — *Denrées Alimentaires et matières premières.* Genève, 1939.

Id. — *Comité d'Experts Statisticiens. Indices de la production industrielle.* Genève, 1939.

Id. — *Le commerce international de certains matières premières et denrées alimentaires par pays d'origine et de consommation, 1936.* Genève, 1937.

Id. — *Idem, 1938.* Genève, 1939.

Id. — *L'habitation urbaine et rurale.* Genève, 1939.

Id. — *La prévention de la double imposition internationale et de l'évasion fiscale.* Genève, 22-6-1940.

Id. — *La production mondiale et les prix, 1938-39.* Genève, 1939.

Id. — *Matières premières. Population.* (Coopération Intellectuelle, 80-81). Xe Session de la Conf. Perm. des Études Intern. Paris, 28 juin, 3 juillet, 1937.

Id. — *Rapport du Comité de coordination des questions économiques et financières figurant à l'ordre du jour de la 20e Session ordinaire de l'assemblée.* Genève, 24-6-1939.

Id. — *Rapport du Comité pour l'étude des contrats d'emprunts internationaux.* Genève, 1939.

Id. — *Comité Fiscal. Rapport au Conseil sur les travaux de la 9e Session du Comité* (*tenue à Genève du 12 au 21-6-1939*). Genève, 21-6-1939.

Id. — *Comité Economique. Rapport au Conseil sur les travaux de sa 50e Session* (*tenue à Genève du 15 au 20-6-1939*). Genève, 20-6-1939.

Società des Nations. — *Comité d'experts statisticiens. Rapport au Conseil sur les travaux de la 8e Session (tenue à Genève du 22 au 27-4-1939).* Genève, 27-4-1939).

Id. — *Comité des Financiers. Rapport au Conseil sur les travaux de la 68e Session du Comité (Genève, 15-20-6-1936).* Genève, 20-6-1939.

Id. — *Idem. Rapport au Conseil sur les travaux de la 68e Session du Comité (Genève, 15-20-6-1939). Crédit agricole, crédit à moyen ferme a l'industrie.* Genève, 20-6-1939.

Id. — *Rapport épidemiologique annuel Statistique corrigé des maladies à déclaration obbligatoire pour l'année 1937* (Publiées par la Section d'hygiène). Genève, 1939.

Id. — *Rapport de la Commission pour l'étude du Problème des matières premières.* Genève, 8 sept. 1937.

Id. — *Remarques sur les perspectives actuelles de la politique commerciale.* Genève, 20-6-1939.

Id. — *Revue de la situation économique mondiale, 1938-39.* Genève, 1939.

Id. — *Statistique du commerce international 1938.* Genève, 1939.

Id. — *Comité d'experts statisticiens statistiques de l'habitation.* Genève, 1939.

Id. — *Vérification stat. des théories des cycles économiques.* I. *Une méthode et son application au mouvement des investissements.* Par, J. Tinbergen. Genève, 1939.

Id. — *Service d'études économiques. Vérification statistique des théories des cycles économiques.* II. *Les cycles économiques aux Etats-Unis d'Amérique de* 1919 *à* 1932. Par J. Tinbergen. Genève, 1939.

Id. — *Vérification statistique des théories des cycles économiques.* II. *Les cycles économiques aux États-Unis d'Amérique de* 1919 *à* 1932. Par J. Tinbergen. Genève, 1939.

Société de Statistique de Paris. — *Allocution de Mr François Divisia président pour 1939.* (Séance du 18 Janvier 1939).

Sofronie G. — *La position internationale de la Roumanie.* Inst. Soc. Roumain. Bucarest, 1938.

Sous-Secretariat d'État pour la presse & le tourisme. — *Le Revenu National.* (Direction de la Presse Etrangère) (Bulletin Hebdomadaire de documentation N. 148). Athènes le, 1e juillet 1939.

Thirring G. — *Efforts internationaux dans le domaine de la statistique des villes* (Discours 11 janvier 1927). Extr. « La Revue de la Soc. Hongroise de Statistique », année 1927, n. 2. Budapest, 1927.

Id. — *L'académie hongroise et la Statistique Nationale.* Extr. « Revue de la Soc. Hongroise de Statistique », article paru dans les n. 3-4, année 1926. Budapest, 1927.

Id. — *La diminution des naissances et l'allure récente du mouvement de la Population en Hongrie.* Extr. « Journal de la Societé Hongroise de Statistique », année 1931, n. 1. Budapest, 1939.

Id. — *La statistique de l'habitation à Budapest, son organisation, son développement et ses méthodes.* Tirage à part du « Journal de la Soc. Hongroise de Stat. », année 1929, n. 1-2. Budapest, 1929.

THIRRING G. — *Les recensements de la population en Hongrie sous Joseph.* II (1784-1787). Extr. « Journal de la Soc. Hongroise de Statistique », année 1931, n. 2-3. Budapest, 1931.

ID. — *Le Tableau démographique d'un pays demembré.* Estr. « Journal de la Société Hongroise de Statistique », n. 2-3, 1940. Budapest, 1941.

TINBERGEN. — *Vérification statistique des théories des cycles économiques.* II. *Les cycles économiques aux États-Unis d'Amérique de 1919 à 1932.* Societé de Nations. Genève, 1939.

ID. — *Vérification Stat. des théories des cycles économiques.* I. *Une méthode et son application au mouvement des investissements.* Soc. des Nations. Genève, 1939.

TOMASZEWSKI E. — *Origine de la population de la ville de Lwów.* (*D'après les données du bureau statistique municipal et le recensement de la population de l'an, 1931 non compris l'armée en caserme et le service de sureté*). Edition de la ville de Lwów, 1939.

VEDRENES A. — *Note sur la trépanation du crâne dans la principauté du Monténégro.* (Extr. « Revue d'Anthropologie », 2 Série, T. IX).

VELLARD J. — *Une civilisation du miel.* (*Les Indiens Guayakis du Paraguay*). Gallimard. Paris.

VERIER & C. — *L'homme de couleur.* Libr. Plon. Paris, 1939.

VLADESCO O. — *L'Entente Balcanique.* Inst. Soc. Roumain. Bucarest, 1939.

WALCH-SORGDRAGER B. — *Les leptospiroses.* « Bulletin de l'Organisation d'hygiène et de la Societé des Nations », Vol. VIII, Extr. n. 3. Darantière. Dijon.

WEINREICH M. — *Le yiddish comme objet de la linguistique générale.* (IV Congrès International de linguistes à Copenhague, le 27-8-1936). Wilno, 1937.

WIETH-KNUDSEN K. — *Natalité et progrès.* Recueil Sirey. Paris, 1938.

WILKS S. S. — *De l'application de la théorie des probabilités à certains problèmes d'échantillonage en statistique mathématique.* Genève, 1939.

WINKLER W. — *Observations sur le rapport présenté par M. le Prof. Winkler.* « *La baisse de la natalité, ses causes et ses conséquences économiques et sociales* ». Extr. « Revue de l'Institut Intern. de Statistique », 1939.

ALMACK R. B. and LIVELY C. E. — *A method of determining rural social sub-areas with application to Ohio.* Part I : *Text and maps;* Part II : *Appendices.* Bulletin n. 106. Ohio State University, Columbus. 1938.

ALSBERG C. L. — *Wheat Studies of the food Research Institute.* Vol. XV, n. 7, April 1939. *Durum wheats and their utilization.* Stanford Univ. California, 1939.

ALVES H. F. and MORPHET. E. L. — *Principles and Procedures in the Organis ation of satisfactory local School Units.* Bulletin n. 11, 1938. U. S. Depart. of Interior. Office of Education. Washington, 1939.

AMOUR (D') F. E., BECKER F. E., VAN RIPER W. — *The black widow spider.* From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington, 1939.

An Atlas of the War. — *(15 maps) with explanatory text.* (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 22, University Press. Oxford.

ANDERSON M. D. — *Dynamic theory of wealth distribution.* Univ. of Florida Press., Gainesville, 1938.

ANDERSON W. A. — *Mobility of Rural Families.* II. *Changes in Residence and in Occupation of Sons and Daughters in Rural Families in Genese County, New-York.* Cornell Univ. Agr. Exp. Station. Bull. 623. March, 1935.

ANDREWS E. G. — *The development of imagination in the preschool child.* Studies in Character, Vol. III, n. 4. Univ. of Iowa. November 15, 1930.

ANDREWS J. N. and MARSDEN C. A. — *To-morrow in the Making.* Mc. Graw-Hill. Co. Ltd. London, 1939.

ANGUS H. F. — *The Problem of Peaceful Change in the Pacific Area.* Oxford Univ. Press. London-New York, 1937.

ARNOLD-FORSTER W. — *The blockade 1914-1919.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 17). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

ASHBY A. W. — *The effects of urban growth on the countryside.* Reprinted from «The Sociological Review», Vol. XXXI, Number 4, October 1939. The Le Play House Press. London, W. C. I.

AUGUSTIN L. — *Forest genetics.* From the «Smithsonian report» for 1938, Smithsonian Institution. Washington, 1938.

BAIN W. E. — *Parents look at modern education.* (Child Welfare Pamphlets, n. 59, Univ. of Iowa). January 22, 1938.

BALTIMORE M. D. and PECKAM C. H. — *Statistical Studies on Puerperal Infection.* From «American Journal of Obstetrics and Gynecology», Vol. 31, March. 1936, n. 3. St. Louis, U. S. A.

BARBER G. — *Congenital bowing and pseudarthrosis of the lower leg.* (From «Surgery, Gynecology and Obstetrics», Nov. 1939, Vol. 69, 618-626). Cleveland (Ohio).

ID. — *Osteochondrosis deformans tibiae.* (From «The American Journal of Roentgenology and Radium Therapy», Vol.XLII, n.4), Oct. 1939.

BARFORD B. — *Local Economic effects of a large-scale industrial undertaking.* The Economic Research Depart. of Aarhus Oliefabrik, A/S. Denmark, 1938.

BARNARD C. I. B. — *Dilemmas of Leadership in the Democratic Process.* Herbert L. Baker Foundation. Princeton University 1939.

BARTLETT M. S. and HALDANE J. B. S. — *The theory of inbreeding in autotetraploids.* (From «Journal of Genetics», Vol. XXIX, n. 2), July, 1934. University Press. Cambridge.

BARTON G. and MCNEELY J. G. — *Recent changes in farm labor organization in three Arkansas plantation counties.* Agr. Exp. Station. Fayetteville (Arkansas), 1939).

BATES S. — *Why children go wrong.* (Child Welfare Pamphlets), n. 66. Univ. of Iowa. December 10, 1938.

Bates R. W., Riddle O., Schooley J. P., Lahr E. L., Smith G. C., Miller R. A., Elwell L. H. — *Endocrine Studies.* (From « Annual Report of the Department of Genetics, Carnegie Institution of Washington », for the year 1937-38). Dec. 9, 1938.

Bates R. W. (vedi Schooley J. P., Riddle O).

Id. — *The question of a Sex Difference in Crop-Sac Response to Prolactin.* From «Proceedings of the American Society of Biological Chemists», Vol. XXXIII, 1939 (April) Cold Spring Harbor. N. Y.

Bates R. W., Riddle O., Lahr E. — *The racial factor in the pigeon crop-sac method of bioassay of prolactin.* (From « American Journal of Physiology », Vol. 125, n. 4), April, 1939.

Baxter C., Kiessling O., Yaworski N., Eaton L. and Davis E. — *Technology employment and output per man in iron mining.* Work Projects Admin. Philadelphia, June 1940.

Bean R. B. — *The Peopling of Virginia.* Chapman & Grimes. Boston, 1938.

Beebe G., Cautley R., Dickinson R. L. — *Rubber Sheats as Venereal Disease Prophylactis.* Rep. from the « American Journal of the Medical Sciences », Febr. 1938, n. 2, Vol. 195.

Id. — *The condom in modern contraceptive practice.* Reprinted from the «Marriage Hygiene», Kodak House, Bombay, August, 1936. Report from the National Comm. on Maternal Health, Inc. New York.

Beebe G. W., Gamble C. J. — *The effect of contraception upon human fertility.* Repr. from « Human Biology », Sept. 1938, Vol. 10, n. 3.

Beebe G., Shedlovsky L., Gamble C. J. — *Desirable properties and important ingredient of contraceptive jellies.* Repr. from « The Journal of Contraception », Vol. 1, Dec. 1936.

Beiswanger G. W. — *The character value of the old testament stories.* Studies in Character. Vol. III, n. 3. Univ. of Iowa, Sept. 15, 1930.

Bellows M. C. and Reed L. J. — *Effects of certain environmental factors on urban infant mortality rates.* Repr. from the « American Journal of Hygiene », Vol. 20, n. 3, Nov. 1934. U. S. A.

Bennett M. K. — *Seasonal aspects of the European wheat trade.* « Wheat studies of the Food Research Institute », Vol. XV, n. 6, March, 1939. Stamford University.

Benton A. H., Willson E. A., Hoffsomer H. C. — *Rural changes in western North Dakota.* Bulletin 214. January, 1928. Agr. Exp. Station. Fargo, North Dakota.

Beveridge W. — *Blockade and the civilian population.* (Oxford pamphlets on World Affairs n. 24). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

Birge R. T. and Deming W. — *On the Statistical Theory of Errors.* Repr. from « Reviews of Modern Physics. », Vol. 6, July, 1934. With additional notes dated 1937-38. The Graduate School of the Department of Agric. Washington, U. S. A.

Birley R. — *Czecho-Slovakia.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 15). The Clarendon Press. Oxford, 1940.

Blackett P. M. S. — *Cosmic radiation.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington, D. C.

BLACKWOOD B., BUXTON L. H. D. and TREVOR J. C. — *Measurement of Oxfordshire Villagers*. Repr.: « Journal of the Royal Anthropological Institute », Volume LXIX, Part I, 1939. London, 1939.

BLATZ and oth. — *Collected studies on the Dionne Quintuplets*. St. Georges School for Child Study. The University of Toronto Press. October, 1937.

BLAUCH L. E. — *Educational Service for Indians*. (The Advisory Committee on Education). Washington, 1939.

BLUMER H. — *Critiques of research in the Social Sciences*: I. Social Science Research Council. New York, 1939.

BOSWELL P. G. — *The floor of the Ocean*. From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington, 1939.

BOWLEY A. L. and STAMP J. — *Three studies in the national income*. The London School of Ec. and Pol. Science. Univ. of London, 1938.

BRESCIANI-TURRONI C. — *On the limits of state interference in economic affairs*. (Extr. de la Revue « Al Quanoun wal iqtisad », IX°, n. 5, May 1939). Noury & Fils. Le Caire.

BRIERLY J. L. — *Encerclement*. (Oxford Pamphlets on World affairs n. 12). Oxford University Press, 1939.

BRINTON W. C. — *Graphic Presentation*. Brinton Associates, New York City, 1939.

BRISTOW W. H. — *The rôle of parents and teachers in guiding children*. (Child Welfare Pamphlets, n. 69). Univ. of Iowa. January 4, 1939.

BROWN L. — *Group purchase of medical care by industrial employer*. Industrial Relations Section. Princeton Univ. N. J., 1938.

BROWN M. and CASSMORE O. — *Migratory cotton pickers in Arizona*. Works Progress Administration. Washington, 1939.

BRUNNER (DE) E. S. — *Rural Australia and New Zealand*. (Studies of the Pacific, n. 2), American Council. Institute of Pacific Relations. San Francisco, New York. Honolulu, 1938.

BULLOCK CH. J. — *Politics, finance and consequences*. Harvard University Press. Cambridge, Mass. 1939.

BUNZEL B. — (Vedi DUBLIN L. J. and BUNZEL B.).

BUXTON L. H. D. — (Vedi BLACKWOOD, BUXTON and TREVOR).

CAMPION H. — *Public and private property in Great Britain*. Humphrey Milford. Oxford University Press, 1939.

CARLSON H. S. — *Information and Certainty in Political Opinions : A study of University Students during a Campaign*. Studies in Character. Vol. IV, n. 1. Univ. of Iowa. August 15, 1931.

CARR E. H. — *Propaganda in international politics*. (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 16). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

CASSMORE O. — (Vedi BROWN and CASSMORE).

CAUTLEY R. — (Vedi DICKINSON R., BEEBE G.).

CASADAY, HOFLICH, TAYLOR. — *A study of the Incomes and Disbursements of 218 Middle Income Families in Honolulu*. University of Hawai Bulletin Vol. XVII, Number 10, Oct. 1938.

CHAPMAN C. — (Vedi COWLES A. and CHAPMAN C.).

CHARLES E. — *The twilight of parenthood. (A biological study of the decline of population growth)*. Watts & C. London.

CHRIST-JANER A. — *Art in Child Life.* (Child Welfare Pamphlets, n. 71) University of Iowa. January 14, 1939.

COBB W. M. — *Thomas Wingate Todd (an appreciation).* (From « Am. J. »). June 1939. Philadelphia.

COLES J. V. — *Consumer Demand in Missouri for Selected Articles of Household Textiles.* Bulletin 301, College of Agriculture. University of Missouri, May, 1939.

COLLINS S. D. — *Causes of illness in 9.000 Families based on nation-wide periodic canvasses, 1928-31.* Repr. n. 1563 from the « Public Health Reports », Vol. 48, n. 12, March 24, 1933. Washington, 1933.

ID. — *Economic Status and Health.* Bulletin n. 165. Public Health Service. Washington, 1927.

COLLINS S. D., GOVER and REED L. J. — *Time distribution of common colds and its relation to corresponding weather conditions.* Repr. « Public Health Reports », Vol. 49, n. 28, July 13, 1934. Public Health Service. Washington, 1934.

THE COMMITTEE FOR WHALING STATISTICS OF NORVEGIA. — *International Whaling Statistics.* Oslo, 1939.

ID. — *Idem.* Oslo, 1940.

CONDLIFFE J. B. — *Markets and the Problem of Peaceful Change.* Intern. Inst. of Intellectual Cooperation, League of Nations. Paris, 1938.

CONOTLI F. G. — *Reflections on the cheap-money policy particularly in England.* (Supplement to Svenska Handelsbankens Index). October, 1939.

CORSON J. — (Vedi GEE W. and CORSON J.).

COURTIS S. A. — *Improved techniques in the Measurement of Reading.* Univ. of Michigan.

ID. — *International comparisons in child developement.* Part I, Part II, 2 voll. Ann. Arbor, Michigan, 1932.

ID. — *The construction of measuring instruments in the field of education.* (From « Scientific Monthly », Sept. 1925, Vol. XXI).

ID. — *The goals of health education.* (From « The Research Quarterly »), October, 1930. Michigan.

ID. — *The measurement of growth.* Brumfield & Brumfield. Ann. Arbor. Michigan, 1932.

ID. — *What administration need to know about child development.* School of Education Univ. of Pittsburg. June 23, 1937.

COWLES A. 3rd (and Associates). — *J. Fisher. Common-Stock Indexes, 1871-1937.* (Cowles Commission for Research in Economics, Mono, 3). (From « The Journal of Political Economy), Vol. XLVII. n. 3, June, 1939. U. S. A.

COWLES A. and CHAPMAN C. — *A Statistical Study of Climate in relation to pulmonary Tuberculosis.* (From « Journal of the American Statistical Association », Sept. 1935, Vol. 30).

COWLES COMMISSION FOR RESEARCH IN ECONOMICS. — *Report of fifth Annual Research Conference on Economics and Statistics held at Colorado Springs. (July 3 to 28, 1939).* The University of Chicago. 1939.

CRAMER H. — *On the theory of stationary random processes.* Repr. «Annals of Mathematics », Vol. 41, n. 1, January, 1940.

CROWTHER G. — *Paying for the war*. (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 25. The Clarendon Press. Oxford, 1940.
ID. — *The sinews of war*. (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 23. The Clarendon Press. Oxford, 1939.
CRUM W. L. — *Corporate size and earning power*. Harvard University Press. Cambridge, 1939.
CUSHMAN J. A. — *The future of Paleontology*. From the «Smithsonian report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington, 1939.
DAHLBERG G. — *On the heredity of malignant tumours*. Inst. of Human Genetics and Race Biology. Uppsala.
DANILEVSKI N. and VANCE R. B. — *Population and the pattern of unemployment, 1930-1937*. (From «The Milbank Memorial Fund Quarterly», Vol. XVIII, n. 1), January 1940.
DAVENPORT C. B. — *Interpretation of certain infantile growth curves*. (Estr. «Growth», Vol. 1, n. 4). U. S. A.
ID. — *Investigation on child development* (for previous reports, see Year Books n. 34-36). (From «Carnegie Institution of Washington», Year Book n. 37, for the year 1937-38), Dec. 9, 1938.
ID. — *Idem* (for previous reports see Year Books n. 34, 35). (From «Carnegie Institution of Washington Year Book», n. 36, for the year 1936-37), Dec. 10, 1937.
ID. — *Post-natal development of the human outer nose*. (From «Proceedings of the American Philosophical Society»), Vol. 80, n. 2, 1939.
ID. — (Vedi LOVE A. G. and DAVENPORT C. B.).
DAVIES A. E. — *Our ageing population*. The Fabian Society. London, 1938.
DAVIS E. — (Vedi BAXTER C. and others).
ID. — (Vedi WRIGHT I. B.).
DAVISON CH. — *Studies on the Periodicity of Earthquakes*. Thomas Murby & C. London, 1938.
DAWSON W. M. and DEMING W. E. — *On a problem of natural increase*. Repr. from. «Growth», Vol. II, n. 4. U. S. A., 1938.
DELL F. — *Children and the machine age*. (Child Welfare Pamphlets, n. 35). Univ. of Iowa. August 11, 1934.
DE MARCHI G. — *The Italian organisation for survey of rivers: their standard levels and exploitation*, n. 27. «The first world power Conference». P. L. Humphries & C. L. td., Bradford.
DEMING W. E. — *On the sampling problems of the 1940 Census*. Revised 10th June, 1940. (Abstract of a talk to be given at the Cowles Conference on Economics & Statistics at Colorado Springs. 11 July 1940: to be published in the report).
ID. — (Vedi BIRGE R. T. and DEMING W. E.).
ID. — (Vedi DAWSON W. M.).
DEPARTMENT OF AGRICULTURAL ECONOMICS. — *Welsh Studies in Agricultural Economics*. (1938) Repr. from the «Welsh Journal of Agriculture», Vol. XIV. Univ. College of Wales. Aberystwyth.
ID. — *Idem* (*1939*). Repr. from the «Welsh Journal of Agriculture». Vol. XV. Univ. College of Wales. Aberystwyth.
DICKINSON R., — (Vedi BEEBE G., CAUTLEY R., DICKINSON R.).

Dimock H. S. — *The modern child and religion.* (Child Welfare Pamphlets, n. 32). Univ. of Iowa. July 21, 1934.

Dingle H. — *Science and the unobservable.* From the « Smithsonian Report », for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

Doan Ch. Austin. — *Modern medicine - The crossroads of the social and the physical sciences.* From the Smithsonian Report for 1938. Smithsonian Institution. Washington, 1939.

Docker F. G. — *Foreign exchange.* King & Son L.td. London, 1939.

Dodd E. L. — *Periodogram Analysis with the Phase a Change Variable.* From « Econometrica », Vol. 7, n. 1. January, 1939. Colorado Springs, U. S. A.

Id. — *The length of the cycles which result from the graduation of change elements.* (From « The Annals of Mathematical Statistics », Vol. X, n. 3, Sept. 1939. University of Texas.

Id. — *Regression coefficients as means of certain ratios,* 1937.

Id. — *Certain coefficients of regression or trend associated with largest likelihood,* in « Actualités Scientifiques et Industrielles», Hermann, Paris 1938.

Id. — *Frequency laws showing stability with reference to the geometric mean and other means.* (From « Bull. of the Amer. Math. Soc.»), June, 1932.

Id. — *Interior and exterior means obtained by the methods of moments.* (From « The Annals of Math. Statistics», Vol. IX, n. 3), Sept. 1938.

Id. — *The median, quartiles, and other positional means.* (From « The Annals of Math. Statistics », Vol. IX, n. 3), Sept. 1938.

Id. — *The substitutive mean and certain subclasses of this general mean.* « The Annals of Math. Stat » Vol. XI, n. 2, June 1940.

Id. — *The problem of assigning a length to the cycle to be found in a simple moving average and in a double moving average of chance data.* (From « Econometrica », vol. 9, n. 1), Jan. 1941. Colorado Springs.

Dodd S. C. — *A system of operationally defined concepts for sociology.* (From « The American Sociological Review », Vol. IV, n. 15), Oct. 1939.

Douglas P. H. — *The impact of recent social and economic changes upon the family.* (Child Welfare Pamphlets, n. 8). Univ. of Iowa. Oct. 13, 1934.

Downes J. — *The effect of tuberculosis on the size of family.* (From « The Milbank Memorial Fund Quarterly, Vol. XVII, n. 3), July, 1939. New York.

Dublin L. J. and Vane R. J. — *Causes of death by occupation.* Bulletin of the U. S. Bureau of Lab. Stat. n. 507. Washington, 1930.

Dublin L. J. and Bunzel B. — *To be or not to be. (A study of suicide).* Harrison Smith & R. Haas. New York, 1933.

Dubridge L. A. — *Some aspects of nuclear physics of possible interest in biological work.* From the «Smithsonian report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

Dunham H. W. and Faris R. E. L. — *Mental disorders in urban areas.* The University of Chicago Press. Chicago, 1939.

DUROST W. and OTIS A. S. — *Statistical Methods Applied to test Scores.* Department of research and test service of World Book Company. U. S. A., 1938.

EATON L. — (Vedi BAXTER C. and others).

EDSON N. W. — *Sex Conduct.* Repr. from « Toward Understanding Children ». (Child Welfare Pamphlets n. 21). Univ. of Iowa. July 29, 1933.

EGGLESTON F. W. and PACKER G. — *The growth of Australian population.* Modern Printing Co. L.td. Melbourne, 1937.

EICHELBERGER C. — *Pioneering in World Organisation.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 5. February 24th, 1940.

EICHELBERGER M. and WATT R. J. — *The World of Labor.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 13, April 20th, 1940.

EICHELBERGER C. and SHOTWELL J. — *When does Civilization Begin ?* « Which way to Lasting Peace ?» Broadcast n. 1. January 27, 1940.

ELKIN A. P. — *The Australian Aborigenes. How to understanding them.* Angus & Roberton L. td. Sydney & London, 1938.

EMBREE J. F. — *Iuye Mura, a Japanese village.* University Press. Chicago, 1939.

EMERSON A. E. — *Populations of Social Insects.* Reprinted from « Ecological Monographs », 9, July, 1939.

ID. — *Social Coordination and the Superorganism,* Univ. of Chicago Dept. of Zoology, 1939.

ID. — *Termite nests.* A study of the phylogeny of behavior. Repr. « Ecological Monographs », 8 April, 1938.

ENSOR R. C. K. — *Herr Hitler's self-disclosure in Mein Kampf.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 3). Clarendon Press. Oxford, 1939.

ID. — *Who Hitler is.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 20). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

FAIRCHILD H. P. — *People (the quantity and quality of population).* Henry Holt & C. New York.

FARIS R. E. L. — (Vedi DUNHAM H. W. and FARIS R. E. L.).

FARNSWORTH H. C. and WORKING H. — *World wheat survey and outlook, January, 1939.* « Wheat studies of the food research Institute », Vol. XV, n. 5, January, 1939. Standford University. California, 1939.

FEDERAL WORKS AGENCY. — *Technology, employment and output per man in petroleum and natural-gas production.* U. S. A.

FERENCZI I. — *The synthetic Optimum of Population.* (International Studies Conference). League of Nations. Paris, 1938.

FINDLAY SHIRRAS G. — *Obituary (Edvin Robert Anderson Seligman), 1861-1939.* « The Economic Journal », n. 195, Vol. XLIX, Sept., 1939. MacMillan & C. L. td. London.

BANK OF FINLAND. — *Year Book.* Vol. XIX. Helsinki, 1939.

BIRTH CONTROL FEDERATION OF AMERICA. — *First Southern Conference on Tomorrow's Children. Held in Atlanta, Georgia, Nov. 9-11, 1939.* New York, 1939.

FISHER A. G. B. — *Economic self-sufficiency.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 4). Clarendon Press. Oxford, 1939.

FISHER R. A. — *Recent progress in experimental design.* Genève, 1939.

ID. — *The comparison of samples with possibly unequal variances.* From « The Annals of Eugenics », Vol. IX, Part II, 1939. Cambridge, Univ. Press.

ID. — *The sampling distribution of some statistics obtained from non-linear equations.* From « Annals of Eugenics », Vol. IX, Part III, 1939. Cambridge, Univ. Press.

FISHER R. A., FORD E. B. and HUKLEY J. — *Taste-testing the Anthropoid Apes.* Repr. from « Nature », Vol. 144. Page, 150, October 28, 1939.

FOSTER W. T. — *Doctors, Dollars and Disease.* Pamphlets n. 10 (Revised). Public Affairs Committee. New York, 1939.

FOXE A. N. — *The life and death instincts.* The Monograph Editions. New York City.

FREMONT TITLE E. — (Vedi SHOTWELL J. T. and FREMONT TITLE E.).

FRETS G. P. — *Comparative Pathology. A second group of observations regarding Dimension and Form with the growth of the seeds of Phaseolus vulgaris.* (From « Proceedings », Vol. XLII, n. 7, 1939). Koninklyke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen.

ID. — *Comparatives Pathology. The growth curves of the dimensions and of weight of the seeds of Phaseolus vulgaris.* (From « Proceedings », Vol. XLII, n. 2, 1939). Koninklyke Nederlansche Akademie van Wetenschappen.

VON FRISCH K. — *The language of bees.* From the « Smithsonian Report » for 1938, Smithsonian Institution. Washington.

FULMER H. L. — *An analytical Study of a rural School Area.* Bulletin 320. Agr. Exp. Station. South Carolina, June, 1939.

FUNKHOUSER G. H. — *Historical development of the graphical representation of statistical data.* «Osiris» Vol. III. The Saint Catherine Press. L.td., Bruges.

GALPIN C. J. and MANNY T. B. — *Interstate migrations among the native white population as indicated by differences between State of birth and State of residence. (A series of Maps based on the Census 1870-1930).* U. S. Department of Agriculture. Washington, D. C.

GAMBLE C. J. — (Vedi BEEBE G. W., GAMBLE C. J.).

GAMBLE C. J., SHEDOWSKY L., BEEBE G. — *Desirable properties and important ingredients of Contraceptive Jellies.* Repr. from « The Journal of Contraception », Vol. I, Dec. 1936.

GAREY L. F. — *Land Transfers in Twelve Counties in Nebraska, 1928-32.* College of Agr. Univ. of Nebraska Agricul. Exp. Station. Res. Bull. 107. Lincoln, Nebraska, 1938.

GATHORNE-HARDY. — *The fourteen points and the treaty of Versailles.* (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 6). Clarendon Press. Oxford, 1939.

GEE W. — *A qualitative study of rural depopulation in a single township 1900-1930.* Reprinted from « The American Journal of Sociology ». Vol. XXXIX, n. 2, Sept. 1933. U. S. A.

ID. — *Rural Population research in relation to Land Utilization.* Repr. from « Social Forces », Vol. XII, n. 3, March, 1934.

GEE W. — *The Distinctiveness of Southern Culture*. Repr. from « The South Atlantic Quarterly », Vol. XXXVIII, n. 2, April, 1939.

ID. — *The « Drag » of talent out of the South*. Repr. from «Social Forces». Vol. 15, n. 3, March, 1937.

ID. — *The qualitative Nature of Rural Depopulation in Santuc Township, South Carolina 1900-1930*. Bull. 287. Agr. exp. Station. Blemenson. Jan., 1933.

GEE W. and CORSON J. — *Rural Depopulation in Certain Tidewater and Piedmont Areas of Virginia*. Univ. of Virginia. Inst. for Res. in the Soc. Sciences 1929. Monograph. n. 3.

GEE W. and RUNK D. — (Vedi RUNK D. and GEE W.).

GENERAL MOTORS CORPORATION. — *Thirty-First Annual Report (Year ended December 31, 1939)* Wilmington, Delaware.

GIANNINI T. C. — *A covenant which ought to be concluded between Italy and the United States*. (From «The Italo-American Legal Gazette»). New York.

GINSBURG L. — *Parenthood and poverty. (The population problem of democracy)*. Fabian Society. London, 1939.

ID. — *Population movements*. V. Gollanez L.td. & The New Fabian Research Bureau. London, 1937.

GLASS L. C. and YOST D. H. — *Inherited inability to sweat*. Repr. from « The Journal of Heredity », Vol. XXX, n. 11, page 477, Nov. 1939. American Genetic Ass. Washington.

GRAUNT J. — *Natural and political observations made upon the bills of mortality*. (From « Economic Tracts ». Johns Hopkins Press). Baltimore, 1939.

GRAY J. L. and MOSCHINSKY P. — *Ability and opportunity in English education*. « The Sociological Review », Vol. XXVII, n. 2, April, 1935.

GREEN H. W. — *Social sickness and economics*. Cleveland Health Council, 1931. Cleveland (Ohio).

GREENE R. S. and SHOTWELL. — *The Problem of the Far East*. « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 7. March 9th, 1940.

GREENWOOD M. — *On the statistical measure of infectiousness*. From « The Journal of Hygiene », Vol. XXXI, n. 3, 1 July, 1931. Univ. Press. Cambridge.

ID. — *The Medical Dictator*. Williams & Norgate L. td. London, 1936.

ID. — (Vedi IRWIN J. O. and GREENWOOD M.).

GREENWOOD M. and RUSSEL A. — *Bright's disease, nephritis and arteriosclerosis. A contribution to the history of medical statistics*. From « Biometrika », Vol. XXIX, Parts III and IV, February, 1938. Univ. College, London.

GREENWOOD M. and SMITH M. — *Some pioneers of medical psychology. I*. From « The British Journal of Medical psychology », Vol. XIV. Part I, 1934. Univ. Press. Cambridge.

ID. — *Idem. II*. From « The British Journal of Medical Psychology » Vol. XIV, Part II, 1934. University Press. Cambridge.

GREGORY C. L. and LIVELY C. E. — *Rural Social Areas in Missouri*. Bulletin 305, College of Agriculture, University of Missouri. August, 1939.

GREGORY C. L. and LIVELY C. E. — *The economic bases of revisionism*, in « Peaceful Change », Macmillan & C. L.td. London, 1937.

GRIFFIN J. I. — *Strikes*. Columbia Univ. Press. New York, 1939.

GROVES E. R. — *Marriage and modern life*. (Child Welfare Pamphlets, n. 36). Univ. of Iowa. July 7, 1934.

GUREVICH D. — *Jewish manufacture transportation and commerce. Report and general abstracts of the censuses taken in 1937*. Depart. of trade and industry of the Jewish Agency for Palestine. Jerusalem 1939.

HALDANE J. B. S. — *Mathematical study of heredity*. Geneva, 1939.

ID. — *Theoretical Genetics of Autopolyploids*. From « Journal of Genetics », Vol. XXII, n. 3, July, 1930. Cambridge University Press.

ID. — (Vedi BARTLETT M. S. and HALDANE J. B. S.).

HALL D. — *Soil erosion the growth of the desert in Afrika and elsewhere*. From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

HAMILTON C. H. — *An experimental farm rental agreement. (Revised)*. Progress Report n. 478. Revised Nov. 1939. Agr. & Mech. College of Texas.

HANSON A. C. and WILLIAMS. — *Money disbursements of Wage Earners and Clerical Workers in the North Atlantic Region*. Bulletin n. 637, Vol. I, 1934-36. U.S. Department of Labor-Bureau of Labor Statistics. New York City.

ID. — *Money disbursements of Wage Earners and Clerical Workers in Five Cities in the West North Central-Mountain Region, 1934-36*. Bulletin n. 641. U.S. Dept. of Labor. Washington, 1939.

ID. — *Money disbursements of Wage Earners and Clerical Workers in Five Cities in the Pacific Region 1934-36*. Bulletin n. 639. U. S. Depart. of Labor-Bureau of Labor Statistics. Washington, 1939.

HART H. N. — *Selective migration as a factor in child welfare in the United States, with special reference to Iowa*. From « The Iowa Child welfare research station », Vol. I, n. 7. University, Iowa city.

HART H. — *The family circle*. (Child Welfare Pamphlets, n. 55). Univ. of Iowa. December 19, 1936.

HARTKEMEIER H. — *Effects of Short Selling on Stock Prices*. Submitted to the « Cowles Commission for research in economics ». Session 1936. July 6 to August 8.

HASTINGS S. — *A national physiological minimum*. The Fabian Society. London, 1934.

HATTENDORF K. W. — *Parents answers to children's sex questions*. (Child Welfare Pamphlets, n. 30). Univ. of Iowa. October 21, 1933.

HAY DONALD G. — *Changes in North Dakota Farm Population during 1936 and 1937*. Bimonthly Bulletin, Vol. I, n. 1, Sept. 1938. North Dakota Agr. Exp. Station.

ID. — *North Dakota Farm Population Estimates January 1, 1939*. Bimonthly Bulletin, Vol. II, n. 1, Sept. 1939. North Dakota Agr. Exp. Station.

ID. — *Relationship of farm population movement and draught*. Bimonthly Bulletin, Vol. I, n. 5, May, 1939. North Dakota Agr. Exp. Station.

HEATON J. W. — *Mob violence in the late Roman Republic, 133-49 B. C.* The University of Illinois Press. Urbana, Illinois, 1939.

HEIPERIN M. A. — *International Studies Conference.* Intern. Inst. of Intellectual Cooperation. League of Nations. Paris, 1939.

HERRMAN L. and HOGBEN L. — *The intellectual resemblance of Twins.* (From « Proceedings of the Royal Society of Edinburgh », Vol. LIII, Part II, n. 9, Session 1932-1933).

HIGHTOWER P. R. — *Biblical information in relation to character and conduct.* Studies in Character, Vol. III, n. 2. Univ. of Iowa. Sept. 1, 1930.

HILL G. W. — *Rural migration and farm abandonment.* Federal Emergency relief administration. June 13, 1935. Series II, n. 6.

HODSON H. V. — *The British Empire.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 2). Clarendon Press. Oxford, 1940.

HOFFSOMER H. C. (Vedi BENTON A. L., WILLSON E. A. and HOFFSOMER H. C.

HOGBEN L. — *A matrix notation for Mendelian populations.* (From « Proceedings of the Royal Society of Edinburgh », Vol. LIII, Part I, n. 2, Session 1932-33). R. Grant & Son.

ID. — *The correlation of relatives on the supposition of sex-linked transmission.* Dep. of Soc. Biology. Univ. of London.

ID. — *The Detection of Linkage in Human Families.* I. *Both Heterozygous Genotypes Indeterminate.* II. *One Heterozygous Genetype Indeterminate.* (From « Proceedings of the Royal Society », B, Vol. 114, 1934).

ID. — *The effect of Consanguineous Parentage upon Metrical Characters of the Offspring.* (From « Proceedings of the Royal Society of Edinburgh », Session 1932-1933, Vol. LIII, Part III, n. 17).

ID. — *The factorial analysis of small families with parents of indetermined genotype.* Department of Social Biology. University of London.

ID. — (Vedi HERMAN L.).

HOGBEN L., WORRAL R. and ZIEVE I. — *The genetic of Alkaptonuria.* (From « Proceedings of the Royal Society of Edinburgh », Session 1931-1932, Vol. LII, Part III, n. 13). R. Grant & Son. Edinburgh, 1932.

HOWELL V. — *Effects of Family History on Longevity after Age 45.* (From « Transactions of the Actuarial Society of America », Vol. XXXIII, Part I, n. 87), May, 1932.

HOWELLS T. H. — *A comparative study of those who accept as against those who reject religious authority.* Studies in Character, Vol. II, n. 2. Univ. of Iowa. Nov. 15, 1938.

HUBBIE E. — *The nature of the nebulae.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

HUDSON G. F. — *Turkey, Greece and the eastern Mediterranean.* (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 9). Clarendon Press. Oxford, 1939.

HULBERT L. S. — *Legal phases of cooperative associations.* U.S. Dep. of Agriculture, Bulletin n. 1106. Washington, 1922. Revised, 1929.

HUXLEY J. — *Darwin's theory of sexual selection and the data subsumed by it, in the light of recent research.* Repr. from « The American naturalist », Vol. LXXII, Sept.-Oct., 1938. U. S. A.

HUXLEY J. — *Presidential address « Natural History-Taxonomy & General Biology »*. Repr. from « The Transactions of the South Eastern Union of Scientific Societies », Vol. XLIII, 1938.

ID. — *Proceedings of the Linnean Society of London*. (Session 151-1938-1939). From a « Discussion on « Subspecies » and Varieties ».

ID. — *« Race » in Europe*. (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 5). Clarendon Press. Oxford, 1939.

ID. — *Species formation and geographical isolation*. (Repr. from the « Proceedings of the Linnean Society of London », Session 150), Dec. 1938.

ID. — (Vedi FISHER R., FORD E. B. and HUXLEY J.).

GOUVERNEMENT OF BOMBAY - LABOUR OFFICE - GENERAL WAGE CENSUS. — Part I. *Perennial Factories*. Fourth report. May, 1934. Bombay, 1939.

INMAN S. G., SHOTWELL J. and FENWICK C. H. G. — *The Problem of the Americas*. « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 6, March 2nd, 1940.

INTERNATIONAL INSTITUTE OF INTELLECTUAL COOPERATION. — *Peaceful Change. Procedures - Population pressure - The colonial question - Raw materials and markets*. « Intern. Studies Conference », League of Nations. Paris, 1938.

IRWIN J. O. and GREENWOOD M. — *The biostatistics of senility*. (From « Human Biology », Vol. II, n. 1), Febr., 1939.

JACKSON J. H. — *The Baltic*. (Oxford Pamphlets on World Affairs). n. 27. The Clarendon Press. Oxford, 1940.

JARAY G. LOUIS. — *New conceptions of the Universe and of Matter*. From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

JASNY N. — *Competition among grains*. Food Research Institute. Standford University, California, 1940.

JEFFREYS H. — *Theory of Probability*. (From « American Mathematical Society », Vol. 46, n. 9), Sept., 1940.

JONES J. W. — *The Nazi conception of law*. (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 21). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

JUDD CH. H. — *Research in the United States Office of Education*. Staff Study n. 19. The Adv. Comm. on Education. Washington, 1939.

JUNOD H. P. — *Bantu heritage*. Hortors L.td. Johannesburg, 1938.

KALECKI M. — *Economic Fluctuations*. G. Allen & Union. London, 1938.

KARPINOS B. D. and KISER C. V. — *The differential fertility and potential rates of growth of various income and educational classes of urban populations in the United States*. (From « Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XVII, n. 4), Oct., 1939. New York.

KEESING F. M. — *The Menomini Indians of Wisconsin*. « Memoirs of the American Philosophical Society », Vol. X, Philadelphia, 1939.

KELLER E. A. — *A study of the physical assets, sometimes called wealth of the United States, 1922-1933*. A primer of economics : an essay in adult education. University of Notre Dame (Indiana), 1939.

KELLEY T. L. — *Essential Traits of Mental Life*. Harvaid Un. Press. Cambridge, Mass, 1935.

KIESSLING O. and NIGHMAN C. — *Mineral technology and output per man studies. Rock Drilling.* Work Projects Adm. Philadelphia, 1940.

KIESSLING R. L., NEWCOMB R. and WHITE MERRILL. — *Employment and income from gold placering by hand methods 1935-37.* Work Projects Admin. Philadelphia, June, 1940.

KIESSLING R. L. and others. — (Vedi BAXTER C.).

KISER C. V. — *Social implications of the under-developed family.* (From « The Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XIX, n. 1), January, 1941. New York.

ID. — *Voluntary and involuntary aspects of childness.* From « The Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XVII, n. 1, January, 1939. New York.

ID. — (Vedi KARPINOS B. D. and KISER C. V.).

KLEINSCHMIDT H. E. (Vedi NEWRATH O. and KLEINSCHMIDT H. E.).

KLOEFFLER R. G. — *Electron theory.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

KOENIG S. — *Immigrant settlements in Connecticut : their growth and characteristics.* Connecticut State Dep. of Education, 1938.

KOOPMANS T. — *Tanker freight rates and tankship building.* King & Son L. td. London, 1939.

ID. — *The degree of dumping in business cycles.* (From « Econometrica ». Vol. 8, n. 1, January, 1940). Colorado Springs. U. S. A.

KOSHAL R. S. — *Maximal likehood and minimal x^2 in relation to frequency curves.* From « The Annals of Eugenics », Vol. IX, Part III, 1939, Cambridge Univ. Press.

KRAENZEL C. F. — *Farm Population Mobility in Selected Montana Communities.* Bull. 371. April, 1939. Agr. Exp. Station. Bozeman, Montana.

KROEBER A. L. — *Cultural and natural areas of native North America.* University of California Press. Berkeley, 1939.

KROGMAN W. M. — *A guide to the identification of human skeletal material.* (From « F. B. I. Law Enforcement », Bulletin, Vol. 8, n. 8), Aug., 1939.

ID. — *Contributions of T. Wingate Todd to anatomy and physical anthropology.* (From «American Journal of Physical Anthropology», Vol. XXV. n. 2), July-Sept., 1939. Chicago.

ID. — *Facing Facts of Face Growth.* (From « American Journal of Orthodontics and Oral Surgery », St. Louis, Vol. 25, n. 8), August, 1939. Chicago, U. S. A.

ID. — *Life histories recorded in skeletons.* (From « American Anthropologist », Vol. 37, n. 1), January-March, 1935. Cleveland (Ohio).

ID. — *Medical Practices and Diseases of Aboriginal American Indians.* (From « Ciba Symposia », April, 1939, Vol. I, n. 1). Chicago.

ID. — *The inheritance of nonpathologic physical traits in man.* (From « Eugenical News », Vol. XXI, n. 6), Nov.-Dec., 1936, Cleveland (Ohio).

ID. — *The Skeleton Talks.* (Repr. «Scientific American» from the August, 1938.

ID. — *Thomas Wingate Todd.* January 15, 1885. - Dec. 28, 1938. (From « Science », February 17, 1939, Vol. 89, n. 2303), Chicago.

KUMLIEN W. F. — *Basic Trends of Social Change in South Dakota. I. Population Tendencies.* Bulletin 327. Agr. Exp. Station. Dep. of Rural Sociol. South Dakota, 1939.

KUZNETS S. — *National income and capital formation 1919-1935.* National Bur. of Ec. Research. New York, 1937.

LANDIS P. H. — *Rural immigrants to Washington State, 1932-36.* July, 1936. Agr. Exp. Station. State College, Washington.

LANDIS P. H. and WAKEFIELD R. — *The Drought farmeradjusts to the West.* (Series in Rural Pop. n. 4), Bull. 378. Agr. Exp. Station. State College, of Washington, 1939.

LANE W. D. — *What makes crime?* Pamphlet n. 34. Public Affairs Committee. New York, 1939.

LARSON O. F. — *Rural Households and Dependency.* Bulletin 444. Fort Collins, Colorado, 1938.

LATZ L. J. — *The rhythm of sterility and fertility in women.* Latz Foundation. Chicago, Ill. New Revised Edition, 1939.

LAUTERPACHT H. — *The legal aspect,* in « Peaceful Change ». MacMillan & C. L. td. London, 1937.

LEAVENS D. H. — *Silver Money.* Cowles Commission for Research, « Economics Monographs », n. 4. Principia Press, Inc. Bloomington, 1939.

LEIB K. E. — *Effects of changing economic conditions upon children.* (Child Welfare Pamphlets, n. 28). Univ. of Iowa. Sept. 16, 1933.

LEONTIEF W. — *The theory of limited and unlimited discrimination.* Harvard University.

LEWIN K. — *The conceptual representation and the measurement of psycological forces.* « Contribution to Psychological Theory », Vol. 1, n. 4 Serial n. 4. Duke University Press. Durkam, 1938.

LIDENGREN A. M. — *Education in Germany.* Bulletin 1938, n. 15. U.S. Department of the Interior, Office of Education. Washington, 1939.

LIVELY C. E. — (Vedi ALMACK R. B. and LIVELY C. E.).

ID. — (Vedi GREGORY C. L. and LIVELY C. E.).

LLOYD O. and MOORE H. — *The back-the-land movement in Southern Indiana.* Purdue Univ. Agr. Exp. Station. Lafayette. Indiana. Bulletin 409, April 1936.

LOCKHART E. G. — *The attitudes of children toward law.* Studies in Character, Vol. III, n. 1. Univ. of Iowa. August, 15, 1930.

LOTKA A. J. — *On an integral equation in population analysis.* (From « The Annals of Mathematical Statistics », Vol. X, n. 2), June, 1939.

ID. — *The theory of industrial replacement.* (From « Skandinavisc Aktuarietiskrift », 1940). Uppsala, 1940.

LOVE A. G. — *Somatological norms in tuberculosis and heart disease.* (From « Human Biology », Vol. I, n. 2), May, 1929. Worwich & York, Inc. Baltimore.

LOVE A. G. — (Vedi REED L. J.).

LOVE A. G. and DAVENPORT CH. B. — *The Medical Department of the United States Army in the world war,* Vol. XV, *Statistics Part I. Army Anthropology.* Govern. Print. Off. Washington, 1921.

LOVE A. G. and REED L. J. — *Biometric Studies on U. S. Army Officers. Somatological norms, correlations, and changes with age.* (From «Human Biology», Vol. 4, n. 4), December, 1932. Johns Hopkins Press. Baltimore.

ID. — *Biometric Studies on U. S. Army Officers-Economic Efficiency. (Lenght of Service) in relations to physical fitness and other factors.* (From «The Military Surgeon», Vol. 71, n. 3, Sept., 1932.

LUNDBERG G. A. — *Foundation of sociology.* MacMillan C. New York, 1939.

MACARTNEY C. A. — *The Danube basin.* (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 10). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

MACDONALD G. — *Food facts and diet planning.* MacMillan & C. L. td. London, 1938.

MACLEAN M. PH. D. — *The parent as cultural impact.* (Child Welfare Pamphlets), n. 70. Univ. of Iowa. January 7, 1939.

MAIR L. P. — *Colonial policy and peaceful change,* in «Peaceful Change». MacMillan & C. L. td. London, 1937.

MAJOR WRIGHT. — *Economic adaptation to a changing world market.* Ejnar Munksgaard. Copenhagen, 1939.

MALUF N. — *The Biology of Light production in Arthropods.* From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

MANCHESTER STATISTICAL SOCIETY. — *Transactions. Session 1937-38.* Norbury, Lockwood & Co. Manchester.

ID. — *Idem 1937-38.* Norbury, Lockwood & Co. Manchester.

ID. — *Idem 1938-39.* Norbury, Lockwood & Co. Manchester.

MANNING C. A. W. — *Some suggested conclusions,* in «Peaceful Change». MacMillan & C. L.td. London, 1937.

MANNHEIM K. — *The psychological aspect,* in «Peaceful Change». MacMillan & C. L.td. London, 1937.

MANNY T. B. and GALPIN C. J. — *Interstate migrations among the native white population as indicated by differences between State of birth and State of residence. (A series of Maps based on the Census 1870-1930).* U.S. Department of Agriculture. Washington, D. C.

MANRY J. C. — *World Citizenship.* Univ. of Iowa studies. Studies in Character, Vol. I, n. 1. Iowa City, 1927.

MANSFIELD G. R. — *Geology in national and every day life.* From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washing, ton.

MARSDEM C. A. and ANDREWS J. N. — *Tomorrow in the making.* McGraw-Hill C. L.td. London, 1939.

MARSHALL E. W. — *Parental History and Longevity.* (From «Transactions of the Actuarial Society of America», Vol. XXXIII, Part 2, n. 88), October, 1932.

MATOLCSY M. and VARGA S. — *The National Income of Hungary.* King & Son L. td. London, 1938.

MACNEELY J. G. — (Vedi BARTON G. and MACNEELY J. G.).

MEREDITH H. V. — *The physical growth of the young child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 2). Univ. of Iowa. May 17, 1939.

MERRELL M. and REED L. J. — *A short method for costructing an abridged life table*. Repr. from « The American Journal of Hygiene », Vol. 33-62, September, 1939.

MERTON R. K. — *Fact and factitiousness in ethnic opinionnaires*. Repr. « American Sociological Review », Vol. V, n. 1, Febr., 1940.

ID. — *Science and the economy of Seventeenth Century England*. Repr. «Science and Society », Vol. III, n. 1, 1939. New York.

ID. — *Social structure and anomie*. (From « American Sociological Review », Vol. III, n. 5), October, 1938.

MICKLEM N. — *National Socialism and Christianity*. (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 18). The Clarendon Press. Oxford, 1939.

MILLER H. — *History and science*. University of California Press. Berkeley, 1939.

MONTGOMERY J. K. — *The mathematical Problem of the Price Index*. King Son. London, 1937.

MOORE H. — (Vedi LLOYD O. and MOORE H.).

MORESCO E. — *Colonial Questions and Peace*. « International Studies Conference Peaceful Change ». Intern. Inst. of Intellectual Cooperation. League of Nations. Paris, 1939.

MORGAN B. and WORKS G. A. — *The land-grant Colleges. Staff Study n. 10*. The Advisory Committee on Educ. Washington, 1939.

MORPHET E. L. — (Vedi ALVES N. F. and MORPHET).

MOSCHINSKY P. — (Vedi GRAY J. L. and MOSCHINSKY P.).

MUENCH H., REED L. — *A simple method of estimating fifty per cent endpoints*. Repr. « The American Journal of Hygiene », Vol. 27, n. 3. May, 1938.

MUKERJEE R. — *Economic Problems of Modern India*. Vol. I. MacMillan & C. L. td. London, 1939.

ID. — *Migrant Asia*. Repr. « Amer. Econ. Review », Vol. XXVIII, n. 1. March, 1938.

MUSSOLINI B. — *The Corporate State*, Second edition. Florence, Vallecchi, 1938.

MYERS CH. — *The servant problem*, From « Occupational Psychology ». April, 1939, Vol. XIII, n. 2, Nat. Inst. of Industr. Psychology. London.

NATHAN R. R. — *Incomes in the United States, 1929-37*. U. S. Department of Commerce. November, 1938.

NATIONAL BUREAU'S SOCIAL FUNCTION. — *Twentieth annual report of the Director of research. A record of 1939 & Plans for 1940*. March. 1940.

NEWRATH O. and KLEINSCHMIDT H. E. — *Health Education by Isotype*. Programmes de la Fondation Int. de l'Enseign. par l'Image. An-Public Health Assoc. New York.

NEYMAN J. — *Basic ideas and some recent results of the theory of testing statistical hypotheses*. Geneva, 1935.

NICHOLSON M. — *How Britain's resources are mobilized*. (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 30). The Clarendon Press. Oxford, 1940.

NIGHMAN C. — (Vedi KIESSLING O. and NIGHMANC).

NEWCOMB R. — (Vedi KIESSLING R. L., NEWCOMB R, and WHITE MERRILL CH.).

NORTON H. W. — *The 7 × 7 Squares.* From « Annals of Eugenics », Vol. IX, Part III. Cambridge University Press.

OJEMANN R. H. — *What money means to the child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 25). University of Iowa. August, 26, 1933.

OLSON P. J. — *Exchange of certain Alternative Stable Characters in Crosses between Dent and Flint Corn.* Bulletin 291. June, 1939. Agr. Exp. Stat. Fargo, North Dakota.

OPPEINHEIMER E. — *Infant Mortality in Memphis.* U. S. of Labor (Children's bureau). Washington, 1937.

OTIS A. S. — (Vedi DUROST W. and OTIS A. S.)

QUALID W. — *International Raw Materials Cartels.* Inter. Inst. of Intellectual Cooperation. League of Nations. Paris, 1938.

OVERSTREET H. A. — *The child in the modern world.* (Child Welfare Pamphlets, n. 62). University of Iowa. February 5, 1938.

PACKER G. — (Vedi EGGLESTON F. W. and PACKER G.).

PAICH J. W. — *Causes of changes in gold supply.* « Conférence Internationale des Instituts de Conjoncture ». Pontigny, 2-6, Sept., 1938.

PANNING A. — *The chinese mitten crab.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

PAPI G. U. — *The colonial problem.* King & Son L. td. London, 1938.

PARMALEE PRENTICE E. — *Hunger and History.* Harper & Brothers New York, London, 1939.

PATTERSON E. M — *The economic bases of peace.* Wittlesey House. MacGraw. Hill Book C. Inc. New York, 1939.

PEARL R. and REED L. J. — *On the summation of logistic curves.* Repr. from the « Journal of the Royal Statistical Society ». Vol. XC, Part IV. 1927.

ID. — *The population of an area around Chicago and the logistic curve,* Repr. « American Stat. Assoc. », March, 1929.

ID. — *The probable error of certain constants of the population growth curve.* Repr. « The American Journal of Hygiene », Vol. 4, n. 3, May, 1924.

PEARSON E. S. — *The application of the theory of probability to industrial problems.* Geneva, 1939.

PECK F. W. — *Experiences of Northern Minnesota Settlers.* Bull. 180, Dec. 1918. University of Minnesota St. Paul.

PECKAM C. H. — (Vedi BALTIMORE M. D. and PECKAM C. H.).

PENROSE L. S. — *Intelligence and Birth Rate.* From « Occupational Psychology », April, 1939, Vol. XII, n. 2. National Inst. of Industry Psycology. London.

PETERSON G. M. — *Composition and characteristics of the agricultural population in California.* Bulletin n. 630, June, 1939. Univ. of California. Berkeley.

PETTAZZONI R. — *A functional view of religions.* (From « The Review of Religion », Vol. I, n. 3, March, 1937. U. S. A.

PLANT J. S. — *The emotions of the child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 58). Univ. of Iowa. January, 19, 1938.

PLASS E. D. — *Prenatal care for the baby*. (Child Welfare Pamphlets, n. 63). Univ. of Iowa. February 9, 1938.

PORCH M. E. — *The Philadelphia Main Line Negro*. Philadelphia, 1938.

PRATT FAIRCHILD H. — *Race building in a democracy*. Repr. « The living age », March, 1940.

PREINREICH G. A. — *The present status of renewal theory*. Waverly Press, Inc. Baltimore, 1940.

PUDOLS H. — *Part-Time Farming in Washington*. Bull. n. 316. Agr. Exp. Stat. Pullman, 1935.

PUREWAL S. S. and KRISHNA RAO P. — *Tables of Standard Errors of Mendelian Ratios*. « Imperial Council of Agricultural Research ». Miscellaneous Bulletin, n. 11. Delhi 1936. Manager of Publications.

RAMOS A. — *The Negro in Brazil*. The Associated Publishers, Inc. Washington, D. C.

REED L. J. — *Evolutionary changes in the seasonal curve of the birth rate*. Repr. from « American Journal of Public Health », Nov. 1925.

ID. — *Haldane on selection*. Repr. from the « Quarterly Review of Biology », Vol. III, n. 2, June, 1928.

ID. — *Time changes in the number of gainfully employed men and women in the United States in relation to population growth*. Repr. from « Problems of population ». U. S. A.

ID. — (Vedi BELLOWS M. C. and REED L. J.).

REED L. J. COLLINS S. D. and GOVER M. — (Vedi COLLINS S. D. GOVER M. and REED L. J.).

REED L. J. and LOVE A. G. — (Vedi LOVE A. G. e REED L. J.).

ID. — (Vedi LOVE A. G. and REED L. J.).

REED. L. J. and PEARL R. — (Vedi PEARL R. and REED L. J.).

ID. — (Vedi PEARL R. and REED L. J.).

ID. — (Vedi PEARL R. and REED L. J.).

REED L. J. and THERIAULT E. — *The statistical treatment of reaction velocity data* I. Repr. from « The Journal of Physical Chemistry », Vol. XXXV, March, 1931.

ID. — *The statistical treatment of reaction velocity data* II. *Least Squares Treatment of the Unimolecular Expression: Y-L. (1-e-Kt)*. Repr. « The Journal of Physical Chemistry », Vol. XXXV, April, 1931.

REICHARD J. D. — *The intelligence of the prospective immigrant*. Public Health Service. Washington, 1933.

REID I. A. — *The Negro Immigrant. His background, characteristics and social adjustment, 1899-1937*. Columbia Univ. Press. New York, 1939.

RENNE R. R. — *What is happening to Montana's population?* Montana State College. Agr. Exp. Stat. Bozeman, 1939.

REUSS C. F. — *Social Characteristics of Part-Time Farmers in Washington*. Bull. 380. Agr. Exp. Stat. Pullman, Washington, 1929.

REYNOLDSON L. A. and WILLARD R. E. — *An economic study of farming in Southwestern North Dakota*. Bulletin 180. July, 1924. Agr. Exp. Stat. in cooperation with Bur. of Agr. Econ. Dep. of Agr. North Dakota.

RICHARDS E. L. — *The origin of conduct problems in school children.* (Child Welfare Pamphlets, n. 34). Univ. of Iowa. August, 4, 1934.

RICHMOND H. — *The naval role in modern warfare.* (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 26. The Clarendon Press. Oxford, 1940.

RIDDLE O. — *Epic of life.* Repr. « The Scientific Monthly », June, 1939. Vol. XLVIII. Cold Spring Harbor. New York.

ID. — *The opportunity and obligation of the National Association of Biology Teachers.* (From « The American Biology Teacher », March, 1939, Vol. I, n. 6). Cold Spring Harbor. New York.

RIDDLE O. and BATES R. W. — *The preparation, essay and actions of lactogenic hormone.* (From « Sex and Internal Secretions »). Second Edition, 1939.

RIDDLE O. and SCHOLEY J. — *Tests indicating absence of progesterone in fowl ovary.* From « The Anatomical Record », Vol. 72, Dec., 1938. Cold Spring Harbor. New York.

ROBBINS L. C. — *The Economics of Territorial Sovereignity,* in « Peaceful Change ». MacMillan & C. L. td. London, 1937.

ROBERTS F. H. — *The folsom problem in American archeology.* From « The Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

ROBISHAW R. A. — *A study of 4.000 Patients admitted for Contraceptive Advice and Treatment* From « American Journal of Obstetrics and Gynecology », Vol. 31, March, 1936, n. 3, St. Louis. U. S. A.

RUBINOW I. M. — *Some statistical aspects of marriage and divorce.* Pamphlets Series. The American Academy of Political and Social Science. Philadelphia, 1936.

RUNK D. and GEE W. — *Qualitative selection in cityward migration.* Repr. from « The American Journal of Sociology », Vol. XXXVII, n. 2, Sept., 1931.

RUSSEL G. L. — *Sex problems in wartime.* Student Christian Movement Press. London, 1940.

RUSSEL A. — (Vedi GREENWOOD M. and RUSSEL A.).

RUTHEFORD (LORD). — *Transmutation of matter.* From « The Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

SALTER A. — *The dual policy.* (Oxford Pamphlets on World Affairs n. 11). Oxford University Press, 1939.

SALVADORI M. G. — *The activity of the italian national institute for the application of calculus.* Repr. from the « Proceedings of the fifth Intern. Congress. of Applied Mechanics », 1938.

SANDERSON DWIGHT. — *Locating the rural community.* Bull. 413. Cornell Extension Bulletin. June, 1939.

SCHOOLEY J. P., RIDDLE O. and BATES R. W. — *Analysis of pituitary support of growth of body and viscera in pigeons.* From the «Anatomical Record», Vol. 72, n. 4, Dec., 1938. Cold Spring Harbor. New-York.

SCHOOLEY J. P. — (Vedi RIDDLE O. and SCHOOLEY J. P.).

SCHUMPETER J. — *Business Cycles. (A Theorical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process),* 2 Voll. MacGraw-Hill & C. Inc. New York and London, 1939.

SCHUTTLEWORTH F. K. — *The measurement of the character and environmental factors involved in scholastic success.* Studies in Character, Vol. I, n. 2, Iowa City, 1927.

SCOE H. F. — *Bladder control in infancy and early childhood.* (Child Welfare Pamphlets n. 26). Univ. of Iowa. Sept. 2, 1933.

SEASHORE C. E. — *Music before five.* (Child Welfare Pamphlets, n. 72). Univ. of Iowa, May 6, 1939.

SELIGMAN C. G. — *The Roman Orient and the Far East.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

SEWARD A. C. — *The story of the maidenhair tree.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

SHAPIRO H. L. — *Anthropology in the modern world.* Repr. « The teaching biologist », Vol. IX, n. 2. November, 1939.

ID. — *The distribution of blood groups in Polynesia.* Repr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. XXVI, March, 1940.

ID. — *The physical relationship of the Easter islanders.* Repr. from « Ethnology of Easter Island » by A. Métraux : Bernice P. Bishop. Museum. Boll. 160.

ID. — *Physical Anthropology of the Maori-Moriori.* (From « Journal of the Polynesian Society », Vol. 49, n. 1, n. 193), March, 1940. New-Zealand.

ID. — *Thomas Wingate Todd.* Repr. « American Anthropologist », Vol. 41. n. 3, July, September, 1939.

SHAW B. — *Rent and value.* The Fabian Society. London, 1909.

SHAW C. R. — *Juvenile delinquency - A group tradition.* (Child Welfare Pamphlets, n. 23). Univ. of Iowa. August, 12, 1933.

ID. — *Juvenile delinquency - A case history.* (Child Welfare Pamphlets. n. 24). Univ. of Iowa. August, 19, 1939.

SHEDLOVSKY L., BEEBE G. and GAMBLE C. J. — *Desirable properties and important ingredients of Contraceptive Jellies.* Repr. from « The Journal of Contraception », Vol. I, Dec., 1936.

ID. and DICKINSON. — *Some Acidic Properties of Contraceptive Jellies.* « The Journal of Contraception », Vol. 2, August, Sept., 1937, n. 8-9.

SHEPHERD E. C. — *Britain's air power.* (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 28. The Clarendon Press. Oxford, 1940.

SHOTWELL J. — *Peace Enforcement.* « Which Way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 11, April 6th, 1940.

SHOTWELL J. T. — *Pioneering in World Organization.* « Which Way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 4. February, 17th, 1940.

ID. — *The changing nature of war.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 2, February, 3rd, 1940.

ID. — *The Aftermath of the World War.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast, n. 3. February 10th, 1940.

ID. — (Vedi GREENE R. S. and SHOTWELL J. T.).

ID. — (Vedi EICHELBERGER C. and SHOTWELL J. T.).

SHOTWELL J. T. and FREMONT TITLE E. — *Peaceful Change.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast 30th, 1940.

SHOTWELL J. T. — (Vedi INNAM S., SHOTWELL J. and FENWICK C. H. G.).
SHOTWELL J. and STALEY E. — *Markets, Raw Materials, and Peace.* «Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 12, April 13th, 1940.
SHRYOCK H. S. — *Trends in age-specific fertility rates.* (Repr. « The Milbank Memorial Fund Quarterly», Vol. XVII, n. 3, July, 1939. New-York.
SIEGEL M. — *Population, race and eugenics.* Published by the Author. Hamilton, 1939.
SIMMONS K. and TODD W. T. — *Growth of well children : Analysis of stature and weight, 3 months to 13 years.* (From « Growth », Vol. II, n. 2), U. S. A., 1938.
SIMONSEN R. C. — *Brazil's industrial evolution.* Escola Libre de Sociologia e Politica. Sâo Paulo (Brazil), 1939.
SIMPSON G. — *Ice ages.* From the « Smithsonian Report », for 1938. Smithsonian Institution. Washington.
SIMPSON J. H. — *The refuge question.* (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 73). The Clarendon Press. Oxford, 1940.
SINCLAIR R. D. — *A comparative study of those who report the experience of the divine presence and those who do not.* Studies in Character, Vol. II, n. 3. Univ. of Iowa. December, 1, 1928.
SMITH W. C. — *Americans in process.* (Introduction by Romanzo Adamo). Edwards Bros. Inc. Ann Arbor, Michigan, 1937.
ID. — (Vedi GREENWOOD M. and SMITH W. C.).
ID. — (Vedi GREENWOOD M. and SMITH W. C.).
SMITH, LYNN T. — *The demographic bases of old age assistance in the South.* Reprinted from « Social Forces », Vol. 17, n. 3, March, 1939.
ID. — *The sociology of rural life.* Harper & Bro. New York and London, 1940.
SPEARMAN C. — *Role of statistics in investigations of laws of psychology.* Geneva, 1939.
STAEHLE H. — *Employment in relation to technical progress.* Repr. « The Review of Economic Stat. », Vol. XXII, n. 2, May, 1940.
STALEY E. — (Vedi SHOTWELL J. and STALEY E.).
STAMP J. — (Vedi BOWLEY A. L. and STAMP J.).
STANLEY H. — *Competitive bidding for new issues of corporate securities.* November, 29, 1939. Morgan Stanley & Co. In corp.
STANLEY W. M. — *The reproduction of virus proteins.* From « The Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution, Washington.
STETSON H. C. — *The sun and the atmosphere.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.
STEVENS W. L. — *The distribution of entries in a contingency table with fixed marginal totals.* From « Annals of Eugenics », Vol. VIII, 1938. Great Britain. Cambridge Univ. Press.
STEWART M. S. — *Cooperatives in the U. S. A. Balance Sheet.* Public Affairs Pamphlets, n. 32, 1939.
ID. — *Income and economic progress.* Pamphlets n. 1 (Revised). Public Affairs Committee. New York, 1938.

STIX R. K. — *Birth control in a midwestern city.* Reprinted from « The Milkbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XVII, n. 1. Jan., Apr. and Oct., 1939, U. S. A.

ID. — *Factors underlying individual and group differences in uncontrolled fertility.* Repr. « The Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XVIII, n. 3, July, 1940.

STIX R. K. — *Gynecological case-finding in maternal health clinics.* (From « The Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XIX, n. 1, January, 1941. New York.

STODDARD G. D. — *Intelligence testing.* (Child Welfare Pamphlets, n. 9). Univ. of Iowa, Oct. 14, 1939.

ID. — *The Exceptional Child. The Dull, the Bright, and the Specially Talented.* (Child Welfare Pamphlets n. 8). Univ. of Iowa. Sept. 30 1939.

ID. — *What motion pictures mean to the child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 31). Univ. of Iowa. November, 11, 1938.

STOTT H. L. — *Personality Development in Farm, Small-Town, and City Children.* Bull. 114. College of Agric. University of Nebraska. August, 1939

STREIT C. K. — *Inter-Democracy Federal Union.* « Which way to Lasting Peace ? ». Broadcast n. 8, March 16th, 1940.

TANDY E. C. — *Infant and maternal mortality rates at all time low in 1937.* (From « The Child », Vol. 3, n. 7, 1939). U. S. Depart. of Labor (Children's Bureau). Washington, D. C.

TASCA H. J. — *World trading systems.* Intern. Inst. of Intellectual Cooperation. League of Nations. Paris, 1939.

TATE L. B. — *The rural homes of city workers and the urban rural migration.* Bull. 595. Cornell Univ. Ithaca, 1934.

TAYLOR P. S. — *A Drift on the Land.* Pamphlet n. 42. Public Affairs Committee. New York, 1940.

TAYLOR F. — *The Historic American Merchant Marine Survey.* From the «Smithsonian Report» for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

TETREAU E. D. — *Arizona's farm laborers.* Bull. n. 163 University of Arizona. Tucson, 1939.

THERIAULT E. — (Vedi REED L. J. and THERIAULT E.).

ID. — (Vedi REED L. J. e THERIAULT E.).

THIRRING G. — *Hungarian migration of modern times.* From « International Migrations ». National Bureau of Econ. Res. New York, 1931.

THOMPSON E. — *Race relations and the race problem.* Duke Univ. Press. Durkam, N. C. 1939.

THOMPSON W. S. — *Research memorandum of internal migration in the depression.* Bull. 30, 1937. Social Science Research Council. New York.

ID. — *Ratio of children to women 1920.* (Census Monograph XI). U. S. Dep. of Commerce. Washington, 1931.

THOMPSON W. S. and WHELPTON. — *Estimates of future population by State.* National Resources Board. Washington, Dec., 1934.

THOMPSON L. P. — *Can Germany stand the strain ?* (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 19. The Clarendon Press. Oxford, 1939.

THURSTONE L. L. — *The vectors of mind*. The Univ. of Chicago Press. Chicago, III, 1935.

TIEGS E. W. — *Tests and measurements in the improvement of learning* Houghton Miffin, C. Cambridge, 1939.

TIETZE C. — *Differential Reproduction in England*. (From « The Milbank Memorial Fund Quarterly », Vol. XVII, n. 3, July, 1939). New York.

TIMMONS J. F. — *Landlord-Tenant Relationships in Renting Missouri Farms*. Bull. 409. College of Agriculture University of Missouri, August, 1939.

TIMOSKENKO V. P. and WORKING H. — *World Wheat survey and outlook May 1939*. « Wheat Studies of the food Research Institute ». Standford Univ. California.

TOD MARCUS N. — Bibliography : Graeco-Roman Egypt. Part I. *Papyrology (1938)*. Part II. *Greek inscriptions (1937-8)*. Repr. from « The Journal of Egyptian Archeology », Vol. XXXV, Oxford, 1939.

TODD W. T. — *Ageing of vertebrates*. (From « Problems of Ageing: Biological and Medical Aspects ». Cleveland.

ID. — *Ageing versus infirmity*. (From « Scientific Monthly », June, 1938, Vol. XLVI). Brush Foundation Publication, n. 43.

ID. — *Biographical Sketch of Professor W. T. Todd*.

ID. — *Facial growth as an objective record of child health*. (From «The Angle Orthodontist », Vol. IX, January, 1939). Brush Foundation Publ. n. 47. Cleveland, Ohio.

ID. — *Skeleton, Locomotor System and Teeth*. Repr. « Problems of Ageing : Biological and Medical Aspects », 1939.

ID. — *The record of the metabolism imprinted on the skeleton*. (From « Amer. J. of Orthodontist and Oral Survey », Vol. 24, n. 9, Sept., 1938). Brush Foundation Publication n. 45. Cleveland (Ohio).

ID. — (Vedi SIMMONS K. and TOOD W. T.).

TOYNBEE A. J. — *The Lessons of History*, in « Peaceful Change », MacMillan & C. L. td. London, 1937.

TREVOR J. C. — (Vedi BLACKWOOD F., BUXTON H. D. and TREVOR J. C.).

TROUT D. M. — *Character through religious control*. (Child Welfare Pamphlets, n. 42). Univ. of Iowa. November, 1934.

ID. — *How the child becomes religious*. (Child Welfare Pamphlets, n. 40). Univ. of Iowa, October, 27, 1934.

TRUESDELL L. E. — *Farm population of the United States*. (Census monograph VI). U. S. Dep. of Commerce. Washington, 1926.

TSCHUPROW A. A. — *Principles of the mathematical theory of correlation*. W. Hodge & C. L. td., 1939.

UNITED STATES AMERICAN ACADEMY OF POLITICAL AND SOCIAL SCIENCE. — (Annals). *Improved personnel in Government service*. Philadelphia, 1937.

ID. — (Annals). *Social Problems and Policies in Sweden* (edited by B. Ohlin). Philadelphia, 1938.

ID. — (Annals). *Mexico Today*. March, 1940.

ID. — (Annals). *Refugees : Showing the causes, the facts etc.* (Edited by J. Brown). Philadelphia, 1939.

UNITED STATES AMERICAN ACADEMY OF POLITICAL AND SOCIAL SCIENCE. — (Annals). *The Economics of Isolation* - Pamphlets, Series n. 5. Repr. from « Manchester Guardian Commercial », from July 31, 1936 to January 15, 1937. Philadelphia, 1937.

UNITED STATES-THE AMERICAN YOUTH COMMISSION. — *A program of action for American Youth.* Washington, 1939.

UNITED STATES-BIRTH CONTROL FEDERATION OF AMERICA. — *Tomorrows Children.* Proceedings of the southern conference on tomorrows children. Held Nov. 9, 10 and 11, 1939 at Atlanta, Georgia.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF AGRICULTURE. — *Agriculture outlook charts 1940.* October, 1939.

ID. — *Culture and Agriculture.* (*Cultural Anthropology in relation to current Agricultural Problem*). Prepared by P. H. Johnstone, May 17-19, 1939.

ID. — *Economic and social problems and condition of the southern Appalachians.* January, 1935. Washington, D. C.

ID. — *Family Income and expenditures-Plains and Mountains Region-* Part I *: Family Income.* « Consumer Purchases Study ». Urban and Village Series. Washington, 1939.

ID. — Miscellaneous Publication n. 339. *Family Income and Expenditures. Pacific Region,* 1939.

ID. — *Farm population estimates.* January 1, 1937. Washington.

ID. — *Farm population and rural life activities.* January 15, 1940. Volume XIV, n. 1. Washington, D. C.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF COMMERCE-BUREAU OF THE CENSUS. — *Birth, stillbirth, and infant mortality statistics, 1933.* Washington, 1936.

ID. — *Cotton Product in the United States. Crop of 1938.* Washington, 1939.

ID. — *Instruction Manual.* Part II. *Instructions for coding causes of death.* Washington, 1939.

ID. — Bulletin, 22. *Proportion of children in the United States.* Washington, 1905.

ID. — *United Siates abridged life tables 1919-1920* (prepared by Elbertie Foundray). Washington, 1923.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF COOPERATIVE RESEARCH. — *Manual of instructions for giving and scoring the Courtis standard tests in the three R's.* Revised Edition, 1914. Detroit, Mich.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF THE INTERIOR AND WORK PROJECTS ADMINISTR. — *Technology, employment, and output per man in copper mining.* Philadelphia, February, 1940.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF LABOR-BUREAU OF LABOR STATISTICS. — *Annual earnings in the manufacture of electrical products, 1936.* From the « Monthly Labor Review », October, 1939.

ID. — *Annual earnings in meat packing, 1937.* Washington, 1940.

ID. — *Annual Report of the Secretary of Labor. Fiscal Year ended June, 30, 1938,* Washington.

ID. — *Building Construction 1921 to 1938.* Bulletin n. 668, Washington, 1940.

ID. — *Changes in Retail Prices of Electricity, 1923-28.* Bulletin n. 664. Washington, 1939.

UNITED STATES-DEPARTMENT OF LABOR BUREAU OF LABOR STATISTICS. — *Earnings and Hours in Shoe and Allied Industries during First Quarter of 1939*. Bulletin n. 670, Washington, 1939.

ID. — *Earnings and hours in the hat industries, 1939*. Bull. n. 671. Washington, 1939.

ID. — *Earnings and hours in the men's neckwear industry 1939*. From the «Monthly Labor Review», February, 1940. Washington, 1940.

ID. — *Family Income in the Southeastern Region, 1935-36* (Study of consumer Purchases - Urban Series). Bull. n. 647, Vol. I. Washington, 1939.

ID. — *Family Income in Four Urban Communities in the Pacific Northwest Region, 1935-36*, Vol. I. Washington, 1939.

ID. — *Money disbursements of Wage Earners and Clerical Workers in the North Atlantic Region, 1934-36*. Bull. n. 637, Vol. I, Williams F. M. & Hanson A. C. New York City.

ID. — *Productivity of Labor in the Cotton - Garment Industry*. Bull. n. 662 in Cooperation with Works. Progr. Adm. Nat. Res. Project. Washington, 1939.

ID. (CHILDREN'S BUREAU). — *Paternity Laws*. Washington, 1938.

ID. (FARM CREDIT ADMINISTRATION). — *Summary of cases relating to farmer's cooperative associations*. Summary 2, June, 1939. Washington.

ID. — *Idem*. Summary n. 3, Sept., 1939. Washington.

ID. — *Idem*. Summary n. 4, Dec., 1939. Washington.

UNITED STATES DEPARTMENT OF LABOR and WORK PROGRESS ADMINISTRATION. — *Family Income in Five New England Cities, 1935-36*. Bull. n. 645, Vol. I. Washington, 1939.

ID. — *Family Expenditure in New York City, 1935-36*. Bull. n. 643. Vol. II. Washington, 1939.

ID. — *General information concerning United States Immigration Laws*. Washington, February 1938.

ID. — *Family Expenditure in Chicago*, Bull. n. 642, Vol. II. Washington, 1939.

ID. — *Money disbursements of Wage Earners and Clerical Workers in five cities in the Pacific Region, 1934-36*. Bull. n. 639, Williams F. M. & Hanson A. C. Washington, 1939.

UNITED STATES-FARM LANDLORD-TENANT RELATIONSHIP COMMITTEE. — *Farm Landlord Tenant hearings*, Oklahoma, 1938.

ID. — *What Landowners and tenants are thinking*. Oklahoma, 1938.

UNITED STATES-INTERDEPARTMENTAL COMMITTEE TO COORDINATE HE ALTH AND WELFARE ACTIVITIES. — *Proceedings- National Health Conference July 18, 19, 20, 1938*. Washington.

ID. — *The Nation's Health*. Washington.

UNITED STATES MOUNTH HOLYOKE COLLEGE STUDIES IN ECONOMICS AND SOCIOLOGY. — *Economic and social conditions in New England*. South Hadley, Mass, 1939.

UNITED STATES-NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION. — *Teachers in rural communities*. Washington, 1939.

United States-National Resources Board. — *State Planning*, 1935.
United States National Resources Committee. — *Consumer incomes in the United States, their distribution in 1935-36*. Washington, 1938.
Id. — *Suggested Symbols for Plans, Maps, and Charts*. Washington, 1938.
Id. — *The problems of a changing population*. Washington, 1938.
United States-New York State Department of Health. — *Births, stillbirths, maternal mortality and infant mortality*. New York State, 1935-1939.
United States-North Carolina-State Board of Health. — *Annual Report of the Bureau of Vital Statistics, 1937*. C. V. Reynolds.
Id. Emergency Relief Admin. — *Pioneering in rural rehabilitation in North Carolina*. Raleigh, 1935.
United States-North Dakota-Agr. Exp. Station. — *Bimonthly Bulletin*. Sept., 1938, Vol. I, n. 1 ; May, 1939, Vol. I, n. 5 ; Sept., 1939, Vol. II, n. 1. Fargo.
United States-Price of Gov. Publications. — N. 70. *Census publications, Statistics of Population, Agriculture, Manufacture, Retail and Wholesale Distribution, Occupations and Religious Bodies. September, 1939*. Washington, 1939.
United States-Price Lists of Government Public. — *Commerce and manufactures. July, 1939*. Washington, 1939.
United States-The Public Health Federation. — *A study of Mortality in Cincinnati for the period 1929-1931*. Cincinnati (Ohio), 1935.
United States Senate. — (74th Congress - 2nd Session). *The Western Range. (Letter from the Secretary of Agriculture)*. Washington, 1936.
United States-Works Progress Adm. Division of Social Research. — *Migrant families*. Washington, 1938.
Id. — *Rural migration in the United States*. Washington, 1939.
United States Works Projects Adm. Nat. Res. Project. — *The work and publications of the W.P.A. National research project on employment opportunities and recent changes in industrial techniques*. Philadelphia, 1939.
University of Iowa. — *Studies in Character*, Vol. I, n. 1, 2 ; Vol. II, n. 2, 3 ; Vol. III, n. 1, 2, 3, 4 ; Vol. IV, n. 4.
Id. — *Toward understanding children*. Bull. n. 261. Iowa City, 1931.
Id. — *Idem, II*. Bull. n. 283. January 1, 1932.
United States-University of Texas. — *Texas' children*. Austin. Oct. 1, 1938.
University of Wisconsin. — *The regional approach to the conservation of natural resources*, 1938.
Vaillant G. C. — *History and stratigraphy in the Valley of Mexico*. From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.
Vance R. B. — *Research Memorandum on Population Redistribution within the United States*. (Bull. 42, 1938). Social Science Research Council. New York.

VANCE R. B. — *Rural relief and recovery*. Social Problems, n. 3, 1939. U. S. Works Progress Administration. Washington, 1939.

ID. — *The South's place in the Nation*. Pamphlet n. 6 (Revised) Public Affairs Committee. New York, 1938.

ID. — (Vedi DANILEVSKI R. and VANCE R. B.).

VAN DEUSEN J. G. — *The black man in white America*. Associated Publishers Inc. Washington, 1928.

VANE R. J. — (Vedi DUBLIN L. J. and VANE R. J.).

WAGNER K. — *The craniology of the oceanic races*. 1 Kommissjon Hos Jacob Dybvob. Oslo, 1937.

WAHLUND S. — *Demographic studies in the nomadic and the settled population of northern Lapland*. Supplement Tables. Almqvist & Wiksells Boktryckeri A. B. Uppsala, 1932.

ID. — *A new Method of Determining Correlation from Tetrachoric Groupings*. From the Statistical Department of the Agr. College of Sweden. Vol. 2. Uppsala, 1935.

WAKEFIELD R. — (Vedi LANDIS P. H. and WAKEFIELD R.).

WALKER E. P. — *Eyes that shine at night*. From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution, Washington.

WATT R. J. — (Vedi EICHELBERGER M. and WATT R. J.).

WEBB J. N. — *The migratory casual worker*. Research Monograph. VII. Works progress administration. Division of Social Research. Washington, 1937.

ID. — *The transient unemployed*. Research Monograph. III. Works Progress Adm. Div. of Soc. Research. Washington, 1935.

WEBB J. N. and WESTEFELD A. — *Industrial aspects of labor mobility*. Serial n. 917. From the « Monthly Labor Review ». April, 1939 of the Bureau of Labor Statistics. U. S. Depart. of Labor.

ID. — *Labor mobility and relief*. Serial n. 866. From the « Monthly Labor Review » (January, 1939) of the Bureau of Labor Statistics. U. S. Dep. of Labor.

ID. — *Migration of workers to Michigan*. Bulletin, May, 1939. Washington.

WEBSTER C. K. — *What is the Problem of Peaceful Change?* in « Peaceful Change », edited by Manning. MacMillan & C. L.td. London, 1937.

WEIDLEN E. R. — *A world of change*. From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

WELLMAN B. L. — *How the child's mind grows*. (Child Welfare Pamphlets), n. 10. Univ. of Iowa. Oct. 28, 1939.

WESTEFELD A. — *Michigan Migrants*. Works Progress Administration. Washington, March, 1939.

WESTEFELD A. and WEBB J. — (Vedi WEBB J. e WESTEFELD A.).

ID. — (Vedi WEBB J. e WESTEFELD A.).

ID. — (Vedi WEBB J. e WESTEFELD A.).

WHEELER-BENNETT J. W. — *The treaty of Brest-Litovsk and Germany's eastern policy*. (Oxford Pamphlets on World Affairs, n. 13). The Clarendon Press. Oxford, 1940.

WHELPTON P. R. — *Iowa's Population Prospect.* Research Bull. n. 177. Agr. Exp. Station. Ames, Iowa, 1934.

ID. — (Vedi THOMPSON W. S. and WHELPTON P. R.).

WHETTEN N. L. — *Studies of Suburbanization in Connecticut. 3. Wilton : A rural town near Metropolitan New York.* Agr. Exp. Station. Connecticut State College. Storrs, Febr., 1939.

WHETTEN N. E. — (Vedi ZIMMERMAN C. and WETTEN .N E.).

WHITE PH. R. — *« Root Pressure » an unappreciated force in sap movement.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

WHITE MERRIL CH., NEWCOMB R., KIESSLING R. L. — *Employment and income from gold placering by hand methods, 1935-37.* Work Projects Admin. Philadelphia, June, 1940.

WHITING BISHOP C. — *An ancient Chinese capital : Earthworks at old Ch'ang-an.* From the « Smithsonian Report » for the 1938. Smithsonian Institution. Washington.

WHITNEY J. — *Death Rates by Occupation (based on data of the U. S. Census Bureau 1930).* National Tuberculosis Association. New York 1934.

WILKERSON D. A. — *Special problems of negro education.* Staff Study n. 12. The Advirsory Committee on Education. Washington, 1939.

WILKS S. S. — *On the application of probability theory to certain sampling problems in mathematical statistics.* Geneva, 1939.

WILLARD R. E. — (Vedi REYNOLDSON L. A.and WILLARD R. E.).

WILLCOX W. F. — *Introduction to the vital Statistics of the United States, 1900 to 1930.* U. S. Dep. of Commerce. Washington, 1933.

ID. — *Lemuel Shattuck, Statist Founder of the American Statistical Association.* Repr. from « The Journal of the American Statistical Association », March, 1940, Vol. 35, Part 2.

WILLIAMS H. M. — *Factors in delinquency.* (Child Welfare Pamphlets, n. 64). Univ. of Iowa. February, 16°°, 1938.

ID. — (Vedi HANSON A. C. and WILLIAMS H. M.).

ID. — (Vedi HANSON A. C. and WILLIAMS H. M.).

ID. — (Vedi HANSON A. C. and WILLIAMS H. M.).

WILLIANSON J. A. — *The life and growth of the British Empire.* (Oxford Pamphlets on World Affairs), n. 29. The Clarendon Press. Oxford. 1940.

WILLSON E. A. — *Incomes and Cost of Living of Farm Families in North Dakota 1923-1931.* Bull. 271. June, 1923. Agr. Exp. Station. Fargo, North Dakota.

WILSON I. C. — *Sickness and medical care among the negro population in a Delta Area Arkansas.* Bulletin n. 372. University of Arkansas College of Agriculture, Agricultural Experiment Station. Fayetteville, March, 1939.

WILLSON E. A., HOFFSOMER H. C., BENTON A. L. — *Rural changes in western North Dakota.* Bulletin 214. January, 1928. Agr. Exp. Station. Fargo, North Dakota.

WINPERIS H. E. — *The natural limits to human flight.* From the « Smithsonian Report » for 1938. Smithsonian Institution. Washington.

WISSLER C. — *Changes in population profiles among the Northern Plains Indians.* The American Museum of Natural History, Vol. XXXVI, Part I. New York City, 1936.

ID. — *The effect of civilization upon the length of life of the American Indians.* (From « The Scientific Monthly », July, 1936, Vol. XLIII).

WOOD G. — *Art in the daily life of the child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 73). Univ. of Iowa, May 10, 1939.

WOOFTER T. J. — *Landlord and tenant on the cotton plantation.* Research Monograph V. Works Progress Adm. Div. of Soc. Research. Washington, 1936.

WORKING H. — (Vedi TIMOSKENKO V. P. and WORKING H.).

WORKS G. A. — (Vedi MORGAN B. and WORKS G. A.).

WOYTINSKY W. S. — *Additional workers and the volume of unemployment in the depression.* Pamphlet Series n. 1. Committee on Social Security. Washington, 1940.

ID. — *Labor in the United States, Basic statistics for Social Security.* Comm. on Soc. Security. Soc. Science Res. Council. Washington, 1938.

WRIGHT F. B. — *Population and peace. (A survey of International Opinion on claims for relief from Population Pressure).* « Inter. Studies Conf. ». Peaceful Change. Intern. Inst. of Intellectual Cooperation League of Nations. Paris, 1939.

YAWORSKI N. — (Vedi BAXTER C., and others).

YOST D. H. — (Vedi GLASS L. C. and YOST D. H.).

YOUNG K. — *The impact of society upon the child.* (Child Welfare Pamphlets, n. 61). University of Iowa. January 29, 1938.

ZIEVE I. — (Vedi WORRAL R. e ZIEVE I.).

ZIMMERMAN C. — *The evolution of the Euro-American Community.* (From « Rural Sociology », Vol. 4, n. 3), September, 1939.

ZIMMERMAN C. and WHETTEN N. L. — *Rural families on relief* (Research monograph XVII). Gov. Print. office. Washington, 1938.

ZIMMERN A. — *The prospects of civilization.* Oxford Pamphlets in World Affairs n. 1. Clarendon Press, Oxford, 1939.

ZOOK G. F. — *The child in our educational crisis.* (Child Welfare Pamphlets, n. 43). University of Iowa. November 17, 1934.

ABDERHALDEN E. — *Die Erforschung der im Magen der Wirbeltiere und des Menschen sich vollziehenden Verdauungsvorgänge durch Abt Lazzaro Spallanzani.* « Nova Acta Leopoldina », Neue Folge, Band 7, Nummer 46.

ID. — *Rasse und Vererbung vom Standpunkt der Feinstruktur von blut-und zelleigenen Eiweiszstoffen aus betrachtet.* « Nova Acta Leopoldina », Neue Folge, Band 7, Nummer 46. Halle (Saale), 1939.

Astel K. U. Weber E. — *Die unterschiedliche Fortpflanzung. Untersuchung über die Fortpflanzung von 14000 Handwerksmeistern und selbständigen Handwerkern.* « Politische Biologie », Heft 8, I. F. Lehmann, München. Berlin, 1939.

Id. — *Die unterschiedliche Fortpflanzung. Untersuchung über die Fortpflanzung von 12000 Beamten und Angestellten der Thüringischen Staatsverwaltung.* « Politische Biologie », Heft 9, J. F. Lehmann, München. Berlin, 1939.

Backman G. — *Gewichtswachstum des Mannes.* Sep. « Wilhelm Roux' Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen», Bd. 140. Heft. 2, J. Springer. Berlin, 1940.

Bauer H. W. — *Deutschlands Kolonialforderung und die Welt.* Richard Bauers Verlag. Leipzig, 1938.

Bauer, Fischer, Lenz. — *Erbpathologie.* « Menschliche Erblehre und Rassenhygiene », Band 1: 2. Hälfte, J. F. Lehmann, München. Berlin, 1940.

Beckenrat Von E. — *Die Kammer der Fasci und Korporationen.* « Italien-Jahrbuch », 1939. Essener Verlagsanstalt. Essen, 1940.

Beloch K. J. — *Bevölkerungsgeschichte Italiens.* Walter de Gruyter & C. Berlin.

Benedetti P. — *Ueber die Konstitutionstypenbestimmung mittelst anthropometrisches Indices.* Sep. « Zeitschrift für Konstitutionslehre », Bd. 7, Heft 2.

Blendinger F. — *Bevölkerungsgeschichte einer deutschen Reichsstadt im Zeitalter der Glaubenskämpfe.* S. Hirzel. Leipzig, 1940.

Boas Von F. — *Die Variabilität von Volksgruppen.* « Anthropologischer Anzeiger ». Jahrg. VII.

Brandes G. — *Buschi - Vom Orang-Saügling zum Backenwülster.* Quelle & Meyer. Leipzig, 1939.

Braun A. — *Krankheit und Tod im Schicksal bedeutender Menschen.* F. Enke. Stuttgart, 1940.

Brezina R. — *Der Mensch im künstlichen Klima,* « Klima-Wetter-Mensch. », Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Burgdörfer F. — *Vorwort zu « Die Statistik in Deutschland nach ihrem heutigen Stand. »,* Band 1, P. Schmidt. Berlin, 1940.

Bürger K. — *Göttern. Eine anthropologische Untersuchung aus Thüringen.* « Arbeit zur Landes-und Volksforschung », Band 3, Gustav Fischer. Jena, 1939.

Claussen F. — *Zur Phänogenese von Gaumenspalten und angeborenen Herzfehlern, ein Beitrag aus der Zwillingskasuistik,* « Der Erbarzt », Band 8, Heft 1, Januar, 1940, G. Thieme. Leipzig.

Conrad K. — *Die erbliche Fallsucht* (Erbbiologischer Teil), « Handbuch der Erbkrankheiten », G. Thieme. Leipzig, 1940.

Corso R. — *Zur Ethnographie von Italienisch-Afrika.* Sep. « Zeitschrift für Volkskunde », Jahr 48-1939, Band 10, Heft 1, W. De Gruyter. Berlin, 1939.

Cramer H. — *Entwicklungslinien der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Sep. « Congrès des Mathématiques à Helsingfors », 1938.

CSALLNER A. — *Die volksbiologische Forschung unter den Siebenbürgern Sachsen und ihre Auswirkung auf das Leben dieser Volksgruppe.* « Beiträge zur Kenntnis des Deutschtums in Rumänien ». Bd. 4, Hirzel von L. Leipzig, 1940.

DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR VÖLKERRECHT UND WELTPOLITIK. — *Rohstoffe und Kolonien.* Bericht des Ausschusses zum Studium der Rohstoffrage. Junker und Dünnhaupt. Berlin, 1939.

ECKERT-GREIFENDORFF Mc. — *Kartographie.* Walter de Gruyter & Co. Berlin, 1939.

EICKSTEDT VON E. — *Forschungen in Süd-und Ostasien. I. Travancore, Cochinchina und Kambodscha.* Sep. « Zeitschrift für Rassenkunde », 1938, Band VIII, F. Enke. Stuttgart.

ID. — *Forschungen in Süd-und Ostasien. II. Siam und Laos, das Tai-Problem und die Chinoisants.* Sep. « Zeitschrift für Rassenkunde », Band X Heft 1/1939, F. Enke. Stuttgart.

ID. — *Geschichte der anthropologischen Namengebung und Klassifikation. (Unter Betonung der Erforschung von Südasien).* I. TEIL, *Beginn und erste Blütezeit.* Sep. « Zeitschrift für Rassenkunde », Band V, Heft 3, 1937, F. Enke. Stuttgart.

ID. — *Rassen im schlesischen Raum.* Sep. « Zeitschrift Raumforschung und Raumordnung », 3. Jahrgang, Heft 8/9.

ID. F. — *Rassenkunde und Rassengeschichte der Menschheit.* «Die Forschung am Menschen », 1, 2, 3, 4, 6, 7. Lieferung. Erster Band.

ID. — *Rassenkunde und Rassengeschichte der Menschheit.* « Die Forschung am Menschen », Erster Band : F. Enke. Stuttgart, 1940.

EICKSTEDT E. F. e I. SCHWIDETZKY. — *Die Rassenuntersuchung Schlesiens.* « Rasse, Volk, Erbgut im Schlesien », Heft 1, Verlag Priebatsch. Breslau, 1940.

ELZE W. — *Der Prinz Eugen.* Deutsche Verlagsanstalt. Stuttgart, 1940.

ENTRES J. L. — *Der Erbveitstanz* (Erbbiologischer Teil-), « Handbuch der Erbkrankheiten », Bd. 3, G. Thieme. Leipzig, 1940.

ESSEN-MÖLLER VON E. — *Untersuchungen über die Fruchtbarkeit gewisser Gruppen von Geisteskranken.* Lund, 1935.

FISCHER E. — *Erbe als Schicksal.* Vortrag gehalten auf der S. Technischen Tagung des Vercins für die bergbaulichen Interessecn, Essen, 20 Juni 1939.

FISCHER, BAUR, LENZ. — *Erbpathologie.* « Menschliche Erblehre und Rassenhyegiene », Band 1 : 2 Hälfte J. F. Lehmann, München. Berlin, 1940.

FISCHER E. — *Die menschlichen Rassen als Gruppen mit gleichen Gen-Sätzen.* Sep. « Preussiche Akademie der Wissenschaften », Jahrgang, 1940. Math. naturw. Klasse, n. 3. Akad. der Wissenschaften. Berlin, 1940.

ID. — *Statistik und Erblehre.* Sep. « Die Statistik in Deutschland nach ihrem heutigen Stand », « Sozialpolitik, Wirtschaft und Statistik ». P. Schmidt. Berlin, 1940.

Fischer M. — *Die Vorfahren Emanuel Kants.* Sep. « Allgemeine Zeitschrift für Psychiatrie und ihre Grenzgebiete », Band 113, Heft 1/2. W. de Gruyter. Berlin, 1939.

Id. — *Kinderreichtum in deutschen Fürstengeschlechtern.* Sep. « Volk und Rasse », 1940, Heft 4. J. F. Lehmann. München-Berlin.

Id. — *Ueberkreuzen.* Sep. « Archiv für Rassen und Gesellschaftsbiologie ». Band 33, Heft 3. J. F. Lehmann. München, 1939.

Fischer M. e Günther H. — *Deutsche Köpfe nordischer Rasse.* J. F. Lehmann. München, 1927.

Franz J. — *Heiratsalter und Beruf.* Sep. « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Band LI, Heft 6. R. Schoetz. Berlin, 1938.

Frerk A. — *Die Epidemiologie der Diphtherie in Düsseldorf.* «Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes», LIII. Bd. 34 Heft, 3. R. Schoetz. Berlin, 1939.

Von Generales Jun. K. D. J. — *Neue biometrische Untersuchungen von Spermien und Fertilität,* F. Enke. Stuttgart, 1938.

Geppert M. P. — *Ueber die Alterskorrektur von Merkmalshäufigkeiten in der Erbstatistik.* Sep. « Archiv für mathematische Wirtschafts-und Sozialforschung », Jahrgang VI, Heft 2.

Id. — *Ueber eine Klasse von zweidimensionalen Verteilungen.* Sep. « Zeitschrift angew. Math. Mech. », Bd. 20, N. 1, Febr. 1940.

Gerlach A. — *Der Einfluss der Juden in der oesterreichischen Sozialdemokratie.* Wilhelm Braumüller. Wien, Leipzig, 1939.

Germania. — *Allgemeiner Deutscher Bankiertag, 1938.* Walter De Gruyter & Co. Berlin, 1938.

Id. — *Neue Beiträge zum deutschen Bevölkerungsproblem.* « Wirtschaft und Statistik », N. 15. Berlin, 1938.

Germania, Saechsisches Statistisches Landesamt. — *Statistisches Jahrbuch für das Land Sachsen, 1935-38.* Dresden, 1939.

Germania, Statistisches Landesamt. — *Zeitschrift des Sächsischen statistischen Landesamtes.* 85. Jahrgang, 1939. Dresden, 1940.

Id. — *Wirtschaftsstatistisches Jahrbuch,* 1936. 11. Jahrgang.

Glass P. — *Die Buschmänner in Deutsch-Südwestafrika.* Gräfe und Unzer. Königsberg, 1939.

Gottl-Ottlilienfeld (von) F. — *Wirtschaftspolitik und Theorie.* Junker und Dünnhaupt. Berlin, 1939.

Grober J. — *Der weisse Mensch in Afrika und Südamerika.* Gustav Fischer. Jena, 1939.

Gülich W. — *Die Bibliothek des Instituts für Weltwirtschaft. (Voraussetzungen und Grundlagen weltwirtschaftlicher Forschung).* G. Fischer. Jena, 1939.

Id. — *Politik und Forschung. Die dynamische Bibliothek als Quelle politischer Erkenntnis.* Sep. « Zeitschrift für Politik », 1941. Carl Heymann. Berlin, 1941.

Gumbel E. J. — *Statistische Theorie der grössten Werte.* Sep. « Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft », Anno 75, Fasc. 2, 1939.

Günther F. — *Der dreissigjährige Krieg und das deutsche Volk*. G. Fischer. Jena, 1940.

Günther H. — *Formen und Urgeschichte der Ehe*. Lehmanns Verlag. München, 1940.

Günther H. F. K. — *Rassenkunde Europas*. J. F. Lehmann. München, 1929.

Günther H. F. K., Fischer E. — *Deutsche Köpfe nordischer Rasse*. J. F. Lehmann. München, 1927.

Gütt (Herausgeber). — *Handbuch der Erbkrankheiten*. « Die Schizophrenie ». Bd. 2, G. Thieme. Leipzig, 1940.

Id. — *Handbuch der Erbkrankheiten*. Band 3. G. Thieme. Leipzig, 1940.

Id. — *Erbleiden des Auges*, Band 5. Georg Thieme. Leipzig, 1938.

Hacker E. — *Kriminalstatistische und kriminalaethiologische Berichte* (Heft 1). Stephan Ludwig. Miskolc, 1939.

Harmaja L. — *Die Einwirkung des Weltkrieges auf die wirtschaftliche Entwicklung Finnlands*. Helsinki, 1940.

Heilbronn A. und Kosswig C. (Istanbul). — *Principia Genetica. Grundbegriffe und Grundtatsachen der Vererbungswissenschaft*. Sep. « The Journal of United Science », Vol. VIII. Univ. of Chicago Press. Chicago, Ill.

Hellpach M. — *Kultur und Klima*, « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Hellpach W. — *Geopsyche*. W. Engelmann. Leipzig, 1939.

Id. — *Mensch und Volk der Groszstadt*. F. Enke. Stuttgart, 1939.

Hess H. — *Anwendungen der logistischen Funktion in der mathematischen Bevölkerungstheorie*. Druck von A. G. Gebr. Lehmann & Cº. Zürich, 1938.

Hesse R. — *Das Tier und das Klima*, « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Hesse A. — *Die Voraussetzungen der Volkswirtschaftslehre*. Sep. « Tag der deutschen Wirtschaftswissenschaft, 1938 ». Kohlhammer-Stuttgart und Berlin.

Hetzel H. — *Die Unfruchtbarkeit der Haussäugetiere*. G. Fischer. Jena, 1940.

Hofmann P. — *Sinn und Geschichte*. Von Ernst Reinhardt. München, 1937.

Institut zum Studium der Judenfrage (Herausgeber). — *Die Juden in Deutschland*. F. Eher Nachf. München, 1938.

Jung J. W. — *Wandel und Neugestaltung des zwischenstaatlichen Wirtschaftsverkehrs*. G. H. Nolte. Düsseldorf, 1939.

Kehrer A. — *Der Erbveitstanz* (*Erbpflegerischer Teil*). « Handbuch der Erbkrankheiten », Bd. 3. G. Thieme. Leipzig, 1940.

Id. — *Idem* (*Allgemeiner und klinischer Teil*), « Handbuch der Erbkrankheiten », Bd. 3. G. Thieme. Leipzig, 1940.

Keyserling H. — *Berhärdete und Wiedergeborene*, « Das XX Jahrhundert ». E. Diederich. Jena, 1940.

Kihn B. — *Erbpflege der Schizophrenie*, « Handbuch der Erbkrankheiten », « Die Schizophrenie ». Bd. 2, G. Thieme. Leipzig, 1940.

KIHN B. — *Klinik der Schizophrenie*, « Handbuch der Erbkrankheiten », « Die Schizophrenie ». Bd. 2, G. Thieme. Leipzig, 1940.

KITTEL TH. — *Welche inneren Krankheiten bedingen bei Durchführung der Unfruchtbarmachung eine Gefahr für das Leben der Erbkranken ?* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd. LII. Heft. 2. R. Schoetz. Berlin, 1938.

KOLLER S. — *Graphische Tafeln zur Beurteilung statistischer Zahlen.* Theodor Steinkopff. Dresden und Leipzig, 1940.

KONRICH F. — *Jahresbericht der preuss. Landesanstalt für Wasser-Boden- und Lufthygiene für die Zeit vom 1. April 1938 bis 31. März 1939.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd. LIV. Heft 3. R. Schoetz. Berlin, 1940.

KOSSWIG C. und HEILBRONN. (Istanbul). — *Principia Genetica. Grundbegriffe und Grundtatsachen der Vererbungswissenschaft.* Rep. « The Journal of United Science », Vol. VIII. Univ. of Chicago Press. Chicago, III.

LANGELÜTKE H. — *Das Rohstoffproblem in der neueren Literatur.* « Weltwirtsch. Archiv » Bd. XLVII, 1938.

LANK R. — *Der Wirtschaftskrieg und die Neutralen 1914-1918.* Junker und Dünnhaupt. Berlin, 1940.

LEMSER H. — *Zur Erb-und Rassenpathologie des Diabetes mellitus.* II. Teil : *Die Frage einer Rassenpathologie beim Diabetes mellitus.* Sep. « Archiv für Rassen-und Gesellschaftsbiologie », Bd. 33, Heft 3. München, 1939.

LEMSER H. e STÖRRING F. K. — *Ueber die Beziehungen von Akromegalie und Diabetes, zugleich ein Beitrag zur Frage der Erblichkeit der Akromegalie.* Sep. « Münchener Medizinische Wochenschrift », 1940, n. 13. J. F. Lehmann. München.

LENZ-BAUER-FISCHER. — *Erbpathologie.* « Menschliche Erblehre und Rassenhygiene » Band 1 : 2. Hälfte, J. F. Lehmann. München, Berlin, 1940.

LINDER R. — *Die schwedische Landbevölkerung unter dem Einfluss der Industrialisierung.* Universitätsverlag Ratsbuchhandlung. L. Bamberg. Greifswald.

LÖSCH A. — *Das Problem einer Wechselwirkung zwischen Bevölkerungs- und Wirtschaftsentwicklung.* « Weltwirtschaftliches Archiv », Band 48. Heft 3, November, 1938. Fischer G. Jena.

ID. — *Bevölkerungswellen und Wechsellagen.* G. Fischer. Jena, 1936.

LÖSCH K. — *Aussenpolitische Wirkungen des Geburtenrückganges.* « Deutsche Hochschule für Politik », Heft 31. Junker und Dünnhaupt. Berlin, 1938.

LÖSCH A. — *Die Bedeutung der Bevölkerungsbewegung für das Wirtschaftsleben.* (Sep. « Actualités Scientifiques et Industrielles ». Congrès International de la population). Hermann & C°. Paris, 1937.

ID. — *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft.* G. Fischer, 1940. Jena.

ID. — *Eine neue Theorie des internationalen Handels.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd., 50. Heft 2. September, 1939.

ID. — *Noch einmal : Bevölkerungswellen und Wechsellagen.* Sep. « Schmollers Jarbuch » für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reiche. Jahrgang 61, Heft 4, 1937. München.

Lösch A. — *Was ist vom Geburtenrückgang zu halten?* Vol. 2. Heidenheim, 1932 (Württemberg).

Lotz W. — *Ist Hörigkeit der Bauern regelmässig eine Begleiterscheinung des Feudalismus?* Sep. « Etudes dédiées à la mémoire d'André Andréadès » Athen, 1940.

Lotz W. — *Staatsfinanzen in den ersten Jahrhunderten des Kalifenreichs.* « Bayerische Akademie der Wissenschaften » München, 1937.

Lüders R. — *Beiträge zur Bausparmathematik.* Curt. H. Weise. Berlin, 1939.

Luxenburger H. — *Erbpathologie der Schizophrenie,* « Handbuch der Erbkrankheiten », « Die Schizophrenie ». Band 2 : G. Thieme. Leipzig, 1940.

Mai H. — *Ueber den Rückgang der Sterblichkeit an Infektionskrankheiten im Kindesalter im Laufe der letzten 60 Jahre und seine Ursachen.* Sep. « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes ». Band LII, Heft. 5. B. Schoetz. Berlin, 1939.

Maier G. O. — *Anthropologische Untersuchungen im Bezirke Wolfstein des Bayerischen Waldes.* Anthropologisches Institut der Universität Zürich, 1938.

Malan M. — *Zur Erblichkeit der Orientierungsfähigkeit im Raum.* Sep. « Zeitschr. f. Morphol. u. Anthropol. », 1940, Bd. XXXIX, Heft 1.

Manoilesco. — *Die theorische Problematik des Aussenhandels.* Synthese. *Beweisführung. Polemik.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv. Zeitschrift des Instituts für Weltwirtschaft and er Universität Kiel »., Band 51, Heft 1, Januar, 1940.

Marbe K. — *Das Ausgleichsprinzip in der Statistik und verwandte Probleme.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung. München, 1938.

Id. — *Die Gleichförmigkeit in der Welt.* Band 2 C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung Oskar Beck. München, 1916 e 1919.

Id. — *Mathematische Bemerkungen.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung Oskar Beck. München, 1916.

Id. — *Neue Untersuchungen zur Psychologie, Statistik und Biologie.* Akademische Verlagsgesellschaft Becker & Erler. Leipzig, 1940.

Martini E. — *Klima und Krankheitserreger,* « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Maurizio A. — *Pflanzennahrung in Zeiten der Missernte und des Krieges.* Sep. « Travaux des Chimie alimentaire et d'Hygiène », Band. 1/2 Vol. XXXI. Bern, 1940.

Meggendorfer F. — *Alkoholismus, Morphinismus und andere Rauschgiftsuchten,* « Erbpathologie Rassenhygiene », Dez. 1939. G. Thieme. Leipzig.

Id. — *Allgemeiner und klinischer Teil. Erbbiologischer Teil. Erbpflegerischer Teil,* « Handbuch der Erbkrankheiten », Bd. 3. G. Thieme. Leipzig, 1940.

Meier W. — *Konstitution und Durst.* Sep. « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes ». Band LI, Heft 7. R. Schoetz. Berlin, 1938.

Miller R. — *Die Rassenlehre und die Weltanschauungen unserer Zeit.* Kurt Stenges. Erfurt, 1940.

Most O. — *Räume und Menschen.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd. 52, Heft 2. September 1940. G. Fischer. Jena, 1940.

Mühlmann W. — *Methodik der Völkerkunde.* F. Enke. Stuttgart, 1938.

Müller von J. — *Einführung in die Konjunkturstatistik.* Fischer G. Jena, 1936.

Nachtsheim H. — *Krampfbereitschaft und Erbbild des Epileptikers,* « Der Erbarzt », Band 8, Heft 1, Jan. 1940. G. Thieme. Leipzig.

Neuhaus P. K. (M. S. C.). — Band 1. *Das Höchste Wesen. Seelen-und Geisterglaube, Naturauffassung und Zauberei bei den Pala Mittel-Neu-Mecklenburgs.* « Beobachtungen und Studien der Missionare vom Alst. Herzen Jesu in der Südsee ». Druckerei: Katholische Mission, Vimapope, Südsee, 1934.

Olzscha R. — *Die Epidemiologie und Epidemiographie der Cholera in Russland.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes ». Band LIV, Heft. 1. R. Schoetz. Berlin, 1940.

Pizzetti E. — *Betrachtungen über die Messung der Variabilität vermittels der mittleren Differenz nach Gini.* Sep. « Archiv für Rassen- und Gesellschaftsbiologie», Bd. 34, Heft 5. Lehmann J. F. München, 1940.

Pohlish K. — *Die erbliche Fallsucht. Allgemeiner und klinischer Teil. Erbpflegerischer Teil.* « Handbuch der Erbkrankheiten ». G. Thieme. Leipzig, 1940.

Predöhl A. — *Die sogenannten Handelshemmnisse und der Neuaufbau der Weltwirtschaft.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd., 52. Heft 2., Sept. 1940. G. Fischer. Jena.

Id. — *Zum* 100. *Bande.* « Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft ». H. Laupp'schen. Tübingen, 1939.

Preuss K. T. — *Lehrbuch der Völkerkunde.* F. Enke. Stuttgart, 1939.

Rath-Predöhl-Mayer. — *Die Wendung zur Volkswirtschaft als Aufgabe volkswirtschaftlicher Theorie.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv », Band 50. Heft 2, September 1939,. Fischer G. Jena, 1939.

Rechenbach H. — *Moordorf.* Reichsnährstand Verlag. Berlin, 1940.

Reichert F. — *Ueber die Häufigkeit von Krankheiten. Tuberkulose, Ulkuskrankheit und Krebs.* Georg Thieme. Leipzig, 1941.

Reithinger A. — *Frankreichs biologischer und wirtschaftlicher Selbstmord im Kriege Englands gegen Deutschland.* Deutsche Verlagsanstalt. Stuttgart, 1940.

Riebesell von P. — *Einige grundsätzliche Bemerkungen zur Frage des mittleren Fehlers.* Sep. « Mitteilungen der mathematischen Gesellschaft in Hamburg », Bd. VIII, Festschrift, Teil II, Mai 1940.

Id. — *Die versicherungstechnischen Rücklagen und ihre steuerliche Behandlung.* Sep. « Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft », Bd. 40, Heft 2. München.

Id. — *Ist die Umlage-Versicherung doch eine richtige Versicherung?* Sep.. « Blätter für Versicherungsmathematik und verw. Gebiete », Band 5, Heft 4, März 1941.

Id. — *Neue deutsche Forschungen über das Gesetz der grossen Zahl.* Sep. « Blätter für Versicherungsmathematik und verw. Gebiete », Bd. 5, Heft 2, Juni, 1940.

Ring Th. — *Wirken Sonne, Mond und Planeten auf den Menschen ein?* Sep. « Europäische Revue », Jahrgang. XV, Heft 10, Oktober 1939. Stuttgart-Berlin.

Rodenwaldt von E. — *Tropenhygiene.* F. Enke. Stuttgart, 1938.

Rosen J. — *Das Existenzminimum in Deutschland. Untersuchungen über die Untergrenze der Lebenshaltung.* Verlag Oprecht, Zürich, 1939.

Rudder von B. — *Grundzüge der Bioklimatik des Menschen,* Sep. « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Rutkowski von L. S. — *Was ist ein Volk? Der biologische Volksbegriff.* Kurt Stenger. Erfurt.

Sauser G. (von). — *Die Oetztäler.* Deutscher Alpenverlag. Innsbruck, 1938.

Schachermeyer F. — *Zur Rasse und Kultur im Minoischen Kreta.* Carl Winter. Heidelberg, 1939.

Schade E. — *Beitrag zur Feststellung der Häufigkeit von Erbkrankheiten.* Sep. « Der Erbarzt », Band 8, Heft 6, 1940. G. Thieme. Leipzig.

Scheurlen W. — *Die ärztliche Begutachtung der Ehestandsdarlehensbewerber.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd. LII, Heft. 6 R. Schoetz. Berlin, 1939.

Schultze E. — *Vogelzug und Menschenwanderung.* J. Neumann. Neudamm, 1940.

Schinttenhelm U. — *Die Heilsfaktoren des Klimas,* Sep. « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Schlaginhaufen O. — *Zur Kenntnis der Bevölkerung von Schangnau im Oberemmenta.* Sep. « Mitteilungen der Geographisch-Ethnographischen Gesellschaft Zürich », Band XXXIX (1938-39, Seiten 223-294)). Aschmann & Scheller A. G. Zürich, 1939.

Schmidt H. — *Die Struktur der französischen Bankwirtschaft.* « Probleme der Wirtschaft ». G. Fischer. Jena, 1940.

Schneiter C. — *Die Skelette aus den Alamannengräbern des Zürichsees, Limmat-und Glattales (inklusive Greifensee-und Pfäfikerseegebietes).* Zürich, 1939.

Schorer E. — *Die Revaluation oder Währungswiederaufwertung.* « Vita e Pensiero ». Band. I. Milano, 1939.

Schultz B. — *Deutsche Rassenköpfe.* J. F. Lehmann. München, 1935.

Schultz B. u. Naumburg B. — *Die Vererbung des Charakters.* F. Enke. Stuttgart, 1938.

Schultz I. — *Wandlungen in der staatlichen Kreditpolitik der Grossmächte.* « Forschungen zur Finanzwissenschaft », Heft 3. G. Fischer. Jena, 1940.

Schuster E. — *Die neuen Grundlagen der weltwirtschaftlichen Zusammenarbeit.* Sep. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd., 53. Heft 2, März 1941. G. Fischer. Jena, 1941.

Schwidetzki I. u. von Eickstedt. — *Die Rassenuntersuchung Schlesiens.* « Rasse, Volk, Erbgut in Schlesien », Heft 1. Verlag Priebatsch. Breslau, 1940.

Seybold U. — *Pflanze, Klima und Wetter,* Sep. « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Sieglin W. — *Die blonden Haare der indogermanischen Völker des Alterturms.* J. F. Lehmann. München, 1935.

Skerlj B. — *Die rassische Gliederung der Menschheit.* Sep. « Zeitschrift für Rassenkunde », Jahrg. 1936, Bd. IV. F. Enke. Stuttgart.

Id. — *Gynäkomorphie bei einem 14 jährigen Knaben.* Sep. « Anthropologischer Anzeiger », Jahrg. XVI. Heft 1/2, 1939.

Id.— *Menarche und Klima in Europa.* « Zeitschrift für Ethnologie », Dezember, 1931.

Id. — *Menarche und Umwelt nebst einigen anderen Problemen, dargestellt an Hand eines norwegischen Klinikmaterials.* Sep. « Menschliche Vererbungs-und Konstitutionslehre ». Springer. J. Berlin, 1939.

Id. — *Menschlicher Körper und Leibesübungen.* Warschau, 1936.

Id. — *Sind die Leibesübungen der Frau nützlich ?* « Die Umschau » Heft 15, Jahrg. 40, Frankfurt, April, 1936.

Id. — *Was ist ein Konstitutionsindex ?* Sep. « Zeitschrift für Rassenkunde », Jahrg. 1940, Band XI. F. Enke. Stuttgart.

Sombart W. — *Vom Menschen.* Buchholz & Weisswange. Berlin, 1938.

Sommer L. — *Neugestaltung der Handelspolitik.* C. Heymann. Berlin, 1935.

Steck H. — *Das Gesetz vom 3. September 1928 über Unfruchtbarmachung geistig Minderwertiger im Kanton Waadt und seine Anwendung.* Sep. « Zeitschrift für Psychiatrie », Bd. 99. Walter De Gruyter & Co. Berlin und Leipzig, 1933.

Steinwallner B. — *Rassenhygienische Gesetzgebung und Massnahmen im Ausland.* « Erbpathologie Rassenhygiene », Jahrg. III, Bd. 6, Dez. 1939. G. Thieme. Leipzig.

Storm K. — *Burgen und Städte im mittelalterlichen Friaul.* Hirzel S. Leipzig, 1940.

Stiansy H., Generales K. D. J. — *Erbkrankheit und Fertilität.* F. Enke. Stuttgart, 1937.

Störring F. K. u. Lemser H. — *Ueber die Beziehungen von Akromegalie und Diabetes, zugleich ein Beitrag zur Frage der Erblichkeit der Akromegalie.* Sep. « Münchener Medizinische Wochenschrift », 1940, N. 13. J. F. Lehmann. München.

Stratz C. H. — *Die Schönheit des weiblichen Körpers.* Ferdinand Enke. Stuttgart, 1936.

Stubbe H. — *Spontane und strahleninduzierte Mutabilität.* G. Thieme. Leipzig, 1937.

Thirring G. — *Die Bevölkerung Ungarns zur Zeit Josephs II. Die Hauptergebnisse der Zählungen von 1784-1787.* Sep. « Journal de la Soc. Hongroise de Statistique », N. 2-3, 1938. Budapest.

Id. — *Die ungarische Volkskonskription vom Jahre 1804,* « Journal de la Soc. Hongroise de Statistique », An. XIV, 1936, N. 1. Fr. Kohl. jeune.

Thurnwald R. — *Koloniale Gestaltungsmethoden und Probleme überseeischer Ausdehnung.* Hoffmann und Campe. Hamburg, 1939.

Torriani L. — *Die Kanarischen Inseln und ihre Urbewohner. Eine unbekannte Bilderhandschrift vom Jahre 1590.* Herausgegeben von Dr. Dominik Joseph Wölfel. R. F. Koehler. Leipzig, 1940.

Dr. P. Traeger. — *Mitteilungen und Funde aus Albanien.* « Zeitschrift für Ethnologie », 1900.

Ungern-Sternberg. — *Die Bevölkerungsverhältnisse in Italien.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd. LIV. Heft. 5. R. Schoetz. Berlin, 1940.

Id. — *Die Bevölkerungsverhältnisse in Schweden, Norwegen und Dänemark.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes ». Bd. L. Heft 2. R. Schoetz. Berlin, 1937.

Id. — *Die Bevölkerungsverhältnisse in Estland, Lettland, Litauen und Polen.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd. LIII. Heft 1. R. Schoetz. Berlin, 1939.

Id. — *Di Bevölkerungsverhältnisse in Frankreich.* « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes ». Bd. L. Heft 8. R. Schoetz. Berlin, 1938.

Ungarn. — *Statistisches Jahrbuch. XXV. Jahrgang, 1937.* Budapest, 1937.

Id. — *Idem. XXVI Jahrgang, 1938.* Budapest, 1938.

Valentiner T. — *Die seelischen Ursachen des Geburtenrückganges.* « Die politische Biologie ». Heft 2. J. F. Lehmann. München-Berlin, 1937.

Varga S. — *Die Beteiligung der Banken an der Industrie in Ungarn.* Sep. « Ungarisches Wirtschafts-Jahrbuch », 1940. Budapest, 1940.

Verschuer O. von — *Der Erbarzt an der Jahreswende,* « Der Erbarzt », Bd. 8. Heft 1. Jan. 1940. G. Thieme. Leipzig.

Verschuer O. von — *Statistik der Zwillingsforschung.* Sep. « Die Statistik in Deutschland nach ihrem heutigen Stand ». Paul Schmidt. Berlin, 1940.

Vito F. — *Bemerkungen über grundlegende Fragen der Wirtschaftstheorie* Sep. « Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik », Bd. 153. G. Fischer. Jena, 1941.

Vöchting F. — *Die Binnenkolonisation in Italien.* G. Fischer. Jena, 1941.

Wagemann Von E. — *Der neue Balkan. Altes Land junge Wirtschaft.* Hanseatische. Hamburg.

Waltershausen Von A. S. — *Gesellschaft und Wirtschaft vor-und frühgeschichtlicher Völker.* G. Fischer. Jena, 1939.

Weber E. u. Astel K. — *Die unterschiedliche Fortpflanzung. Untersuchung über die Fortpflanzung von 1400 Handwerksmeistern und selbständigen Handwerkern.* « Die politische Biologie ». Heft 8. J. F. Lehmann. München-Berlin, 1939.

Id. — *Die unterschiedliche Fortpflanzung (Untersuchung über die Fortpflanzung von 12000 Beamten und Angestellten der Thüringischen Staatsverwaltung).* « Die politische Biologie ». Heft 9, J. F. Lehmann. München-Berlin, 1939.

Weickman L. — *Grundlagen der Klima-und Wetterkunde,* « Klima-Wetter-Mensch ». Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Weinert H. — *Der geistige Aufstieg der Menschheit vom Ursprung bis zur Gegenwart.* F. Enke. Stuttgart, 1940.

Id. — *Vom rassischen Werden der Menschheit.* Kurt Stenger. Erfurt.

Westermann D. — *Die heutigen Naturvölker im Ausgleich der neuen Zeit.* F. Enke. Stuttgart, 1940.

Wichman D. — *Untersuchungen zur unterschiedlichen Fortpflanzung in einer Groszstadtbevölkerung. Dargestellt an der Bevölkerung Kiels.* Hirzel S. Leipzig, 1940.

Winkler H. A. — *Völker und Völkerbewegungen im vorgeschichtlichen Oberägypten im Lichte neuer Felsbilderfunde.* Köhlhammer-Stuttgart, 1937.

Wolf J. — *Blut und Rasse des Hauses Habsburg-Lothringen.* Amalthea Verlag. Zürich-Leipzig. Wien, 1940.

Woltereck (Herausgeber). — *Klima-Wetter-Mensch.* Quelle & Meyer. Leipzig, 1938.

Wyler J. — *Kapitalbildung.* Sep. « Volkswirtschaft ».

Id. — *Volkseinkommen.* Sep. « Volkswirtschaft ».

Zeller W. — *Entwicklung und Körperform der Knaben und Mädchen von vierzehn Jahren.* Sep. « Veröffentlichungen aus dem Gebiete des Volksgesundheitsdienstes », Bd., LII. Heft 10. R. Schoetz. Berlin, 1939.

Akerman G. — *Var Realisationsvinstbeskattning.* Sveriges Industriförbund. Stockholm, 1940.

Almeida Garrett A. — *Tendencias demograficas de Portugal metropolitano.*

Anderson I. — *Svenska industriproblem i krigstid.* Sveriges Industriförbund. Stockholm, 1939.

Aznar S. — *Del salario familiar al seguro familiar.* Santander, Enero, 1939.

Id. — *La misión social de la enfermera.* Conferencia dada el 4 abril de 1940.

Banco Central de la República Argentina. — *Memoria anual.* Quinto ejercicio, 1939. Buenos Aires.

Banco Central de Reserva del Perù. — *Memoria, 1938.* Lima, 1939.

Id. — *Memoria, 1939.* Lima, 1939.

Baños O. F. — *Trabajo y capital. Sus funciones en una Economia Nacional.* Miguel Servet. Madrid, 1939.

Batalha Reis P. — *Numismatica moedas coloniais.* Separata do « Catalogo da exposiçâo ». Lisboa, 1937.

Id. — *Ouro português.* Amoedado. Lisboa, 1940.

Blasco J. e Dieulefait C. E. — *Elementos de Estadistica Metodológica.* Istituto de Estadistica. Rosario, 1938.

Boiteux L. A. — *Primeira pagina da colonizaçâo italiana em Santa Catarina.* Inst. Bras. de Geogr. e Estad. Florianopolis, 1939.

Böös G. — *Ett skede av svenk handelspolitik.* Sveriges Industriförbund. Stockholm, 1939.

Cracco W. — *Schet Eener geschiedenis der economic.* De Nederlandsche Bockhandel. Antwerpen, 1939.

Departamento de Estadistica & Publicidades do Brasil. — *A reserva mineral de Estado.* Florianopolis, 1939.

Id. — *A industria de fiçâo e tecelagem em Santa Catarina.* Publicaçâo n. 7, 1939.

DEPARTAMENTO DE ESTADISTICA & PUBLICIDADES DO BRASIL. — *Santa Catarina. Atividades e realizaçôes de um povo e de um govêrno.* Florianopolis, 1940.

ID. — *Cadastro industrial do Estado,* 1937. Florianopolis, 1939.

ID. — *Comunicados Estadisticos.* Florianopolis, 1939.

ID. (Ist. Nac. de Estad.). — *Exportação catarinense. (Ano de 1938 e I semestre de 1939).* Florianopolis, 1939.

ID. — *Finanças Publicas.* Florianopolis, 1939.

ID. — *Legislação Organica do Sistema Estadistico-Geografico Brasileiro.* Vol. I. Rio de Janeiro, 1940.

ID. — *Localidades catarinenses.* Publicação n. 16. Florianopolis, 1940.

ID. — *Notas sôbre a fundação de lages. Vidal Ramos.* Publicação n. 13. Florianopolis, 1939.

ID. — *Numeros de Santa Catarina Publicação n.* 8. Florianopolis, 1939.

ID. — *O fumo na economia agricola de Santa Caterina.* Florianopolis, 1939.

ID. — *Primeira pagina da colonização italiana em Santa Catarina.* Florianopolis, 1939.

ID. — *Santa Catarina. Atividades e realizaçoes de um povo e de um govêrno.* Florianopolis, 1940.

ID. — *Sinopse Estadistica do Brasil. Ano 1936.* Separata do « Anuario Estadistico do Brasil». Instituto Brasileiro de Geogr. y Estad.

DEPARTAMENTO DE ESTADISTICA-SECRETARIA DO INTERIOR & JUSTICA. — *Sinopse Estatistico do Estado,* n. 1, Anno II, 1936. Florianopolis, 1936.

ID. — *Idem,* n. 2, 1937. Florianopolis, 1938.

ID. — *Tabaria itineraria Catarinense.* Inst. Basileiro de Geogr. e Estadistica Santa Catarina, 1939.

ID. — *Teses Estatisticas (m. A. Teixeira de Freitas).* Florianopolis, 1939.

DIRECCION GENERAL DE ESTADISTICA DEL VENEZUELA. — *Anuario Estadistico de Venezuela,* 1938. Caracas, 1938.

ID. — *Censo agricola y pecuario, 1937. Estado Anzoategui - Estado Aragua - Distrito Feder - Estado Tachira.* Voll. 4. Caracas, 1939-40.

ID. — *Censos industriales, comerciales y empresas que prestan servicios, 1936. Estado Portuguesa - Estado Yaracuy - Estado Anzoategui - Estado Zulia - Estado Trujillo - Estato Merida - Estado Tachira.* Voll. 7. Caracas, 1938-1940.

ID. — *Sexto Censo de Población 1936. Distrito Federal.* Vol. I., Caracas 1939.

ID. — *Idem. Estados Anzoategui, Apure, Aragua, Bolivar, Carabolo, Cojedes, Falcon, Guarico, Lara y Mérida.* Vol. II. Caracas, 1939.

CAMARA A. — *Cromonemata ramificados induzidos pelos raios-X.* Sep. « Bollettino della Società Italiana di Biologia Sperimentale », Fase I, Vol. XV, 1940. Milano.

ID. — *Fragmentos cromosomicos produzidos pelos raios-X.* Separata da « Brotéria », Vol. VIII (XXXV), 1939. Lisboa, 1939.

CAMARA A. y COUTINHO. — *Citologia dos trigos tetraploides.* Separata da « Agronomia Lusitana », Vol. I, tomo III, 1939.

Cancio L. y Cereceda. — *Atlas Historico de la America Hispano-Portuguesa*. Centro de Estudios Historicos. Madrid, 1936.

Catalano M. C. — *Dai Nippon (Il grande Giappone)*. La Nuova Italia. Firenze, 1940.

Catalogo da Exposição do Livro Brasileiro. Nos centenàrios de Portugal. Commisâo Brasileira. Rio de Janeiro, 1940.

Cereceda J. D. — *Distribución geografica de la población en Galicia*. Madrid, 1925.

Id. — *Ensayo acerca de las regiones naturales de España*. Tomo I. J. Cosano. Madrid, 1922.

Id. — *Las cânadas ganaderas del reino de Leõn*. R. Sociedad Geografica. Madrid, 1940.

Cereceda J. D. y Cancio Louette. — *Atlas Historico de la America Hispano-Portuguesa*. Centro de Estudios Historicos. Madrid, 1936.

Cervantes de Salazar. — *Mexico en 1554*. Ediceones de la Universidad Nacional Autonoma. Mexico, 1939.

Contraloria General de la República de Colombia - Estadistica Nacional. — *Anuario General de Estadistica, 1938*. Bogotà, 1939.

Id. — *Estadistica fiscal y administrativa 1938*. Bogotà, 1939.

Id. — *Informe financiero del contralor general de la República de Colombia, correspondiente al año fiscal de 1938*. Bogotà, Editorial Minerva, 1939.

Id. — *Primera Asamblea Nacional de Estadistica Agropecuaria*. Bogotà, 1939.

Id. — *Commercio Exterior de Colombia, 1938*. Bogotà, 1939.

Id. — *Primer censo nacional de edificios efectuado el 20 de Abril de 1938*. « Imprenta Nacional », Bogotà, 1939.

Coni E. A. — *Problemas economicos del momento*. « El Ateneo ». Buenos Aires, 1935.

Correa M. — *Da biologia a histoira*. Faculdade de Ciencias da Univ. do Porto. Instituto de Antropologia. Porto, 1934.

Correia A. — *Portugal economico e financeiro*. 2 Voll. Imprensa Nacional de Lisboa, 1938.

Coutinho y Camara. — *Citologia dos trigos tetraploides*. Separata da « Agronomia Lusitana », Vol. I, tomo III, 1939.

Cruz Ramirez D. — *Hacia una legislacion tutelar para las clases indigenas de Mexico*. Dep. de Asuntos Indigenas. Mexico, 1940.

Davila Garibi J. — *La Sociedad de Zacatecas en los albores del regimen colonial*. Robredo, de Josué Porrua & Hijos. Mexico, 1939.

Descartes S. L. — *Organización e ingresos de 130 fincas de caña de azúcar en Puerto Rico, 1934-35*. Boletin 47. Estación Experimental Agricola. Rio Piedras, Puerto Rico.

Dieulefait C. E. — *Determinatión de los Momentos de las Probabilidades Hipergeometricas Ordinarias y en el Caso de Contagio (Polya)*. Sep. « Annales de la Societad Cientifica Argentina », Feb. 1939, E. II, T. CXXVII,. Instituto de Estadistica. Rosario, 1939.

Id. — *Los momentos de un grupo de funciones de probabilidad*. Sep. « Anales de la Sociedad Cientifica Argentina », Feb. 1938, E. II, T. CXXV. Instituto de Estadistica, 1938.

Dieulefait C. E. y Blasco J. — *Elementos de Estadistica Metodologica.* Istituto de Estadistica. Rosario, 1938.

Ercilla A. — *La Direción General de Estadistica,* «Critica», Año IV, n. 901. Caracas, 9 febbr. 1940.

Fabila A. — *Las tribus Jaquis de Sonora.* Primer Congresso Indigenista Internamericano. Departamento de Asuntos Indigenas. Mexico, 1940.

Facha J. y Landeira. — *Um «exemplo de Saniadade» em Portugal.*

Faculdad de Ciencias Juridicas y Sociales. — *Anales,* Tomo XI, 1940. La Plata, 1940.

Faria (de) A. — *Para a aplicação preventivadas instituições de assistência e medicina social. Congresso Nacional de Ciências da População, Porto, 1940.*

Ferreira da Silva J. — *Blumenau. (Noticia estatistico-descritiva).* Inst. Brasileiro Geogr. y Estatistica. Florianopolis, 1940.

Georgescu D. C. — *Mortalitatea prin tumori maligne in Rômania.* «Ananele Institutului Central de Statistica», Vol. I. Inst. Central de Statist. Bucaresti, 1939.

Gini C. — *Los problemas de la distribución internacional de la población y de las materias primas.* «Revista de Economia y estadistica». Julio, 1936.

Id. — *Una Sociedad Laborista.* Version al Espagnol de M. G. Padilla de Alanis (manuscrito) 1940.

Gobierno de el Salvador. — *Gestión de Hacienda Credito Público Industria y Comercio en 1938, 1939.*

Goldevin A. — *Naeringsliv og prisen i nordland 1700-1880.* A. S. John Griegs. Boktrykkeri, Bergen, 1938.

Higuita Juan de D. — *Estudio Historico-Analitico de la Población Colombiana en 170 años.* Bogotà, 1940.

India. — *Indisch Verlag, 1939. II Statistisch Jaaroverzicht van nederlandsch-indië over het Jaar 1938. Netherdands Indian report 1939. II Statistical abstract for the year 1938.* Landsdrukkery-Batavia, 1939.

Institutul Central de Statistica. — *Mişcarea Populaţiei României in Anul 1934.* Bucarest.

Id. — *Idem, 1936.* Institut Central de Statistique. Bucarest.

Id. — *Idem, 1939.* Institut Central de Staristique. Bucarest.

Id. — *Statistica Agricolă a României in 1938.* Anno II, Vol. II. Institutul Central de Statistică. Bucarest, 1939.

Id. — *Statistica Societăţilor anonime din România. Vol., XX 1938.* Bucarest, 1939.

Id. — *Idem, XXI Vol., 1939.* Institut Central de Statistique. Bucarest, 1940.

Id. — *Statistica preţurilor 1938.* Bucarest, 1939.

Istituto Brasileiro de Geogr. y Estadistica. — *Exposição nacional dos mapas municipais (Noticia).* Rio de Janeiro, 1940.

Jacobson P. — *Villkoren för industriellt uppsving enligt senaste arens erfarenheter.* Sveriges Industriförbund. Stockholm.

Jose Royas Garciduenas. — *El epistolario de nueva España.* Lib. Robredo. Mexico, 1941.

KINGSTON J. — *A concentração agrària en São Paulo.* Sep. « Revista de Economia y Estadistica », Año 3, n. 1. Janeiro 1938, Brasil.

ID. — *A lei estadistica da demanda do café.* Oficinas Gráficas do Serviço de Publicidade Agricola. Rio de Janeiro, 1939.

ID. — *Câmbio e riqueza nacional.* Sep. « Revista de Economia y Estadistica », Año 4, n. 1. Janeiro, 1939. Brasil.

ID. — *Expectacão e horizonte no còmercio de café.* Sep. « Revista de Economia y Estadistica », Año 4, n. 1. Janeiro, 1939. Brasil.

ID. — *O factor ethnico na economia agraria.* Sep. « Revista de Economia y Estadistica », Abril 1937, Año 2, N. 2. Brasil.

LANDEIRA y FACHA J. — *Um « exemplo de Saniadade » em Portugal.*

LESTARD G. H. — *Historia de la evolución economica argentina.* « La Facultad ». Bernabé y Cia. Buenos Aires, 1937.

LOPES J. L. — *Palhoça (Noticia estatistico-descritiva).* Publicação n. 17. Inst. Brasileiro de Geogr. y Est. Florianopolis, 1940.

MANUILA S. — *Demografia rurală a României.* Bucarest, 1940.

MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES. — *Cuarto censo general 1936. Población, 22-X-1936,* Tomo III. Estado Civil, Pais de Matrimonio Religion. Buenos Aires, 1939.

ID. — *Idem,* Tomo II. Buenos Aires, 1939.

NORVEGIA. — *Det 17^00 Nordiske Statistike Mote i Oslo 26-27 Juni, 1939.* Kirdes Boktrykkeri. Oslo.

OLANDA. — *Jaarcifers voor Nederland, 1939.* N. V. Drukkery Albani. Gravenhage, 1940.

ORICO O. — *A. Saudade Brasileira.* S. A. Anoite. Rio de Janeiro.

PAIS DE AZEVEDO J. — *Estudio citologico dum Hibrido. Triticum dicocum × Triticum polonicum.* Sep. « Revista Agronomica », XXVI, (1938).

PAWEL M. — *Genetica, Eugenia e esterilisaçôes.* Sep. « Rivista da Associação Paulista de Medicina », Vol. XV, n. 4. Oct., 1939.

PINERO GARCIA P. P. — *Endemiografia de la difteria.* J. Lajouane & Ci. Buenos Aires, 1939.

PIZANTY M. — *Privire retrospectiva asupra industries petrolifere in perioda 1930-1939.* Cartea Romanesca, Bucarest, 1940.

PORRUA PEREZ F. — *Breve estudio de las sociedades irregulares, en el derecho comparado, y en la legislación mejicana.* Editorial Cultura, Mexico, 1940.

RAMNEANTU P. — *Elemento de Biometrie medicală şi statistică vitală.* Institutului Central de Statistica. Bucarest, 1939.

dos REIS M. S. — *Arbitragen Lavarello,* 1934.

ID. — *Arbitragens de Lourenço Marques.* Lisboa, 1936.

dos REIS, SIMOES M. — *A vadiagem e a mendicidade em Portugal.* Lisboa, 1940.

REPUBLICA DOMINICANA, Dirección General de Estadistica Nacional. — *Annuario estadistico 1936,* Tomo I, II. Trujillo, 1938-39.

ROS JIMENO J. — *El porvenir de España.* Instituto Editorial Reus. Madrid, 1940.

SANT'ANNA J. F. — *A mortalidade na população portuguesa e suas principais causas.* Congresso Nacional de Ciências da População, Porto, 1940.

DOS SANTOS BESSA J. — *A luta anti-tuberculosa da Junta de Provincia da Beira Litoral.* Congresso Nacional de Ciências da População, Porto, 1940.

DOS SANTOS JUNIOR. — *Lenga-lengas e jogos infantis.* Porto, 1938.

ID. — *Missão antropologica de Moçambique. 2ª Campanha, Agosto 1937 a Janeiro 1938.* Agencia General das Colonias. Lisboa, 1940.

SECRETARIA DE LA ECONOMIA NACIONAL, Dirección General de Estadistica. — *Anuario Estadistico, 1938.* Mexico, 1939.

ID. — *Primer Censo agricolaganadero : 1930.* Vol. II, Tomi I, IV, V, XI, XIII, XV, XVII, XXII, XXIV. Mexico, 1937.

ID., Dirección Gen. de Estadistica. — *Primer Censo Ejidal, 1935.* Vol. II, Tomi XII, XIII, XX, XXV, XXVIII. Mexico, 1937-1938.

ID. — 2º *Censo Industrial, 1935.* Vol. III, Tomi II, III, V, VI, VIII, X, XII, XIV, XVII, XXI, XXIII, XXV, XXVII, XXIX, XXX, XXXI, XXXV, XLIII, XLV, XLVI, XLVII. Mexico, 1937.

SKERLJ B. — *Dolocitev spolne zrelosti dekleta v biologiji in v kazenskem zakonu.* Estr. « Slovenskega Pravnika », Letnik LIII, stev. 9-10, 1939.

ID. — *Pigmentace a pocatek menstruace.* « Zvlastini Ostisk Z Anthropologie », V, 3-4, 1927.

ID. — *Zivljensko drevesce prebivalcev dravske banovine.* « Eugenika », Leto II, Stev. 2, Maja 1936.

SPAGNA. — *El arte en España. La casa del Greco.* Thomas edición.

ID., Ministerio de Trabajo, Sanidad y previsión. — *Censo de la población de España en 1930,* 6 voll. Madrid, 1935-1940.

SUÑER E. — *La escuela nacional de puericultura de Madrid.*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA. Facultad de Ciencias Juridicas y Sociales. — *Catalogo General de Obras y Autores.* La Plata, 1939.

ID., Instituto del Museo. — *Notas del Museo. Zoología - Antropología - Paleontología - Botánica - Geología.* Coni, Buenos Aires.

ID., Idem. — *Revista del Museo de la Plata.* Coni, Buenos Aires.

VAN DER WIJK J. — *Inkomens- en Vermogensverdeling.* Haarlem, De Ervin F. Bohn N. V. 1939.

ZAVALA S. — *De encomeiendas y propiedad territorial en algunas regiones de la America española.* Antigua Libr. Robredo, de José Porrúa e Jijos. Mexico, 1940.

PROF. CORRADO GINI, *Direttore responsabile*

Roma - Tipografia Fausto Failli